

Министерство образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
Уфимский государственный нефтяной технический университет

Кафедра «Прикладные и естественнонаучные дисциплины»

Расчетно-графическая работа №1

РАСТЯЖЕНИЕ (СЖАТИЕ) СТУПЕНЧАТОГО БРУСА

Уфа 2020

Содержание

ОБЩИЕ УКАЗАНИЯ К ВЫПОЛНЕНИЮ РГР.....	3
РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА.....	4
РГР № 1.....	5
МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К РЕШЕНИЮ РГР № 1.....	6
ПРИМЕР РЕШЕНИЯ РГР № 1.....	9
ПРИЛОЖЕНИЕ.	12

ОБЩИЕ УКАЗАНИЯ К ВЫПОЛНЕНИЮ РГР

1. Расчетно-графические работы выполняются в обычных тетрадях формата А-4. На обложке тетради следует четко написать название РГР, номер варианта задания, название дисциплины, фамилию, имя и отчество студента, шифр учебной группы.

2. Выбирается вариант задания, равный последней цифре зачетки студента.

3. Перед решением каждой задачи надо выписать полностью ее условие, числовые данные, составить в масштабе аккуратный чертеж и указать на нем все величины, необходимые для расчета.

4. Решение задач должно сопровождаться краткими объяснениями и чертежами, на которых все входящие в расчет величины следует указать в числах, соответствующих выданному варианту. При использовании в расчетах формул следует подставить в них числовые значения и, не приводя промежуточных вычислений, записать ответ с указанием размерностей определяемых величин.

5. Готовая работа должна быть отсканирована в формате *.pdf, *.jpg и загружена в соответствующем разделе. После ее проверки и получения положительной оценки (или внесения исправлений и повторной сдачи) студент получает допуск для прохождения итогового тестирования.

6. Для допуска к экзамену или зачету студент должен сдать все предусмотренные в курсе расчетно-графические работы.

Рекомендуемая литература

1. Александров А.В., Потапов В.Д., Державин Б.П. Сопротивление материалов: учебник для вузов. - М.: Высшая школа, 2008 г. - 560 с.

2. Сопротивление материалов с основами теории упругости и пластичности [Электронный ресурс]: Учебник/ Г.С.Варданян, В.И.Андреев и др.; Под ред. Г.С.Варданяна, Н.М.Атарова - 2 изд., испр. и доп. - М.: ИН-ФРА-М, 2011. - 638 с.

3. Сборник задач по сопротивлению материалов [Текст] : учебное пособие / ред. В. К. Качурин. - 2-е изд., испр., репр. изд. - М. : Альянс, 2014. - 432 с.

4. Агапчев, В. И. Сопротивление материалов в задачах нефтегазового дела [Текст] : учебное пособие / В. И. Агапчев, С. Л. Штанев, Р. З. Юнусов ; УГНТУ. - 2-е изд., испр. и доп. - Уфа : Изд-во УГНТУ, 2013. - 236 с.

5. Лабораторный практикум по курсу "Сопротивлению материалов" [Текст] : методические указания / УГНТУ, каф. ПММ ; сост.: С. Л. Штанев, Р. З. Юнусов, Д. А. Виноградов. - Уфа : Изд-во УГНТУ, 2009. - 57 с.

РГР №1. РАСТЯЖЕНИЕ (СЖАТИЕ) СТУПЕНЧАТОГО БРУСА

Ступенчатый брус нагружен силами P_1, P_2 и P_3 , направленными вдоль его оси. Заданы длины участков a, b, c и площади их поперечных сечений F_1 и F_2 . Модуль упругости материала $E = 2 \cdot 10^5$ МПа, предел текучести $\sigma_T = 240$ МПа и запас прочности по отношению к пределу текучести $n_T = 1,5$.

Требуется:

- 1) построить эпюры продольных сил N , напряжений σ и продольных перемещений Δ ;
- 2) проверить, выполняется ли условие прочности.

Расчетные схемы выбираются по рис.1, числовые данные берутся из табл.1.

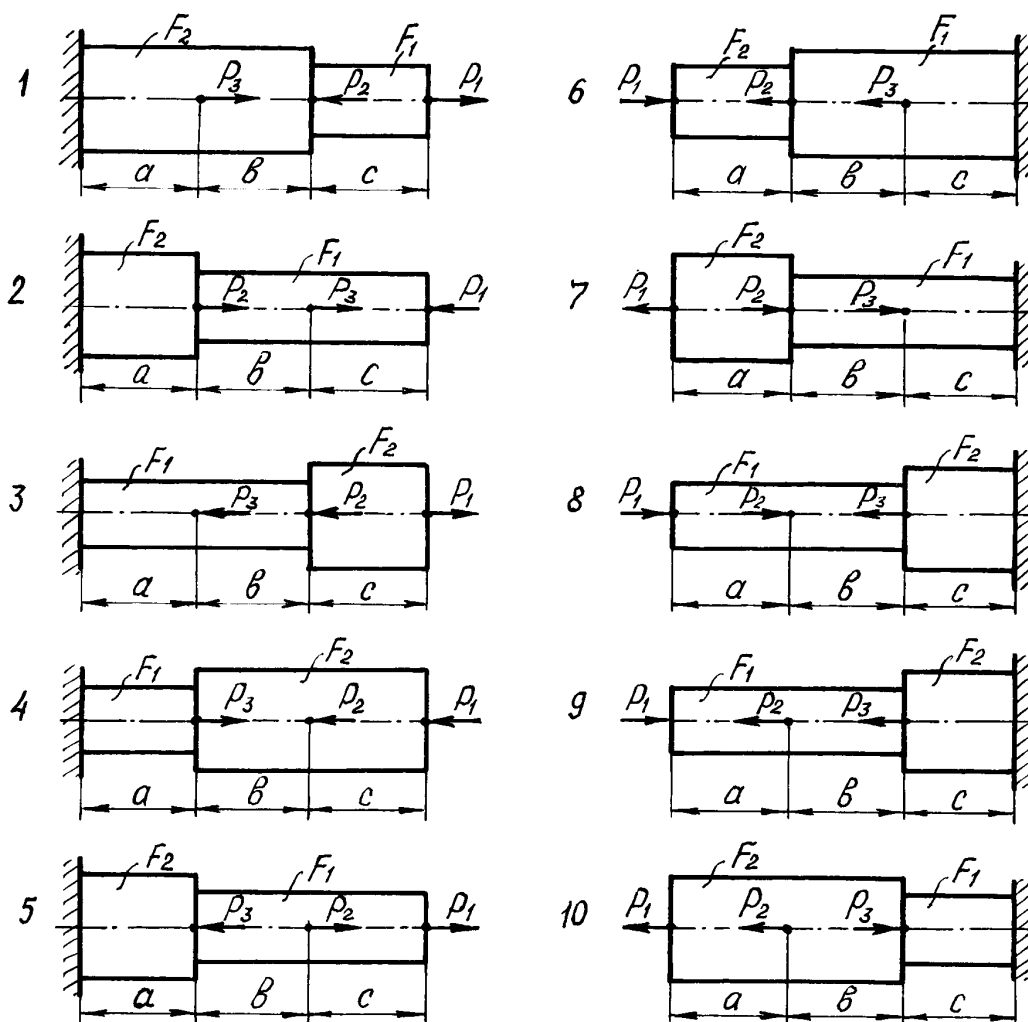


Рис. 1. Расчетные схемы к РГР № 1

Таблица 1

Числовые данные к РГР № 1

Номер строки	Номер схемы по рис1.	Сила, кН			Длина участков, м			Площадь поперечного сечения, см ²	
		P_1	P_2	P_3	a	b	c	F_1	F_2
1	1	40	90	100	0,3	0,5	0,6	5	10
2	2	45	80	120	0,3	0,5	0,5	4	12
3	3	50	85	110	0,4	0,6	0,4	6	14
4	4	35	70	115	0,4	0,6	0,6	4	10
5	5	40	75	100	0,5	0,4	0,3	5	15
6	6	50	80	95	0,5	0,4	0,4	6	18
7	7	60	70	120	0,3	0,2	0,5	4	12
8	8	45	60	115	0,4	0,3	0,6	7	10
9	9	35	65	110	0,2	0,4	0,4	8	14
0	10	30	90	95	0,5	0,5	0,3	6	16
	3	ж	а	Д	е	ж	г	б	В

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К РЕШЕНИЮ РГР №1

Основные теоретические сведения и расчетные формулы

Рассмотрим такой вид нагружения, как растяжение (сжатие), при котором в поперечных сечениях бруса возникают только продольные силы, направленные вдоль его оси, все остальные внутренние усилия равны нулю.

Продольная, или нормальная сила, N считается положительной при растяжении и отрицательной при сжатии. Ее величина может быть найдена с помощью метода сечений: она численно равна алгебраической сумме проекций на ось бруса всех внешних сил, приложенных к брусу по одну сторону от рассматриваемого сечения.

Действующая в поперечном сечении продольная сила N равномерно распределяется по всему сечению и, как следствие этого, нормальные напряжения σ также равномерно распределяются по всему сечению.

Их величина определяется по формуле

$$\sigma = \frac{N}{F}, \quad (1)$$

где N - продольная сила в поперечном сечении;

F - его площадь.

(В некоторых учебниках и учебных пособиях площадь обозначается ла-

тинской буквой A).

В системе СИ сила выражается в ньютонах, площадь поперечного сечения - в квадратных метрах (м^2), нормальное напряжение - в паскалях (Па).

Сила может быть выражена в килограммах, а напряжение в килограммах, деленных на сантиметр в квадрате.

Абсолютное удлинение бруса при растяжении определяется по формуле

$$\Delta l = l_k - l, \quad (2)$$

где l - начальная длина бруса;

l_k - длина бруса после деформации.

Относительное удлинение бруса (относительная продольная деформация)

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l}. \quad (3)$$

При растяжении $\Delta l > 0$ и $\varepsilon > 0$, при сжатии эти величины отрицательны.

Абсолютное поперечное сужение

$$\Delta b = b_k - b, \quad (4)$$

где b - первоначальный поперечный размер бруса;

b_k - величина поперечного размера бруса после нагружения.

Относительное поперечное сужение (относительная поперечная деформация)

$$\varepsilon' = \frac{\Delta b}{b}. \quad (5)$$

Абсолютная величина отношения ε'/ε , обозначаемая μ , называется коэффициентом Пуассона. Она является постоянной для каждого материала и характеризует его упругие свойства:

$$\mu = \left| \frac{\varepsilon'}{\varepsilon} \right| \quad (6)$$

Между нормальным напряжением и относительным удлинением существует прямая пропорциональная зависимость, называемая законом Гука

$$\sigma = \varepsilon E, \quad (7)$$

где E - коэффициент пропорциональности (модуль упругости первого рода, или модуль Юнга).

Модуль упругости - это физическая характеристика материала, измеряе-

мая в тех же единицах, что и нормальное напряжение.

Учитывая, что $\sigma = \frac{N}{F}$ и $\varepsilon = \frac{\Delta l}{l}$, можно записать выражение для вычисления абсолютного удлинения бруса в виде

$$\Delta l = \frac{N l}{E F} . \quad (8)$$

Для ступенчатого стержня и (или) стержня с несколькими продольными нагрузками удлинение подсчитывается как алгебраическая сумма удлинений участков бруса, в пределах которых N , E , F постоянны:

$$\Delta l = \sum_{i=1}^n \frac{N_i \cdot l_i}{E_i \cdot F_i} . \quad (9)$$

Если же величины N и F изменяются по длине бруса, его абсолютное удлинение вычисляется по формуле

$$\Delta l = \int_l \frac{N(z) dz}{E F(z)} . \quad (10)$$

Используя соотношение $\sigma_{\max} \leq [\sigma]$, называемое условием прочности, можно решить три основных задачи сопротивления материалов.

1. Подобрать сечение растянутого (сжатого) бруса, при котором его прочность будет обеспечена. Расчетная формула в этом случае имеет вид

$$\frac{N}{F} \leq [\sigma] , \quad (11)$$

где N - продольная сила в опасном сечении бруса (сечении, в котором действует максимальное нормальное напряжение);

F - площадь поперечного сечения бруса;

$[\sigma]$ - допускаемое напряжение материала бруса.

Отсюда определяется необходимая площадь его сечения

$$F \geq \frac{N}{[\sigma]} . \quad (12)$$

Зная форму сечения и его площадь, можно определить линейные размеры сечения или по сортаменту подобрать требуемый стандартный профиль: уголок, швеллер, двутавр и т. д.

Допускаемое напряжение $[\sigma]$ либо задается заранее, либо находится по формуле

$$[\sigma] = \frac{\sigma_{\text{опасн}}}{n}, \quad (13)$$

где $\sigma_{\text{опасн}} = \sigma_T$ - предел текучести для пластичных материалов;
 $\sigma_{\text{опасн}} = \sigma_B$ - временное сопротивление для хрупких материалов;
 n - запас прочности материала.

2. Определить допускаемую нагрузку, если известны прочностные свойства материала и площадь поперечного сечения бруса.

Расчетная формула, вытекающая из условия прочности

$$N \leq F[\sigma], \quad (14)$$

позволяет вычислить наибольшее значение продольной силы N , действующей в опасном сечении и, следовательно, величину внешних нагрузок, приложенных к брусу.

3. Проведение поверочного расчета прочности бруса.

При поверочном расчете нагрузки, размеры и материал, из которого изготовлен брус, считаются известными. Вычисляется наибольшее нормальное напряжение в опасном поперечном сечении и сравнивается с допускаемым:

$$\sigma_{\text{max}} = \frac{N}{F} \leq [\sigma] \quad (15)$$

Если $\sigma_{\text{max}} \leq [\sigma]$, то прочность бруса обеспечена.

ПРИМЕР РЕШЕНИЯ РГР №1

Ступенчатый брус нагружен силами P_1, P_2, P_3 , (рис.2,а).

Требуется построить эпюры продольных сил N , нормальных напряжений σ , продольных перемещений Δ и проверить, выполняется ли условие прочности.

Числовые данные к задаче выбираются по табл. 1.

Например: $P_1 = 40$ кН, $P_2 = 90$ кН, $P_3 = 110$ кН, $a = 0,5$ м, $b = 0,5$ м, $c = 0,4$ м; $F_1 = 6$ см², $F_2 = 14$ см².

Для всех вариантов принимается: $E = 2 \cdot 10^5$ МПа; $\sigma_T = 240$ МПа $n_T = 1,5$.

1. Построение эпюры N .

На брус действуют три силы, следовательно, продольная сила по его длине будет изменяться. Разбиваем брус на участки, в пределах которых продольная сила будет постоянной. В данном случае границами участков являются сечения, в которых приложены силы. Обозначим сечения буквами A, B, C, D , начиная со свободного конца, в данном случае правого.

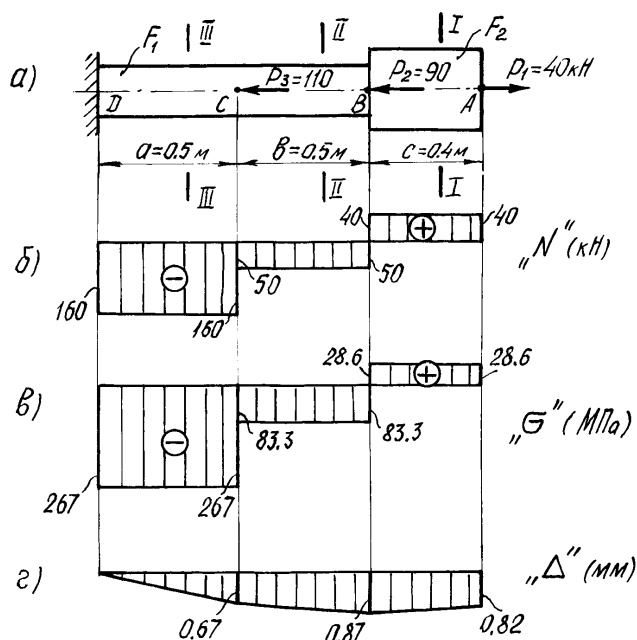


Рис. 2. Расчетная схема бруса и эпюры:

а - расчетная схема; б - эпюра продольных сил; в - эпюра напряжений;

г - эпюра продольных перемещений

Для определения продольной силы на каждом участке рассматриваем произвольное поперечное сечение, сила в котором определяется по правилу, приведенному ранее. Чтобы не определять предварительно реакцию в заделке D , начинаем расчеты со свободного конца бруса A .

Участок AB , сечение 1-1. Справа от сечения действует растягивающая сила P_1 (рис. 2, а). В соответствии с упомянутым ранее правилом, получаем

$$N_{AB} = +P_1 = 40 \text{ кН.}$$

Участок BC , сечение 2-2. Справа от него расположены две силы, направленные в разные стороны. С учетом правила знаков, получим

$$N_{BC} = +P_1 - P_2 = 40 - 90 = -50 \text{ кН.}$$

Участок CD , сечение 3-3: аналогично получаем

$$N_{CD} = +P_1 - P_2 - P_3 = 40 - 90 - 110 = -160 \text{ кН.}$$

По найденным значениям N в выбранном масштабе строим эпюру, учитывая, что в пределах каждого участка продольная сила постоянна (рис.2.5)

Положительные значения N откладываем вверх от оси эпюры, отрицательные - вниз.

2. Построение эпюры напряжений σ .

По формуле (1) вычисляем напряжения в поперечном сечении для каждого участка бруса:

$$\sigma = \frac{N_{AB}}{F_{AB}} = \frac{40 \cdot 10^3}{14 \cdot 10^{-4}} = 2,86 \cdot 10^7 \frac{\text{Н}}{\text{см}^2} = 28,6 \text{ МПа};$$

$$\sigma = \frac{N_{BC}}{F_{BC}} = \frac{-50 \cdot 10^3}{6 \cdot 10^{-4}} = -83,3 \text{ МПа};$$

$$\sigma = \frac{N_{CD}}{F_{CD}} = \frac{-160 \cdot 10^3}{6 \cdot 10^{-4}} = -267 \text{ МПа.}$$

При вычислении нормальных напряжений значения продольных сил N берутся по эпюре с учетом их знаков. Знак плюс соответствует растяжению, минус - сжатию. Эпюра напряжений показана на рис. 2, в.

3. Построение эпюры продольных перемещений.

Для построения эпюры перемещений вычисляем абсолютные удлинения отдельных участков бруса, используя закон Гука (8):

$$\Delta l_{AB} = \frac{N_{AB} \cdot l_{AB}}{E \cdot F_{AB}} = \frac{40 \cdot 10^3 \cdot 0,4}{2 \cdot 10^5 \cdot 10^6 \cdot 14 \cdot 10^{-4}} = 0,57 \cdot 10^{-4} \text{ м};$$

$$\Delta l_{BC} = \frac{N_{BC} \cdot l_{BC}}{E \cdot F_{BC}} = \frac{-50 \cdot 10^3 \cdot 0,5}{2 \cdot 10^5 \cdot 10^6 \cdot 6 \cdot 10^{-4}} = -2,1 \cdot 10^{-4} \text{ м};$$

$$\Delta l_{CD} = \frac{N_{CD} \cdot l_{CD}}{E \cdot F_{CD}} = \frac{-160 \cdot 10^3 \cdot 0,5}{2 \cdot 10^5 \cdot 10^6 \cdot 6 \cdot 10^{-4}} = -6,7 \cdot 10^{-4} \text{ м}.$$

Определяем перемещения сечений, начиная с неподвижного закрепленного конца. Сечение D расположено в заделке, оно не может смещаться и его перемещение равно нулю:

$$\Delta_D = 0.$$

Сечение C переместится в результате изменения длины участка CD . Перемещение сечения C определяется по формуле

$$\Delta_C = \Delta l_{CD} = -6,7 \cdot 10^{-4} \text{ м}.$$

При отрицательной (сжимающей) силе точка C сместится влево.

Перемещение сечения B является результатом изменения длин DC и CB . Складывая их удлинения, получаем

$$\Delta_B = \Delta l_{CD} + \Delta l_{BC} = -6,7 \cdot 10^{-4} - 2,1 \cdot 10^{-4} = -8,8 \cdot 10^{-4} \text{ м}.$$

Рассуждая аналогично, вычисляем перемещение сечения A :

$$\Delta_A = \Delta l_{CD} + \Delta l_{BC} + \Delta l_{AB} = -6,7 \cdot 10^{-4} - 2,1 \cdot 10^{-4} + 0,57 \cdot 10^{-4} = -8,23 \cdot 10^{-4} \text{ м}.$$

В выбранном масштабе откладываем от исходной оси значения вычисленных перемещений. Соединив полученные точки прямыми линиями, строим эпюру перемещений (рис. 2, г).

4. Проверка прочности бруса.

Условие прочности записывается в следующем виде:

$$\sigma_{\max} \leq [\sigma].$$

Максимальное напряжение $\sigma_{\max}$ находим по эпюре напряжений, выбирая максимальное по абсолютной величине:

$$\sigma_{\max} = 267 \text{ МПа}.$$

Это напряжение действует на участке DC , все сечения которого являются опасным.

Допускаемое напряжение вычисляем по формуле (1.13):

$$[\sigma] = \frac{\sigma_T}{n_T} = \frac{240}{1,5} = 160 \text{ МПа}.$$

Сравнивая $\sigma_{\max}$ и $[\sigma]$, видим, что условие прочности не выполняется, так как максимальное напряжение превышает допускаемое.