

Образец решения задания 3

Пример 1. Найти вторую производную функции, заданной параметрически
 $x = 3\cos 2t, y = \sin t$

Решение. Найдем производные $x'_t = -6\sin 2t, y'_t = \cos t$. По формуле

$y'_x = \frac{y'_t}{x'_t}$ имеем $y'_x = \frac{\cos t}{-6\sin 2t} = \frac{\cos t}{-12 \cos t \sin t} = -\frac{1}{12\sin t}$. Тогда

$$\begin{aligned} y''_{xx} &= \frac{(y'_x)'}{x'_t} = \frac{\left(-\frac{1}{12\sin t}\right)'}{-6\sin 2t} = \frac{12\cos t}{-6\sin 2t \cdot 144\sin^2 t} \\ &= -\frac{12\cos t}{-12 \cos t \sin t \cdot 144\sin^2 t} = -\frac{1}{144\sin^3 t} \end{aligned}$$

Пример 2. Найти вторую производную функции, заданной параметрически

$$x = t^2, \quad y = \frac{t^3}{3} - t$$

Решение. Найдем производные $x'_t = 2t, y'_t = t^2 - 1$. По формуле

$y'_x = \frac{y'_t}{x'_t}$ имеем $y'_x = \frac{t^2-1}{2t}$. Тогда

$$y''_{xx} = \frac{(y'_x)'}{x'_t} = \frac{\left(\frac{t^2-1}{2t}\right)'}{2t} = \frac{2t \cdot 2t - 2(t^2-1)}{8t^3} = \frac{2t^2+2}{8t^3} = \frac{t^2+1}{4t^3}$$