

Практическая работа № 2.

Образец выполнения

Задание 1. Вычислить приращение функции $f(x) = \frac{1}{x^2}$ в точке $x_0 = 1$, соответствующее приращению аргумента $\Delta x = 0,02$.

Решение:

Воспользуемся формулой: $\Delta f(x) = f(x) - f(x_0) = f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)$. Для данной функции получим: $\Delta f(x) = \frac{1}{(1+0,02)^2} - \frac{1}{1^2} = \frac{1}{1,0404} - 1 = -\frac{0,0404}{1,0404} = -\frac{101}{2601}$.

Ответ: $-\frac{101}{2601}$.

Задание 2. Найти производные функций:

2.1. $y = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$

Решение:

$$y' = \left(\frac{e^x - e^{-x}}{2} \right)' = \frac{1}{2} \left((e^x)' - (e^{-x})' \right) = \frac{1}{2} (e^x + e^{-x}) = \frac{e^x + e^{-x}}{2}.$$

. 2.2. $y = \ln \sqrt{\cos x}$.

Решение:

Используем правило дифференцирования сложной функции: $(f(g(x)))' = f'(g) \cdot g'(x)$.

$$y' = (\ln \sqrt{\cos x})' = \frac{1}{\sqrt{\cos x}} \cdot (\sqrt{\cos x})' = \frac{1}{\sqrt{\cos x}} \cdot \frac{1}{2\sqrt{\cos x}} \cdot \cos' x = \frac{\sin x}{2 \cos x} = \frac{1}{2} \operatorname{tg} x.$$

Заметим, что этот результат можно было получить, представив функцию в виде $\frac{1}{2} \ln \cos x$.

2.3. $y = e^{-x} \ln x$.

Решение:

Воспользуемся правилом дифференцирования произведения двух функций: $(uv)' = u'v + uv'$. Получим $y' = (e^{-x} \ln x)' = -e^{-x} \cdot \ln x + \frac{e^{-x}}{x}$.

2.4. $y = \arccos \frac{1}{x^3}$.

Решение:

Снова используем формулу производной сложной функции: $(f(g(x)))' = f'(g) \cdot g'(x)$. Получим:

$$y' = \left(\arctg \frac{1}{x^2} \right)' = \frac{1}{1 + \frac{1}{x^4}} \cdot \left(\frac{1}{x^2} \right)' = \frac{x^4}{x^4 + 1} \cdot \left(-\frac{2}{x^3} \right) = -\frac{2x}{x^4 + 1}.$$

Задание 3. Продифференцировать неявно заданную функцию $2xy^2 - x^2y + x^2 + 2 = 0$.

Решение:

Продифференцируем обе части данного уравнения по переменной x , учитывая при этом, что y является функцией аргумента x . Получим:

$$(2xy^2 - x^2y + x^2 + 2)'_x = 2y^2 + 4xyy' - 2xy - x^2y' + 2x = 0. \text{ Из полученного равенства выразим производной } y'_x: 4xyy' - x^2y' = 2xy - 2y^2 - 2x, \text{ откуда}$$
$$y' = \frac{2xy - 2y^2 - 2x}{4xy - x^2}.$$

Задание 4. Продифференцировать функцию, заданную параметрически:

$$\begin{cases} x = 2 \cos t^2, \\ y = \sin t - 3t. \end{cases}$$

Решение:

Используем правило дифференцирования функции, заданной параметрически: $y'_x = \frac{y'_t}{x'_t}$. Получим: $y'_x = \frac{(2 \cos t^2)'}{(\sin t - 3t)'} = \frac{-4t \sin t^2}{\cos t - 3} = \frac{4t \sin t^2}{3 - \cos t}$.

Задание 5. Вычислить с помощью дифференциала приближённое значение выражения $\sqrt[5]{31}$.

Решение:

Используем приближённое равенство: $\Delta f(x) \approx df(x) = f'(x)\Delta x$, верное при малых значениях Δx . Откуда: $f(x_0 + \Delta x) \approx f(x_0) + f'(x_0)\Delta x$.

Преобразуем сначала исходное выражение:

$$\sqrt[5]{31} = \sqrt[5]{32 - 1} = \sqrt[5]{32(1 - \frac{1}{32})} = 2\sqrt[5]{1 - \frac{1}{32}}. \text{ Положим } f(x) = \sqrt[5]{x}, \quad x_0 = 1, \quad \Delta x = -\frac{1}{32}.$$

Производная равна: $f'(x) = \frac{1}{5\sqrt[5]{x^4}}$, $f'(1) = 1$. Окончательно имеем:

$$\sqrt[5]{31} \approx 2(1 + 1 \cdot (-\frac{1}{32})) = \frac{31}{16} = 1\frac{15}{16}.$$

Задание 6. Найти вторую производную функции $y = \frac{x}{x^2 + 1}$.

Решение:

Сначала находим первую производную:

$$y' = \left(\frac{x}{x^2 + 1} \right)' = \frac{x^2 + 1 - 2x^2}{(x^2 + 1)^2} = \frac{1 - x^2}{(x^2 + 1)^2}.$$

Вычисляем вторую производную:

$$y'' = \left(\frac{1 - x^2}{(x^2 + 1)^2} \right)' = \frac{-2x(x^2 + 1)^2 - 4x(1 - x^2)(x^2 + 1)}{(x^2 + 1)^4} =$$

$$= \frac{-2x(x^2+1)-4x(1-x^2)}{(x^2+1)^3} = \frac{-2x^3+2x-4x+4x^3}{(x^2+1)^3} = \frac{2x^3-2x}{(x^2+1)^3}.$$

Задание 7. Составить уравнения касательной и нормали к графику функции $y = \sin 2x$ в точке $x_0 = \frac{\pi}{3}$.

Решение:

Запишем уравнение касательной: $y - f(x_0) = f'(x_0)(x - x_0)$. В нашем случае $f(x_0) = \sin \frac{2\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $f'(x_0) = 2 \cos \frac{2\pi}{3} = -1$. Подставляем в уравнение:

$$y - \frac{\sqrt{3}}{2} = x - \frac{\pi}{3}, \text{ откуда } y = x - \frac{\pi}{3} + \frac{\sqrt{3}}{2} - \text{уравнение касательной.}$$

Запишем уравнение нормали: $y - f(x_0) = -\frac{1}{f'(x_0)} \cdot (x - x_0)$. Подставив в это уравнение числовые данные: $y - \frac{\sqrt{3}}{2} = -(x - \frac{\pi}{3})$, откуда $y = -x + \frac{\pi}{3} + \frac{\sqrt{3}}{2}$ - уравнение нормали.

Задание 8. Найти производную функции $y = (\sin x)^{\sin x}$ с помощью логарифмического дифференцирования.

Решение:

Запишем общую формулу логарифмической производной: $y' = f(x) \cdot (\ln f(x))'$. В нашем случае:

$$y = (\sin x)^{\sin x} \Rightarrow \ln y = \ln(\sin x)^{\sin x} \Rightarrow \frac{y'}{y} = (\ln(\sin x)^{\sin x})' \Rightarrow y' = y \cdot (\sin x \ln \sin x)' \Rightarrow$$

$$\Rightarrow y(\cos x \ln \sin x + \sin x \cdot \frac{\cos x}{\sin x}) = (\sin x)^{\sin x} \cdot (\cos x \ln \sin x + \sin x \cdot \operatorname{ctg} x) = (\sin x)^{\sin x+1} (\ln \sin x + \operatorname{ctg} x)$$

Задание 9. Исследовать функцию и построить ее график: $y = \frac{\ln x}{x}$

Решение.

Функция определена и непрерывна в интервале $(0; +\infty)$. В граничной точке $x=0$ области определения функция имеет бесконечный разрыв, так как $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln x}{x} = -\infty$.

Так как в точке $x=0$ функция имеет бесконечный разрыв, то прямая $x=0$ является вертикальной асимптотой. Найдем уравнение наклонной асимптоты $y = kx + b$ (если она существует).

$$k = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln x}{x^2} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{1}{x}}{2x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{2x^2} = 0;$$

$$b = \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{\ln x}{x} - 0 \cdot x \right) = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln x}{x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{1}{x}}{1} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x} = 0.$$

(При нахождении пределов воспользовались правилом Лопиталья).

Итак, $k=b=0$ и уравнение асимптоты $y=0$. Таким образом, график имеет в качестве асимптот оси координат.

Найдем производную функции и критические точки:

$y' = \frac{1-\ln x}{x^2}$. Стационарная критическая точка: $x=e$. Исследуем знак производной на интервалах $(0;e)$ и $(e;\infty)$.



Составим таблицу:

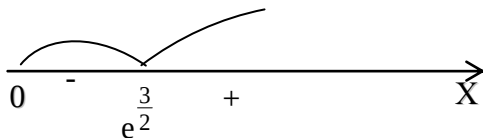
x	$(0;e)$	e	$(e;+\infty)$
y'	+	0	-
y	возрастает	max	убывает

Экстремум функции: $y_{\max} = \frac{1}{e} \approx 0,37$.

Найдем вторую производную и значения x , при которых график может иметь точку перегиба:

$$y'' = \frac{2\ln x - 3}{x^3}, \quad y'' = 0 \text{ при } x = e^{\frac{3}{2}}.$$

Определим знак второй производной в интервалах $(0;e^{\frac{3}{2}})$ и $(e^{\frac{3}{2}};+\infty)$:

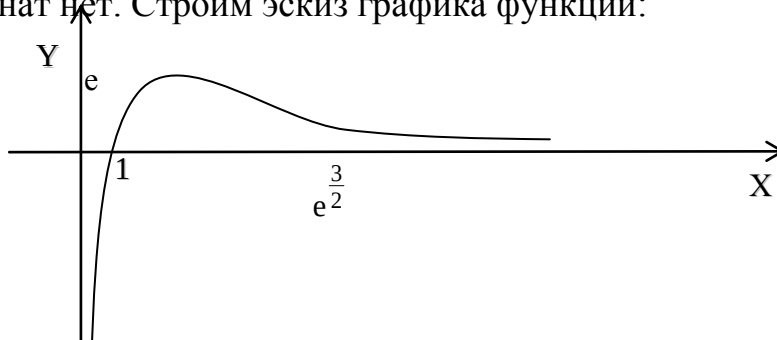


Составим таблицу:

x	$(0;e^{\frac{3}{2}})$	$e^{\frac{3}{2}} \approx 4,48$	$(e^{\frac{3}{2}};+\infty)$
y''	-	0	+
график	выпуклый	точка перегиба	вогнутый

$$y(e^{\frac{3}{2}}) = \frac{3}{2e^{\frac{3}{2}}} \approx 0,33$$

График пересекает ось абсцисс в точке $(1;0)$. Точек пересечения с осью ординат нет. Строим эскиз графика функции:



Задание 10. Найти наибольшее и наименьшее значение функции $y = \frac{1}{3}x^3 - 4x + 5$ на отрезке $[0; 3]$.

Решение:

Найдём область определения функции: $D(f) = R$. Далее, продифференцируем функцию: $y' = (\frac{1}{3}x^3 - 4x + 5)' = x^2 - 4$. Найдём критические точки: $y' = 0 \Leftrightarrow x^2 - 4 = 0 \Leftrightarrow x = \pm 2$. Одна из них, $x = 2$, принадлежит рассматриваемому промежутку. Определим значение функции в границах отрезка и в этой точке:

$$y(0) = 5; y(2) = -\frac{1}{3}; y(3) = 2. \text{ Таким образом, } \min_{[0;3]} y = -\frac{1}{3}; \max_{[0;3]} y = 5.$$

Вариант № 1.

Задание 1. Вычислить приращение функции $f(x) = x^2$ в точке $x_0 = 0$, соответствующее приращению аргумента $\Delta x = 0,02$.

Задание 2. Найти производные функций:

$$2.1. y = \frac{e^x}{e^x - 2}. \quad 2.2. y = \cos \sqrt{\sin x}. \quad 2.3. y = x^2 \ln x. \quad 2.4. y = \arccos \frac{1}{x^3}.$$

Задание 3. Продифференцировать неявно заданную функцию $xy^3 - 4xy + x^2 + 2 = 0$.

Задание 4. Продифференцировать функцию, заданную параметрически:

$$\begin{cases} x = 2t^2, \\ y = t - 3t^2. \end{cases}$$

Задание 5. Вычислить с помощью дифференциала приближённое значение выражения $\sin 46^\circ$.

Задание 6. Найти вторую производную функции $y = \frac{1}{x^2 - 1}$.

Задание 7. Составить уравнения касательной и нормали к графику функции $y = \cos 3x$ в точке $x_0 = \frac{\pi}{6}$.

Задание 8. Найти производную функции $y = x^{\sin x}$ с помощью логарифмического дифференцирования.

Задание 9. Исследовать функцию $y = x^3 - 3x^2$ и построить схематически её график.

Задание 10. Найти наибольшее и наименьшее значение функции $y = \frac{1}{x^2}$ на отрезке $[1; 3]$.

Вариант № 2.

Задание 1. Вычислить приращение функции $f(x) = x^3$ в точке $x_0 = 0$, соответствующее приращению аргумента $\Delta x = 0,02$.

Задание 2. Найти производные функций:

2.1. $y = \frac{e^x + 1}{e^x - e^{-x}}$. 2.2. $y = \cos \sqrt{x^3}$. 2.3. $y = x^2 \ln(x + 4)$. 2.4. $y = \arcsin \frac{1}{x^3}$.

Задание 3. Продифференцировать неявно заданную функцию:
 $x^2 y^3 - x^2 y + x^2 + 1 = 0$.

Задание 4. Продифференцировать функцию, заданную параметрически:

$$\begin{cases} x = 2t^2 + 6t, \\ y = 2t - 3t^3. \end{cases}$$

Задание 5. Вычислить с помощью дифференциала приближённое значение выражения $\sin 44^\circ$.

Задание 6. Найти вторую производную функции $y = \frac{x}{x^2 - 1}$.

Задание 7. Составить уравнения касательной и нормали к графику функции $y = \cos 5x$ в точке $x_0 = \frac{\pi}{6}$.

Задание 8. Найти производную функции $y = (\cos x)^{\sin x}$ с помощью логарифмического дифференцирования.

Задание 9. Исследовать функцию $y = 3x^2 - 2x^3$ и построить схематически её график.

Задание 10. Найти наибольшее и наименьшее значение функции $y = \frac{1}{x^2 - 1}$ на отрезке $[2; 5]$.

Вариант № 3.

Задание 1. Вычислить приращение функции $f(x) = x^4$ в точке $x_0 = 0$, соответствующее приращению аргумента $\Delta x = 0,02$.

Задание 2. Найти производные функций:

2.1. $y = \frac{e^x + e^{-x}}{e^x - e^{-x}}$. 2.2. $y = \cos \sqrt[3]{x}$. 2.3. $y = x^3 \ln(x^2 + 4x)$. 2.4. $y = \arctg \frac{1}{x^3}$.

Задание 3. Продифференцировать неявно заданную функцию:
 $x^2 y^3 - x^2 y - x^2 + y = 0$.

Задание 4. Продифференцировать функцию, заданную параметрически:

$$\begin{cases} x = 2t^2 + t + 3, \\ y = t^2 - 4t^3. \end{cases}$$

Задание 5. Вычислить с помощью дифференциала приближённое значение выражения $\cos 44^\circ$.

Задание 6. Найти вторую производную функции $y = \frac{x}{x^2 + 1}$.

Задание 7. Составить уравнения касательной и нормали к графику функции $y = \sin \frac{1}{2}x$ в точке $x_0 = \frac{\pi}{6}$.

Задание 8. Найти производную функции $y = (\cos x)^x$ с помощью логарифмического дифференцирования.

Задание 9. Исследовать функцию $y = x^3 - 2x^2 + x$ и построить схематически её график.

Задание 10. Найти наибольшее и наименьшее значение функции $y = \frac{1}{x^2 + 1}$ на отрезке $[-1; 1]$.

Вариант № 4.

Задание 1. Вычислить приращение функции $f(x) = x^4$ в точке $x_0 = 1$, соответствующее приращению аргумента $\Delta x = 0,01$.

Задание 2. Найти производные функций:

2.1. $y = \frac{e^x + e^{-x}}{e^x - 1}$. 2.2. $y = \sin \sqrt[3]{x}$. 2.3. $y = x^3 \cos(x^2 + 1)$. 2.4. $y = \operatorname{arccctg} \frac{1}{x}$.

Задание 3. Продифференцировать неявно заданную функцию:
 $3x^2y^2 - x^2y - 3x + y = 0$.

Задание 4. Продифференцировать функцию, заданную параметрически:

$$\begin{cases} x = 2t^2 - 5t, \\ y = 3t^2 - 4t^4 + 1. \end{cases}$$

Задание 5. Вычислить с помощью дифференциала приближённое значение выражения $\cos 61^\circ$.

Задание 6. Найти вторую производную функции $y = \frac{x^2}{x^2 + 1}$.

Задание 7. Составить уравнения касательной и нормали к графику функции $y = \sin \frac{1}{4}x$ в точке $x_0 = \pi$.

Задание 8. Найти производную функции $y = (\sin x)^{\cos x}$ с помощью логарифмического дифференцирования.

Задание 9. Исследовать функцию $y = (x - 2)^2(x + 3)$ и построить схематически её график.

Задание 10. Найти наибольшее и наименьшее значение функции $y = \frac{x}{x^2 + 1}$ на отрезке $[-2; 2]$.

Вариант № 5.

Задание 1. Вычислить приращение функции $f(x) = x^3$ в точке $x_0 = 1$, соответствующее приращению аргумента $\Delta x = 0,01$.

Задание 2. Найти производные функций:

2.1. $y = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + 1}$. 2.2. $y = \ln(\cos x)$. 2.3. $y = x^2 \sin x^2$. 2.4. $y = \arccos \sqrt{x}$.

Задание 3. Продифференцировать неявно заданную функцию:
 $3x^3y^2 + 2xy - 3x + y - 4 = 0$.

Задание 4. Продифференцировать функцию, заданную параметрически:

$$\begin{cases} x = 2t^3 + t^2, \\ y = 3t^4 - t^3. \end{cases}$$

Задание 5. Вычислить с помощью дифференциала приближённое значение выражения $\cos 89^\circ$.

Задание 6. Найти вторую производную функции $y = \frac{x-1}{x^2}$.

Задание 7. Составить уравнения касательной и нормали к графику функции $y = \operatorname{tg} \frac{1}{4}x$ в точке $x_0 = \pi$.

Задание 8. Найти производную функции $y = (\sin x)^{\ln x}$ с помощью логарифмического дифференцирования.

Задание 9. Исследовать функцию $y = (x-1)^2(x+2)^2$ и построить схематически её график.

Задание 10. Найти наибольшее и наименьшее значение функции $y = x^2 + \frac{1}{x}$ на отрезке $\left[\frac{1}{2}; 2\frac{1}{2}\right]$.

Вариант № 6.

Задание 1. Вычислить приращение функции $f(x) = \frac{1}{x}$ в точке $x_0 = 1$, соответствующее приращению аргумента $\Delta x = 0,01$.

Задание 2. Найти производные функций:

2.1. $y = x^2 e^x$. 2.2. $y = \sqrt{\cos x}$. 2.3. $y = \frac{x-3}{x^3}$. 2.4. $y = e^{-\sqrt{x}}$.

Задание 3. Продифференцировать неявно заданную функцию:
 $x^3y + 3xy^2 - 3x^2 + y = 0$.

Задание 4. Продифференцировать функцию, заданную параметрически:

$$\begin{cases} x = 2 \cos 2t, \\ y = t \sin 2t. \end{cases}$$

Задание 5. Вычислить с помощью дифференциала приближённое значение выражения $\sqrt[5]{34}$.

Задание 6. Найти вторую производную функции $y = 3 \sin \frac{x}{4}$.

Задание 7. Составить уравнения касательной и нормали к графику функции $y = x^3 - x$ в точке $x_0 = 2$.

Задание 8. Найти производную функции $y = x^{x^2}$ с помощью логарифмического дифференцирования.

Задание 9. Исследовать функцию $y = \frac{x+2}{x^2+2x+2}$ и построить схематически её график.

Задание 10. Найти наибольшее и наименьшее значение функции $y = \cos 2x$ на отрезке $\left[\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right]$.

Вариант № 7.

Задание 1. Вычислить приращение функции $f(x) = \frac{1}{x^2}$ в точке $x_0 = 1$, соответствующее приращению аргумента $\Delta x = 0,01$.

Задание 2. Найти производные функций:

2.1. $y = xe^{3x}$. 2.2. $y = \sqrt{\sin x}$. 2.3. $y = \frac{x-1}{x^3+1}$. 2.4. $y = 2^{-\sqrt{x}}$.

Задание 3. Продифференцировать неявно заданную функцию:
 $3x^3y + 3xy^2 - 3x^2 + y^2 - xy = 0$.

Задание 4. Продифференцировать функцию, заданную параметрически:

$$\begin{cases} x = 2t \cos t, \\ y = t^2 \sin t. \end{cases}$$

Задание 5. Вычислить с помощью дифференциала приближённое значение выражения $\sqrt[5]{240}$.

Задание 6. Найти вторую производную функции $y = -4\cos\frac{x}{4}$.

Задание 7. Составить уравнения касательной и нормали к графику функции $y = x^2 - 3x + 2$ в точке $x_0 = 2$.

Задание 8. Найти производную функции $y = x^{x^3}$ с помощью логарифмического дифференцирования.

Задание 9. Исследовать функцию $y = \frac{x}{x^2 + 2}$ и построить схематически её график.

Задание 10. Найти наибольшее и наименьшее значение функции $y = \sin 2x$ на отрезке $\left[\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right]$.

Вариант № 8.

Задание 1. Вычислить приращение функции $f(x) = \frac{1}{x^3}$ в точке $x_0 = 1$, соответствующее приращению аргумента $\Delta x = 0,01$.

Задание 2. Найти производные функций:

2.1. $y = x^2 e^{3x}$. 2.2. $y = \sqrt{\lg x}$. 2.3. $y = \frac{x-1}{x^2+1}$. 2.4. $y = 2^{\frac{1}{x}}$.

Задание 3. Продифференцировать неявно заданную функцию:
 $-x^3 y^2 + 6xy^2 + 3x^2 - xy = 0$.

Задание 4. Продифференцировать функцию, заданную параметрически:

$$\begin{cases} x = 2t - \cos t, \\ y = t^2 \sin 2t. \end{cases}$$

Задание 5. Вычислить с помощью дифференциала приближённое значение выражения $\sqrt[3]{66}$.

Задание 6. Найти вторую производную функции $y = \frac{3}{16} \operatorname{tg} 4x$.

Задание 7. Составить уравнения касательной и нормали к графику функции $y = x^2 + 3x + 2$ в точке $x_0 = 2$.

Задание 8. Найти производную функции $y = x^{5x}$ с помощью логарифмического дифференцирования.

Задание 9. Исследовать функцию $y = \frac{3}{2x^2 + 1}$ и построить схематически её график.

Задание 10. Найти наибольшее и наименьшее значение функции $y = \operatorname{tg} \frac{x}{2}$ на отрезке $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$.

Вариант № 9.

Задание 1. Вычислить приращение функции $f(x) = \frac{1}{x^3}$ в точке $x_0 = 1$, соответствующее приращению аргумента $\Delta x = 0,1$.

Задание 2. Найти производные функций:

2.1. $y = x^3 e^{-x}$. 2.2. $y = \sqrt{\operatorname{ctg} x}$. 2.3. $y = \frac{x-1}{x^2-2x}$. 2.4. $y = 2^{\frac{1}{x^2}}$.

Задание 3. Продифференцировать неявно заданную функцию:
 $-2x^2 y^3 + xy^2 - 3x^2 - 6xy = 0$.

Задание 4. Продифференцировать функцию, заданную параметрически:

$$\begin{cases} x = t + \cos 2t, \\ y = t^2 - \sin 2t. \end{cases}$$

Задание 5. Вычислить с помощью дифференциала приближённое значение выражения $\sqrt[3]{26}$.

Задание 6. Найти вторую производную функции $y = -\frac{5}{16} \operatorname{ctg} 4x$.

Задание 7. Составить уравнения касательной и нормали к графику функции $y = x^2 + 5x + 6$ в точке $x_0 = -1$.

Задание 8. Найти производную функции $y = (3x)^x$ с помощью логарифмического дифференцирования.

Задание 9. Исследовать функцию $y = 2x^2 - \frac{1}{x}$ и построить схематически её график.

Задание 10. Найти наибольшее и наименьшее значение функции $y = \operatorname{ctg} \frac{x}{2}$ на отрезке $\left[\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right]$.

Вариант № 10.

Задание 1. Вычислить приращение функции $f(x) = \frac{1}{x^2}$ в точке $x_0 = 2$, соответствующее приращению аргумента $\Delta x = 0,1$.

Задание 2. Найти производные функций:

2.1. $y = x^2 e^{2-x}$. 2.2. $y = \sqrt[3]{\cos x}$. 2.3. $y = \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}$. 2.4. $y = 2^{(1-x^2)}$.

Задание 3. Продифференцировать неявно заданную функцию:
 $4xy^3 + 2xy^2 + x^2 - 6xy + x = 0$.

Задание 4. Продифференцировать функцию, заданную параметрически:

$$\begin{cases} x = t + 2 \sin 2t, \\ y = 2t - t \cos 2t. \end{cases}$$

Задание 5. Вычислить с помощью дифференциала приближённое значение выражения $\sqrt[4]{15}$.

Задание 6. Найти вторую производную функции $y = \ln(\sin x)$.

Задание 7. Составить уравнения касательной и нормали к графику функции $y = x^2 - 5x + 6$ в точке $x_0 = -1$.

Задание 8. Найти производную функции $y = (3x)^{2x}$ с помощью логарифмического дифференцирования.

Задание 9. Исследовать функцию $y = x^2 + \frac{8}{x}$ и построить схематически её график.

Задание 10. Найти наибольшее и наименьшее значение функции

$$y = \sin \frac{x}{2} \text{ на отрезке } \left[\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2} \right].$$