

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
«Тульский государственный университет»

Институт прикладной математики и компьютерных наук
Кафедра «Вычислительная техника»

Утверждено на заседании кафедры
«Вычислительная техника»
«28 » января 2021 г., протокол № 8

Заведующий кафедрой


_____ А.Н. Ивутин

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ
по проведению практических (семинарских) занятий
по дисциплине (модулю)
«Математическая статистика»

основной профессиональной образовательной программы
высшего образования – программы бакалавриата

по направлению подготовки
09.03.01 Информатика и вычислительная техника

с направленностью (профилем)
Электронно-вычислительные машины, комплексы, системы и сети

Формы обучения: очная, заочная

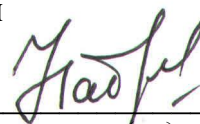
Идентификационный номер образовательной программы: 090301-02-21

Тула 2021 год

Разработчик(и) методических указаний

Набродова И.Н., доцент, к.т.н.

(ФИО, должность, ученая степень, ученое звание)



(подпись)

Оглавление

Практическая работа №1 Выборочный метод	4
Практическая работа №2 Оценка параметров распределений	7
Список литературы	16

Практическая работа №1 Выборочный метод

1. Цель и задачи работы

Целью практической работы является изучение основных методов обработки данных, представленных выборкой, путем построения гистограммы.

2. Порядок выполнения работы

- ознакомиться с теоретическими сведениями;
- выполнить задание;
- оформить отчет;
- ответить на контрольные вопросы, заданные преподавателем.

3. Оформление отчета

Отчет должен содержать: титульный лист, цель работы, описание пунктов выполнения лабораторной работы в соответствии с заданием, ответы на контрольные вопросы и выводы по работе.

4. Теоретические сведения

Пусть для изучения количественного (дискретного или непрерывного) признака X из генеральной совокупности извлечена выборка $x_1, x_2, \dots, x_k$ объема n . Наблюдавшиеся значения x_i признака X называют *вариантами*, а последовательность вариантов, записанных в возрастающем порядке, – *вариационным рядом*.

Статистическим распределением выборки называют перечень вариантов x_i вариационного ряда и соответствующих им частот n_i (сумма всех частот равна объему выборки n) или относительных частот w_i (ω_i) (сумма всех относительных частот равна единице). Статистическое распределение выборки можно задать также в виде последовательности интервалов и соответствующих им частот (в качестве частоты интервала принимают сумму частот вариантов, попавших в этот интервал).

Эмпирической функцией распределения (функцией распределения выборки) называют функцию $F^*(x)$, определяющую для каждого значения x относительную частоту события $X \leq x$:

$$F^*(x) = n_x/n,$$

где n_x – число вариантов, меньших x , n – объем выборки.

Эмпирическая функция обладает следующими свойствами.

Свойство 1. Значения эмпирической функции принадлежат отрезку $[0; 1]$.

Свойство 2. $F^*(x)$ – неубывающая функция.

Свойство 3. Если x_1 – наименьшая варианта, а x_k – наибольшая, то $F^*(x) = 0$ при $x \leq x_1$ и $F^*(x) = 1$ при $x > x_k$.

Дискретное распределение признака X . Полигоном частот называют ломаную, отрезки которой соединяют точки $(x_1, n_1), (x_2, n_2), \dots, (x_k, n_k)$, где x_i – варианты выборки и n_i – соответствующие им частоты.

Полигоном относительных частот называют ломаную, отрезки которой соединяют точки $(x_1, \omega_1), (x_2, \omega_2), \dots, (x_k, \omega_k)$, где x_i – варианты выборки и ω_k – соответствующие им относительные частоты.

Непрерывное распределение признака X. При непрерывном распределении признака весь интервал, в котором заключены все наблюдаемые значения признака, разбивают на ряд частичных интервалов длины h и находят n_i – сумму частот вариантов, попавших в 1-й интервал. *Гистограммой частот* называют ступенчатую фигуру, состоящую из прямоугольников, основаниями которых служат частичные интервалы длины h , а высоты равны отношению n_i/h (плотность частоты). Площадь частичного i -го прямоугольника равна $h(n_i/h) = n_i$ – сумме частот вариантов, попавших в i -й интервал. Площадь гистограммы частот равна сумме всех частот, т. е. объему выборки n .

Гистограммой относительных частот называют ступенчатую фигуру, состоящую из прямоугольников, основаниями которых служат частичные интервалы длины h , а высоты равны отношению ω_i/h (плотность относительной частоты). Площадь частичного 1-го прямоугольника равна $h(\omega_i/h) = \omega_i$ – относительной частоте вариантов, попавших в 1-й интервал. Площадь гистограммы относительных частот равна сумме всех относительных частот, т. е. единице.

5. Оборудование

Персональный компьютер с установленной операционной системой Windows XP/7/8, браузер (Например, Internet Explorer, Google Chrome, Opera), текстовый редактор OOo Writer (MS Word), пакет офисных приложений «Мой офис».

6. Задание на работу

1. Выборка задана в виде распределения частот:

x_i	4	7	8	12
n_i	5	2	3	10

Найти распределение относительных частот.

2. Найти эмпирическую функцию по данному распределению выборки:

x_i	4	7	8
n_i	5	2	3

3. Найти эмпирическую функцию по данному распределению выборки:

x_i	2	5	7	8
n_i	1	3	2	4

4. Построить полигон частот по данному распределению выборки:

x_i	2	3	5	6
n_i	10	15	5	20

5. Построить полигон частот по данному распределению выборки:

x_i	15	20	25	30	35
n_i	10	15	30	20	25

6. Построить гистограмму частот по данному распределению выборки:

Номер интервала, i	Частичный интервал, $x_i - x_{i+1}$	Сумма частот вариант интервала, n_i	Плотность частоты, n_i/h
1	2-7	5	
2	7-12	10	
3	12-17	25	
4	17-22	6	
5	22-27	4	

7. Построить гистограмму частот по данному распределению выборки:

Номер интервала, i	Частичный интервал, $x_i - x_{i+1}$	Сумма частот вариант интервала, n_i	Плотность частоты, n_i/h
1	3-5	4	
2	5-7	6	
3	7-9	20	
4	9-11	40	
5	11-13	20	
6	13-15	4	
7	15-17	6	

8. Построить гистограмму относительных частот по данному распределению выборки:

Номер интервала, i	Частичный интервал, $x_i - x_{i+1}$	Сумма частот вариант интервала, n_i
1	10-15	2
2	15-20	4
3	20-25	8
4	25-30	4
5	30-35	2

9. Построить гистограмму относительных частот по данному распределению выборки:

Номер интервала, i	Частичный интервал, $x_i - x_{i+1}$	Сумма частот вариант интервала, n_i
1	2-5	6
2	5-8	10
3	8-11	4
4	11-14	5

7. Контрольные вопросы

1. Что является предметом изучения математической статистики?
2. Что такое статистические данные?
3. Какие основные задачи решает математическая статистика?
4. Что такое генеральная и выборочная совокупности?
5. Какие существуют способы образования выборки?
7. Графики статистического распределения: полигон и гистограмма.
8. Как задаётся эмпирическая функция распределения?

Практическая работа №2 Оценка параметров распределений

1. Цель и задачи работы

Целью практической работы является получения навыков при решении задач использования оценки параметров распределений: смещенных и несмещенных, различными методами.

2. Порядок выполнения работы

- ознакомиться с теоретическими сведениями;
- выполнить задание;
- оформить отчет;
- ответить на контрольные вопросы, заданные преподавателем.

3. Оформление отчета

Отчет должен содержать: титульный лист, цель работы, описание пунктов выполнения лабораторной работы в соответствии с заданием, ответы на контрольные вопросы и выводы по работе.

4. Теоретические сведения

Статистической оценкой Θ^* неизвестного параметра Θ в теоретического распределения называют функцию $f(X_1, X_2, \dots, X_n)$ от наблюдаемых случайных величин $X_1, X_2, \dots, X_n$

Точечной называют статистическую оценку, которая определяется одним числом $\Theta^* = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$, где $x_1, x_2, \dots, x_n$ – результаты n наблюдений над количественным признаком X (выборка).

Несмещенной называют точечную оценку, математическое ожидание которой равно оцениваемому параметру при любом объеме выборки.

Смещенной называют точечную оценку, математическое ожидание которой не равно оцениваемому параметру.

Несмещенной оценкой генеральной средней (математического ожидания) служит выборочная средняя:

$$\bar{x}_B = \left(\sum_{i=1}^k n_i x_i \right) / n,$$

$$n = \sum_{i=1}^k n_i$$

где x_i – варианты выборки, n_i – частота варианты x_i , – объем выборки.

Замечание 1. Если первоначальные варианты x_i – большие числа, то для упрощения расчета целесообразно вычесть из каждой варианты одно и то же число C , т. е. перейти к условным вариантам $u_i = x_i - C$ (в качестве C выгодно принять число, близкое к выборочной средней; поскольку выборочная средняя неизвестна, число C выбирают «на глаз»).

$$\bar{x}_B = C + (\sum n_i u_i) / n.$$

Смещенной оценкой генеральной дисперсии служит выборочная дисперсия:

$$D_B = \left(\sum_{i=1}^k n_i (x_i - \bar{x}_B)^2 \right) / n;$$

эта оценка является смещенной, так как

$$M[D_B] = \frac{n-1}{n} D_{\Gamma}.$$

Более удобна формула

$$D_B = \bar{x}^2 - [\bar{x}]^2 = \frac{\sum n_i x_i^2}{n} - \left[\frac{\sum n_i x_i}{n} \right]^2.$$

Замечание 2. Если первоначальные варианты x_i – большие числа, то целесообразно вычесть из всех вариантов одно и то же число C , равное выборочной средней или близкое к ней, т. е. перейти к условным вариантам $u_i = x_i - C$ (дисперсия при этом не изменится).

Тогда

$$D_B(X) = D_B(u) = \bar{u}^2 - [\bar{u}]^2 = \frac{\sum n_i u_i^2}{n} - \left[\frac{\sum n_i u_i}{n} \right]^2.$$

Замечание 3. Если первоначальные варианты являются десятичными дробями с k десятичными знаками после запятой, то, чтобы избежать действий с дробями, умножают первоначальные варианты на постоянное число $C = 10^k$, т.е. переходят к условным вариантам $u_i = Cx_i$. При этом дисперсия увеличится в C^2 раз.

Поэтому, найдя дисперсию условных вариантов, надо разделить ее на C^2 :

$$D_B(X) = D_B(u) / C^2.$$

Несмещенной оценкой генеральной дисперсии служит исправленная выборочная дисперсия

$$s^2 = \frac{n}{n-1} \cdot D_B = \frac{\sum n_i (x_i - \bar{x}_B)^2}{n-1},$$

Более удобна формула

$$s_X^2 = \frac{\sum n_i x_i^2 - [\sum n_i x_i]^2 / n}{n-1}.$$

В условных вариантах она имеет вид

$$s_u^2 = \frac{\sum n_i u_i^2 - [\sum n_i u_i]^2 / n}{n-1},$$

причем если $u_i = x_i - C$, то $S_X^2 = S_u^2$ если $u_i = Cx_i$, то $S_X^2 = S_u^2 / C^2$.

Замечание 4. При большом числе данных используют метод произведений или метод сумм.

Задача 1. Из генеральной совокупности извлечена выборка объема $n=50$:

варианта	x_i	2	5	7	10
частота	n_{i1}	16	12	8	14

Найти несмещенную оценку генеральной средней.

Решение. Несмещенной оценкой генеральной средней является выборочная средняя

$$\bar{x}_B = (\sum n_i x_i) / n = (16 \cdot 2 + 12 \cdot 5 + 8 \cdot 7 + 14 \cdot 10) / 50 = 5,76.$$

Метод моментов точечной оценки неизвестных параметров заданного распределения состоит в приравнивании теоретических моментов соответствующим эмпирическим моментам того же порядка.

Если распределение определяется одним параметром, то для его отыскания приравнивают один теоретический момент одному эмпирическому моменту того же порядка. Например, можно приравнять начальный теоретический момент первого порядка начальному эмпирическому моменту первого порядка: $v_1 = M_1$. Учитывая, что $v_1 = M(X)$ и $M_1 = \bar{x}_B$, получим $M(X) = \bar{x}_B$.

Математическое ожидание является функцией от неизвестного параметра заданного распределения, поэтому, решив уравнение $M(X) = \bar{x}_B$ относительно неизвестного параметра, тем самым получим его точечную оценку.

Если распределение определяется двумя параметрами, то приравнивают два теоретических момента двум соответствующим эмпирическим моментам того же порядка. Например, можно приравнять начальный теоретический момент первого порядка начальному эмпирическому моменту первого порядка и центральный теоретический момент второго порядка центральному эмпирическому моменту второго порядка: $v_1 = M_1$, $\mu_2 = m_2$.

Учитывая, что $v_1 = M(X)$, $M_1 = \bar{x}_B$, $\mu_2 = D(X)$, $m_2 = D_B$, имеем

$$\begin{cases} M(X) = \bar{x}_B, \\ D(X) = D_B. \end{cases}$$

Левые части этих равенств являются функциями от неизвестных параметров, поэтому, решив данную систему относительно неизвестных параметров, тем самым получим их точечные оценки.

Для вычисления выборочной средней $\bar{x}_B$ и выборочной дисперсии D_B надо располагать выборкой $x_1, x_2, \dots, x_n$.

Задача 2. Случайная величина X распределена по закону Пуассона

$$P_m(x_i) = \lambda^{x_i} e^{-\lambda} / x_i!,$$

где m – число испытаний, произведенных в одном опыте; x_i – число появлений события в i -м опыте.

Найти методом моментов по выборке $x_1, x_2, \dots, x_n$ точечную оценку неизвестного параметра λ , определяющего распределение Пуассона.

Решение. Требуется оценить один параметр, поэтому достаточно иметь одно уравнение относительно этого параметра. Приравняем начальный

теоретический момент первого порядка v_1 начальному эмпирическому моменту первого порядка M_1 : $v_1 = M_1$

Приняв во внимание, что $v_1 = M(X)$, $M_1 = \bar{x}_B$, получим $M(X) = \bar{x}_B$. Учитывая, что математическое ожидание распределения Пуассона равно параметру λ этого распределения, окончательно имеем $\lambda = \bar{x}_B$.

Итак, точечной оценкой параметра к распределения Пуассона служит выборочная средняя: $\lambda^* = \bar{x}_B$.

Интервальной называют оценку, которая определяется двумя числами – концами интервала, покрывающего оцениваемый параметр.

Доверительным называют интервал, который с заданной надежностью γ покрывает заданный параметр.

1. Интервальной оценкой (с надежностью γ) математического ожидания μ нормально распределенного количественного признака X по выборочной средней $\bar{x}_B$ при известном среднем квадратическом отклонении σ генеральной совокупности служит доверительный интервал:

$$\bar{x}_B - t(\sigma/\sqrt{n}) < \mu < \bar{x}_B + t(\sigma/\sqrt{n})$$

где $t(\sigma/\sqrt{n}) = \delta$ – точность оценки, n – объем выборки, t – значение аргумента функции Лапласа $\Phi(t)$, при котором $\Phi(t) = \gamma/2$; при известном σ (и объеме

выборки $n < 30$) $\bar{x}_B - t_\gamma(s/\sqrt{n}) < \mu < \bar{x}_B + t_\gamma(s/\sqrt{n})$, где s – «исправленное» выборочное среднее квадратическое отклонение, t_γ находят по таблице по заданным n и γ .

2. Интервальной оценкой (с надежностью γ) среднего квадратического отклонения σ нормально распределенного количественного признака X по «исправленному» выборочному среднему квадратическому отклонению s служит доверительный интервал

$$s(1-q) < \sigma < s(1+q) \text{ (при } q < 1), \\ 0 < \sigma < s(1+q) \text{ (при } q > 1),$$

где q находят по таблице по заданным n и γ .

3. Интервальной оценкой (с надежностью γ) неизвестной вероятности p биномиального распределения по относительной частоте ω служит доверительный интервал (с приближенными концами p_1 и p_2)

$$p_1 < p < p_2$$

где

$$p_1 = \frac{n}{t^2 + n} \left[\omega^2 + \frac{t^2}{2n} - t \sqrt{\frac{\omega(1-\omega)}{n} + \left(\frac{t}{2n}\right)^2} \right], \\ p_2 = \frac{n}{t^2 + n} \left[\omega^2 + \frac{t^2}{2n} + t \sqrt{\frac{\omega(1-\omega)}{n} + \left(\frac{t}{2n}\right)^2} \right],$$

где n – общее число испытаний; m – число появлений события; ω – относительная частота, равная отношению m/n ; t – значение аргумента функции Лапласа, при котором $\Phi(t) = \gamma/2$ (γ – заданная надежность).

Замечание. При больших значениях n (порядка сотен) можно принять в качестве приближенных границ доверительного интервала

Задача 3. Найти доверительный интервал для оценки с надежностью 0,95 неизвестного математического ожидания a нормально распределенного признака X генеральной совокупности, если генеральное среднее квадратическое отклонение $\sigma=5$, выборочная средняя $\bar{x}_B=14$ и объем выборки $n=25$.

Решение. Требуется найти доверительный интервал

$$\bar{x}_B - t \frac{\sigma}{\sqrt{n}} < a < \bar{x}_B + t \frac{\sigma}{\sqrt{n}}.$$

Все величины, кроме t , известны. Найдем t из соотношения $\Phi(t) = 0,95/2 = 0,475$. По таблице находим $t = 1,96$.

Подставив $t=1,96$, $\bar{x}_B=14$, $\sigma=5$, $n=25$ в приведенную выше формулу, окончательно получим искомый доверительный интервал $12,04 < a < 15,96$.

5. Оборудование

Персональный компьютер с установленной операционной системой Windows XP/7/8, браузер (Например, Internet Explorer, Google Chrome, Opera), текстовый редактор ООО Writer (MS Word), пакет офисных приложений «Мой офис».

5. Оборудование

Персональный компьютер с установленной операционной системой Windows XP/7/8, браузер (Например, Internet Explorer, Google Chrome, Opera), текстовый редактор ООО Writer (MS Word), пакет офисных приложений «Мой офис».

6. Задание на работу

Вариант 1

1. По выборке объема $n=51$ найдена смещенная оценка $D_B=5$ генеральной дисперсии. Найти несмещенную оценку дисперсии генеральной совокупности.

2. Случайная величина X (число семян сорняков в пробе зерна) распределена по закону Пуассона. Ниже приведено распределение семян сорняков в $n=1000$ пробах зерна (в первой строке указано количество x_i сорняков в одной пробе; во второй строке указана частота n_i – число проб, содержащих x_i семян сорняков):

x_i	0	1	2	3	4	5	6
n_i	405	366	175	40	8	4	2

Найти методом моментов точечную оценку неизвестного параметра распределения Пуассона.

3. Произведено 10 измерений одним прибором (без систематической ошибки) некоторой физической величины, причем «исправленное» среднее квадратическое отклонение s случайных ошибок измерений оказалось равным 0,8. Найти точность прибора с надежностью 0,95. Предполагается, что результаты измерений распределены нормально.

Вариант 2

1. В итоге четырех измерений некоторой физической величины одним прибором (без систематических ошибок) получены следующие результаты: 8; 9; 11; 12. Найти: а) выборочную среднюю результатов измерений; б) выборочную и исправленную дисперсии ошибок прибора.

2. Случайная величина X (число нестандартных изделий в партии изделий) распределена по закону Пуассона. Ниже приведено распределение нестандартных изделий в $n=200$ партиях (в первой строке указано количество x_i нестандартных изделий в одной партии; во второй строке указана частота n_i – число партий, содержащих x_i нестандартных изделий):

x_i	0	1	2	3	4
n_i	132	43	20	3	2

Найти методом моментов точечную оценку неизвестного параметра λ , распределения Пуассона.

3. Одним и тем же прибором со средним квадратическим отклонением случайных ошибок измерений $\sigma=40$ м произведено пять равноточных измерений расстояния от орудия до цели. Найти доверительный интервал для оценки истинного расстояния a до цели с надежностью $\gamma=0,95$, зная среднее арифметическое результатов измерений $\bar{x}_b=2000$ м. Предполагается, что результаты измерений распределены нормально.

Вариант 3

1. Найти выборочную дисперсию по данному распределению выборки объема $n=100$:

x_i	340	360	375	380
n_i	20	50	18	12

Указание. Перейти к условным вариантам $u_i=x_i-360$.

2. Выборка из большой партии электроламп содержит 100 ламп. Средняя продолжительность горения лампы выборки оказалась равной 1000 ч. Найти с надежностью 0,95 доверительный интервал для средней продолжительности горения лампы всей партии, если известно, что среднее квадратическое отклонение продолжительности горения лампы $\sigma=40$ ч. Предполагается, что продолжительность горения ламп распределена нормально.

3. Производятся независимые испытания с одинаковой, но неизвестной вероятностью p появления события A в каждом испытании. Найти доверительный интервал для оценки вероятности p с надежностью 0,99, если в 100 испытаниях событие A появилось 60 раз.

Вариант 4

1. Найти выборочную дисперсию по данному распределению выборки объема $n=50$:

x_i	0,1	0,5	0,6	0,8
n_i	5	15	20	10

Указание. Перейти к условным вариантам $u_i=10x_i$.

2. Случайная величина X (время работы элемента) имеет показательное распределение $f(x) = \lambda e^{-\lambda x}$ ($x \geq 0$). Ниже приведено эмпирическое распределение среднего времени работы $n=200$ элементов (в первой строке приведено среднее время x_i работы элемента в часах; во второй строке указана частота n_i – количество элементов, проработавших в среднем x_i часов):

x_i	2,5	7,5	12,5	17,5	22,5	27,5
n_i	133	45	15	4	2	1

Найти методом моментов точечную оценку неизвестного параметра показательного распределения.

3. Из генеральной совокупности извлечена выборка объема $n=12$:

x_i	-0,5	-0,4	-0,2	0	0,2	0,6	0,8	1	1,2	1,5
n_i	1	2	1	1	1	1	1	1	2	1

Оценить с надежностью 0,95 математическое ожидание a нормально распределенного признака генеральной совокупности с помощью доверительного интервала.

Вариант 5

1. Найти выборочную дисперсию по данному распределению выборки объема $n=50$:

x_i	18,4	18,9	19,3	19,6
n_i	5	10	20	15

Указание. Перейти к условным вариантам $u_i=10x_i-195$.

2. Найти методом моментов оценку параметра p геометрического распределения $P(X=x_i) = (1-p)^{x_i-1} \cdot p$, если в четырех опытах событие появилось соответственно после двух, четырех, шести и восьми испытаний.

3. Найти минимальный объем выборки, при котором с надежностью 0,925 точность оценки математического ожидания нормально распределенной генеральной совокупности по выборочной средней равна 0,2, если известно среднее квадратическое отклонение генеральной совокупности $\sigma=1,5$.

Вариант 6

1. По данным 16 независимых равноточных измерений некоторой физической величины найдены среднее арифметическое результатов измерений $\bar{x}_в=42,8$ и «исправленное» среднее квадратическое отклонение $s=8$. Оценить истинное значение измеряемой величины с надежностью $\gamma=0,999$.

2. Станок-автомат штампует валики. По выборке объема $n=100$ вычислена выборочная средняя диаметров изготовленных валиков. Найти с надежностью 0,95 точность δ , с которой выборочная средняя оценивает математическое ожидание диаметров изготавливаемых валиков, зная, что их

среднее квадратическое отклонение $\sigma=2$ мм. Предполагается, что диаметры валиков распределены нормально.

3. Найти методом моментов по выборке $x_1, x_2, \dots, x_n$ точечную оценку неизвестного параметра λ показательного распределения, плотность которого $f(x) = \lambda e^{-\lambda x}$ ($x \geq 0$).

Вариант 7

1. Произведено 300 испытаний, в каждом из которых неизвестная вероятность p появления события A постоянна. Событие A появилось в 250 испытаниях. Найти доверительный интервал, покрывающий неизвестную вероятность p с надежностью 0,95.

2. Найти доверительный интервал для оценки с надежностью 0,99 неизвестного математического ожидания a нормально распределенного признака X генеральной совокупности, если известны генеральное среднее квадратическое отклонение σ , выборочная средняя $\bar{X}_b$ и объем выборки: а) $\sigma=4$, $\bar{X}_b=10,2$, $n=16$; б) $\sigma=5$, $\bar{X}_b=16,8$, $n=25$.

3. Из генеральной совокупности извлечена выборка объема $n=50$:

x_i	2	5	7	10
n_i	16	12	8	14

Найти несмещенную оценку генеральной средней.

Вариант 8

1. По выборке объема $n=51$ найдена смещенная оценка $D_b=5$ генеральной дисперсии. Найти несмещенную оценку дисперсии генеральной совокупности.

2. В итоге пяти измерений длины стержня одним прибором (без систематических ошибок) получены следующие результаты (в мм): 92; 94; 103; 105; 106. Найти: а) выборочную среднюю длину стержня; б) выборочную и исправленную дисперсии ошибок прибора.

3. Ниже приведены результаты измерения роста (в см) случайно отобранных 100 студентов.

Рост	154-158	158-162	162-166	166-170	170-174	174-178	178-182
Число студентов	10	14	26	28	12	8	2

Найти выборочную среднюю и выборочную дисперсию роста обследованных студентов.

Вариант 9

1. В итоге четырех измерений некоторой физической величины одним прибором (без систематических ошибок) получены следующие результаты: 8; 9; 11; 12. Найти: а) выборочную среднюю результатов измерений; б) выборочную и исправленную дисперсии ошибок прибора.

2. Из генеральной совокупности извлечена выборка объема $n=60$:

x_i	1	3	6	26
n_i	8	40	10	2

Найти несмещенную оценку генеральной средней.

3. Найти методом моментов оценку параметра p геометрического распределения $P(X=x_i)=(1-p)^{x_i-1}$ если в четырех опытах событие появилось соответственно после двух, четырех, шести и восьми испытаний.

Вариант 10

1. Найти выборочную дисперсию по данному распределению выборки объема $n=100$:

X_i	340	360	375	380
n_i	20	50	18	12

2. Найти методом моментов по выборке $x_1, x_2, \dots, x_n$ точечные оценки неизвестных параметров α и σ нормального распределения, плотность

которого:
$$f(x) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} e^{-(x-\alpha)^2/(2\sigma^2)}.$$

3. Случайная величина X (ошибка измерения дальности радиодальномером) подчинена равномерному закону распределения с неизвестными параметрами a и b . Ниже приведено эмпирическое распределение средней ошибки $n=200$ измерений дальности (в первой строке указана средняя ошибка x_i ; во второй строке указана частота n_i – количество измерений, имеющих среднюю ошибку x_i):

x_i	3	5	7	9	11	13	15	17	19	21
n_i	21	16	15	26	22	14	21	22	18	25

Найти методом моментов точечные оценки неизвестных параметров a и b равномерного распределения.

7. Контрольные вопросы

1. Что такое точечная статистическая оценка?
2. Что является статистической оценкой математического ожидания?
3. Что является статистической оценкой дисперсии?
4. Что является статистической оценкой среднего квадратического отклонения?
5. Несмещённость, состоятельность, эффективность статистических оценок.
6. Почему вычисляется исправленная дисперсия и исправленное среднее квадратическое отклонение?
7. Что меньше: выборочная дисперсия или несмещённая дисперсия?

Список литературы

Основная литература

1. Энатская Н. Ю. Теория вероятностей и математическая статистика для инженерно-технических направлений: Учебник и практикум / Энатская Н. Ю., Хакимуллин Е. Р. – Электрон. дан. – Москва: Издательство Юрайт, 2019. – 399.
2. Гмурман В. Е. Теория вероятностей и математическая статистика: Учебник / Гмурман В. Е. – 12-е изд. – Электрон. дан. – Москва: Издательство Юрайт, 2019. – 479. – (Высшее образование). – Режим доступа: <https://www.biblio-online.ru>.
3. Севастьянов Б. А. Курс теории вероятностей и математической статистики / Б. А. Севастьянов. – Москва, Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2019. – 272 с.
4. Махова Н. Б. Теория вероятностей и основы математической статистики: курс лекций / Н. Б. Махова. – Москва: Московская государственная академия водного транспорта, 2019. – 87 с.
5. Шилова З. В. Теория вероятностей и математическая статистика: учебное пособие / З. В. Шилова, О. И. Шилев. – Саратов: Ай Пи Ар Букс, 2015. – 158 с.

Дополнительная литература

1. Гмурман В.Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике: учеб. пособие для вузов / В.Е. Гмурман. – 11-е изд., перераб. – М.: Высш. образование, 2008. – 404с.
2. Гмурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика: учеб. пособие для вузов / В.Е. Гмурман. – 12-е изд., перераб. – М.: Высш. образование, 2008. – 479с.
3. Симогин А. А. Специальные разделы высшей математики. Теория вероятностей и математическая статистика для инженера-исследователя: учебное пособие / А. А. Симогин. – Макеевка: Донбасская национальная академия строительства и архитектуры, ЭБС АСВ, 2019. – 169 с.
4. Энатская Н. Ю. Теория вероятностей и математическая статистика для инженерно-технических направлений: Учебник и практикум / Энатская Н. Ю., Хакимуллин Е. Р. – Электрон. дан. – Москва: Издательство Юрайт, 2019. – 399.

Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины (модуля)

1. Электронный читальный зал “БИБЛИОТЕХ”: учебники авторов ТулГУ по всем дисциплинам.- Режим доступа: <https://tsutula.bibliotech.ru/>
2. Единое окно доступа к образовательным ресурсам: портал [Электронный ресурс]. - Режим доступа : <http://window.edu.ru>.

3. ЭБС IPRBooks универсальная базовая коллекция изданий.- Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/>

4. Научная Электронная Библиотека eLibrary – библиотека электронной периодики, режим доступа: <http://elibrary.ru/>