

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации

**Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования**

**«ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ И РАДИОЭЛЕКТРОНИКИ» (ТУСУР)**

Факультет дистанционного обучения (ФДО)

Е. Н. Рыбалка, Е. А. Потапова

**УЧЕБНАЯ ПРАКТИКА.
ПОЛУЧЕНИЕ ПЕРВИЧНЫХ НАВЫКОВ
НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОЙ РАБОТЫ**

**Методические указания
для студентов направления подготовки
27.03.04 «Управление в технических системах» (уровень бакалавриата),
профиль «Управление в робототехнических системах», обучающихся
с применением дистанционных образовательных технологий**

Томск 2021

Корректор: А. Н. Миронова

Рыбалка Е. Н., Потапова Е. А.

Учебная практика. Получение первичных навыков научно-исследовательской работы : методические указания для студентов направления подготовки 27.03.04 «Управление в технических системах» (уровень бакалавриата), профиль «Управление в робототехнических системах», обучающихся с применением дистанционных образовательных технологий / Е. Н. Рыбалка, Е. А. Потапова. – Томск : ФДО, ТУСУР, 2021. – 146 с.

© Рыбалка Е. Н.,
Потапова Е. А., 2021
© Оформление.
ФДО, ТУСУР, 2021

ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение	5
1 Общие положения.....	7
2 Организация и порядок прохождения практики	14
2.1 Порядок прохождения практики.....	14
2.2 Содержание практики	21
3 Основы системы Mathcad.....	25
3.1 Назначение системы.....	25
3.2 Системное меню	25
3.3 Панели инструментов.....	26
3.4 Ввод формул.....	27
3.5 Определение переменных и функций.....	28
3.6 Ранжированные переменные	30
3.7 Векторы и матрицы	32
3.8 Операции преобразования	41
3.9 Программирование в Mathcad	41
3.10 Графика в Mathcad	53
3.11 Символический процессор	56
4 Задание на учебную практику	59
4.1 Построение графиков функций.....	59
4.1.1 Функции одной переменной в декартовой системе координат	59
4.1.2 Поверхности	59
4.1.3 Параметрически заданные функции	59
4.2 Решение систем линейных уравнений	60
4.2.1 Решение СЛАУ методом Крамера.....	60
4.2.2 Решение СЛАУ методом Гаусса	60
4.3 Матричные операции	60
4.4 Интегрирование	61

4.4.1	Определенный интеграл.....	61
4.4.2	Неопределенный интеграл.....	61
4.5	Дифференцирование.....	62
4.6	Сплайн-интерполяция	62
5	Порядок выполнения программы практики.....	63
5.1	Указания по выбору варианта работы	63
5.2	Указания по выполнению заданий.....	63
5.3	Перечень материалов, предоставляемых для проверки	64
5.4	Порядок и правила защиты (рецензирования) отчета по практике	64
5.5	Типовые задания, выносимые на защиту	64
5.6	Варианты исходных данных.....	66
6	Формы отчетности по практике	92
6.1	Дневник студента по практике.....	94
6.2	Требования к оформлению отчета по практике	98
7	Подведение итогов практики.....	113
8	Требования по проведению практики для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья	115
	Литература.....	117
	Приложение А Встроенные операторы.....	119
	Приложение Б Вычислительные операторы.....	120
	Приложение В Встроенные функции Mathcad	121
	Приложение Г Примеры решения заданий	124

ВВЕДЕНИЕ

Настоящие методические указания разработаны на основании и с учетом положений следующих документов:

1) Федеральный закон от 29.12.2012 № 273-ФЗ «Об образовании в Российской Федерации»;

2) Порядок организации и осуществления образовательной деятельности по образовательным программам высшего образования – программам бакалавриата, программам специалитета, программам магистратуры, утвержденный приказом Минобрнауки России от 5 апреля 2017 г. № 301;

3) Приказ Министерства науки и высшего образования РФ № 885 и Министерства просвещения РФ № 390 от 5 августа 2020 г. «О практической подготовке обучающихся» (с изм. и доп. от 18.11.2020);

4) Положение о практической подготовке в форме практики обучающихся, осваивающих образовательные программы высшего образования в ТУСУРе (с изм. от 26.04.2022) от 19.10.2020 № 830;

5) Федеральный государственный образовательный стандарт высшего образования (ФГОС ВО) и образовательная программа высшего образования (ОП ВО) по направлению подготовки 27.03.04 «Управление в технических системах» (уровень бакалавриата);

6) Трудовой кодекс Российской Федерации от 30.12.2001 № 197-ФЗ (ред. от 30.04.2021).

Методические указания предназначены для студентов ФДО, обучающихся по направлению подготовки 27.03.04 «Управление в технических системах» (уровень бакалавриата), профиль «Управление в робототехнических системах», для методического обеспечения процедуры организации и прохождения учебной практики.

В указаниях:

– рассмотрен процесс организации, руководства и прохождения учебной практики для данного направления подготовки;

– изложена информация для обучающихся и руководителей практики о требованиях к составлению индивидуального задания на практику, представлению отчетов по практикам на кафедру.

Настоящие методические указания содержат основные положения и требования, которыми следует руководствоваться студентам при прохождении учебной практики, а также при подготовке отчета и дневника по практике.

Дополнительно в электронном курсе по практике (в виде отдельных файлов) студентам предоставляются бланки и образцы заполнения документов, относящихся к организации и прохождению учебной практики, а также заполнению дневника и отчета по результатам практики.

1 ОБЩИЕ ПОЛОЖЕНИЯ

В соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки 27.03.04 «Управление в технических системах» (уровень бакалавриата), утвержденного приказом Министерства науки и высшего образования РФ 31 июля 2020 г. № 871, студенты за время обучения в обязательном порядке должны пройти учебную практику: получение первичных навыков научно-исследовательской работы (далее – практика).

Вид практики: учебная практика.

Тип практики: получение первичных навыков научно-исследовательской работы.

Место практики в структуре образовательной программы: данная практика входит в Блок 2 «Практики» ФГОС ВО по данному направлению подготовки и является обязательным этапом обучения. Практика проводится в соответствии с утвержденным рабочим учебным планом и календарным учебным графиком.

Способ проведения практики: Практика может быть организована как стационарная (проводимая в ТУСУР (далее – университет) либо в организации, расположенной на территории г. Томска) или как выездная (проводимая в организации, расположенной вне территории г. Томска).

Организация проведения практики осуществляется на основе договоров с организациями (далее – профильная организация), деятельность которых соответствует профессиональным компетенциям, осваиваемым в рамках ОП ВО.

Согласно требованиям ФГОС ВО, практика может проводиться в сторонних организациях, отвечающих требованиям ОП ВО бакалавриата, а также в структурных подразделениях университета, обладающих кадровым и научно-техническим потенциалом.

Проведение практики для студентов заочной формы обучения с применением дистанционных образовательных технологий организуется, как правило, по месту жительства/работы обучающегося, если его деятельность в этой организации соответствует направлению подготовки и задачам практики. Выбор организации должен быть согласован с руководителем практики от университета.

Форма проведения практики: дискретно по видам практик – путем выделения в календарном учебном графике непрерывного периода учебного времени для проведения каждой практики.

Продолжительность и объем практики. Прохождение практики для студентов, обучающихся с применением дистанционных образовательных технологий предусмотрено в соответствии со сроками, указанными в рабочих учебных планах.

Виды отчетности о прохождении практики. По итогам прохождения практики студент предоставляет руководителю практики от университета следующие документы: отчет и дневник прохождения практики.

Формой аттестации по итогам практики является дифференцированный зачет. Оценка по практике имеет тот же статус, что и оценки по другим дисциплинам учебного плана, и учитывается при подведении итогов общей успеваемости студента. Итоговая оценка по практике выставляется руководителем практики от университета по итогам проверки (рецензирования) отчета с учетом полноты содержания отчета и качества выполнения работы, оценки и отзыва руководителя практики от профильной организации, а также соответствия программе практики и качества выполнения задания.

В ходе выполнения индивидуальных заданий по учебной практике студенты приобретают навыки работы с системой Mathcad.

Цель и задачи учебной практики

Цель практики: получение и расширение первичных навыков научно-исследовательской работы и подготовка к изучению общепрофессиональных и специальных дисциплин учебного плана, развитие навыков инсталляции программного и аппаратного обеспечения для информационных и автоматизированных систем и освоение новых методик использования программных средств для решения практических задач.

Задачами практики являются:

- закрепление полученных и выработка новых умений использования аппаратных и программных средств вычислительной техники при решении практических задач;
- получение навыков работы с информационными технологиями и средствами вычислительной техники для поиска и обработки информации;
- получение навыков самостоятельной научно-исследовательской (проектной) деятельности;
- получение навыков по оформлению отчёта по результатам практики согласно требований стандарта.

Во время прохождения практики обучающийся осваивает систему Mathcad и использует пакет для решения задач линейной алгебры, численного интегрирования, интерполяции.

Область профессиональной деятельности и сферы профессиональной деятельности, в которых обучающиеся, осваивающих программу практики помогут освоить профессиональную деятельность в следующих видах (сферах) деятельности:

40 – Сквозные виды профессиональной деятельности в промышленности:

40.057 – Специалист по автоматизированным системам управления машиностроительным предприятием.

40.083 – Специалист по автоматизированному проектированию технологических процессов.

Основные цели данных видов профессиональной деятельности:

- повышение производительности труда, снижение затрат и повышение качества выпускаемой продукции за счет разработки, внедрения и совершенствования эксплуатации АСУП;
- обеспечение качества и производительности изготовления машиностроительных изделий при помощи систем автоматизированного проектирования.

Обучающиеся могут осуществлять профессиональную деятельность в иных областях профессиональной деятельности и (или) сферах профессиональной деятельности при условии соответствия уровня их образования и полученных компетенций требованиям к квалификации работника.

В рамках освоения программы практики обучающиеся готовятся к решению задач профессиональной деятельности научно-исследовательского типа, таких как:

- анализ научно-технической информации, отечественного и зарубежного опыта по тематике исследования; участие в работах по организации и проведению экспериментов на действующих объектах по заданной методике;
- обработка результатов экспериментальных исследований с применением современных информационных технологий и технических средств;
- проведение вычислительных экспериментов с использованием стандартных программных средств с целью получения математических моделей процессов и объектов автоматизации и управления;
- подготовка данных и составление обзоров, рефератов, отчетов, научных публикаций и докладов на научных конференциях и семинарах, участие во внедрении результатов исследований и разработок;

– организация защиты объектов интеллектуальной собственности и результатов исследований и разработок (например, коммерческая тайна предприятия).

По завершении учебной практики обучающийся должен обладать:

необходимыми знаниями

– законодательства Российской Федерации в части требований к АСУП;

– основных особенностей специализированных математических пакетов прикладных программ; наиболее часто используемых встроенных функций математических пакетов; направлений использования математических пакетов программ для решения задач автоматизации организаций;

в области технического сопровождения АСУП

– требований законодательства Российской Федерации, нормативно-технических и руководящих документов на объекты управления АСУП;

– основных технических характеристик оборудования АСУП;

– функциональных возможностей АСУП и др.;

в области разработки АСУП

– методов планирования и организации работ в организации;

– передового опыта в области автоматизации управления организацией;

– приемов и методов проведения обследования объекта автоматизации;

– прикладных компьютерных программ для работы с базами данных: наименования, возможности и порядок работы в них;

– прикладных компьютерных программ для вычислений: наименования, возможности и порядок работы в них;

– методов и средств защиты информации;

необходимыми умениями в области

– анализа поставленной математической задачи; применения встроенных функций пакетов прикладных программ для решения поставленной

математической задачи; нахождения оптимального решения поставленной задачи с точки зрения трудоемкости; использования алгоритмических языков программирования для решения поставленных задач; работы с документацией к пакетам прикладных программ;

в области технического сопровождения АСУП

– использования технической документации по эксплуатации АСУП для выполнения настройки программного обеспечения АСУП, регламентных и профилактических работ;

– выявления требования к эксплуатационной документации;

– редактирования данных в информационной базе АСУП;

– использования текстовых редакторов (процессоров) для создания и оформления технических и организационно-распорядительных документов на АСУП;

– выбора методов и средств обеспечения защиты данных в АСУП и надежности их хранения и др.;

в области разработки АСУП

– использования прикладных компьютерных программ для визуализации бизнес-процессов организации и ее подразделений;

– использования приемов деловой коммуникации для получения информации, необходимой для составления технического задания на создание АСУП;

– использования прикладных компьютерных программ для расчета технико-экономического обоснования необходимости создания АСУП и др.;

трудовыми действиями

в области установки и минимальной настройки специализированного программного обеспечения:

– свободное владение навыками использования встроенных функций математических пакетов программ; структурного мышления, необходимого для решения поставленных задач;

в области технического сопровождения АСУП:

- подготовка документации о выполнении контрольных примеров в АСУП, результатах проведения предварительных испытаний и опытной эксплуатации АСУП;
- контроль ввода, загрузки, актуализации, ссылочной целостности данных в информационной базе АСУП;
- консультации пользователей по применению программно-технических средств АСУП;
- ведение базы знаний эксплуатационных проблем АСУП;

в области разработки АСУП

- обследование систем и методов управления и регулирования деятельности организации, ее производственных подразделений;
- сбор и подготовка данных для составления технического задания на создание АСУП;
- составление отчета об обследовании объекта автоматизации и др.

2 ОРГАНИЗАЦИЯ И ПОРЯДОК ПРОХОЖДЕНИЯ ПРАКТИКИ

2.1 Порядок прохождения практики

При организации практики университет и/или профильная организация создает условия реализации компонентов ОП ВО, предоставляет оборудование и технические средства обучения в объеме, позволяющем выполнять определенные виды работ, связанные с будущей профессиональной деятельностью обучающихся.

Общее учебно-методическое руководство организацией практики, координацию работы и контроль за проведением практики осуществляет учебное управление ТУСУР во взаимодействии с кафедрой.

Кафедра совместно с учебным управлением университета курирует учебно-методическое и организационное обеспечение практики, в которое входят:

- разработка программы практики по направлению подготовки;
- разработка содержательной составляющей практики в соответствии с требованиями ФГОС ВО и ОП ВО с учетом профессиональной направленности в подготовке обучающихся;
- мониторинг качества проведения практики;
- разработка мероприятий по повышению эффективности практики.

Непосредственную организацию и методическое обеспечение практики осуществляет выпускающая кафедра в лице заведующего кафедрой и руководителя практики от университета.

Заведующий кафедрой назначает руководителя практики от университета и согласовывает кандидатуру руководителя практики от профильной организации при условии, что студент проходит учебную практику в профильной организации.

Руководитель практики назначается из числа лиц, относящихся к профессорско-преподавательскому составу университета. При условии что учебная практика проходит в профильной организации или структурном подразделении сторонней организации, назначается руководитель практики из числа работников профильной организации.

Руководитель практики от университета осуществляет организационное и методическое руководство практикой студентов, а также контроль над ее проведением.

Руководитель практики от университета:

- составляет рабочий график (план) проведения практики;
- разрабатывает рабочую программу практики и учебно-методические материалы в соответствии с требованиями ФГОС ВО и ОП ВО направления подготовки;
- разрабатывает перечень примерных индивидуальных заданий для обучающихся, выполняемые в период практики;
- проводит организационные мероприятия с обучающимися перед началом практики: инструктаж (консультирование) по организации и прохождению практики для обучающихся за 30 календарных дней до начала практики;
- согласовывает с обучающимися место прохождения практики;
- составляет проект приказа о направлении обучающихся на практику;
- оказывает методическую помощь обучающемуся при выполнении индивидуального задания, при сборе материалов в ходе практики;
- обеспечивает высокое качество прохождения практики обучающимися в соответствии с рабочей программой;
- при прохождении практики проводит онлайн-консультации, в том числе в электронной информационно-образовательной среде ТУСУРа;

- контролирует выполнение условий договора с профильной организацией о создании безопасных условий труда и быта;
- осуществляет контроль за соблюдением сроков практики и соответствием ее содержания установленному ОП ВО;
- проверяет содержание дневников и отчетов обучающихся на предмет соответствия программе практики;
- оценивает результаты прохождения практики обучающимися;
- анализирует итоги практики и отчитывается на заседании кафедры.

Ответственность за организацию практики в профильной организации возлагается на *руководителя профильной организации* в соответствии с договором.

Общее руководство практикой в профильной организации возлагается на одного из руководящих работников или высококвалифицированных специалистов, имеющих высшее образование, – руководителя практики от профильной организации.

Руководитель практики от профильной организации должен соответствовать требованиям трудового законодательства Российской Федерации о допуске к педагогической деятельности (ст. 331 Федерального закона от 30.12.2001 № 197-ФЗ «Трудовой кодекс Российской Федерации»). Ознакомление с данными требованиями заверяется подписью руководителя профильной организации и печатью организации (приложение 3 Договора).

Руководитель практики от профильной организации:

- согласовывает индивидуальное задание, содержание и планируемые результаты практики;
- предоставляет рабочее место обучающемуся в соответствии с рабочим графиком (планом проведения практики);
- создает необходимые условия для выполнения обучающимися программы практики и выполнения индивидуального задания;

- обеспечивает возможность использования обучающимся имеющейся в организации литературы и технической документации;
- оказывает помощь в подборе материалов для выполнения индивидуального задания;
- проводит инструктаж обучающихся по ознакомлению с требованиями охраны труда (ОТ), техники безопасности (ТБ), пожарной безопасности (ПБ), санитарно-эпидемиологических правил и гигиенических нормативов;
- знакомит с правилами внутреннего трудового распорядка (ПВТР) и иными необходимыми локальными нормативными актами, несет ответственность за их соблюдение;
- проверяет и визирует записи в дневнике обучающегося;
- дает заключение о работе обучающегося в период практики, обеспечивает заполнение соответствующих разделов дневника, проверяет и оценивает отчет по практике.

При проведении практики в профильной организации руководителем практики от университета и руководителем практики от профильной организации составляется совместный рабочий график (план) проведения практики.

Обучающийся в период прохождения практики:

- оформляет документы для прохождения практики (заявление, договор и направление (при необходимости));
- получает у руководителя практики от университета задание на практику, учебно-методические материалы и направление на практику (при необходимости);
- выполняет индивидуальное задание, предусмотренное программой практики;
- соблюдает правила внутреннего трудового распорядка (ПВТР), требования охраны труда (ОТ), техники безопасности (ТБ) и пожарной безопасности (ПБ);

- регулярно ведет дневник и предъявляет его руководителю практики от профильной организации для проверки и визирования;
- подготавливает отчет по практике и предъявляет руководителю практики от профильной организации для проверки;
- сдает на кафедру руководителю практики от университета полностью заполненный дневник с необходимыми подписями и печатями, отчет по практике и в соответствии с графиком работы аттестационной комиссии проходит процедуру защиты (рецензирования) практики.

Продолжительность рабочего дня при прохождении практики в профильных организациях для обучающихся в возрасте до 16 лет составляет не более 24 часов в неделю (ст. 91 ТК РФ), от 16 до 18 лет – не более 36 часов в неделю (ст. 92 ТК РФ), в возрасте от 18 лет – не более 40 часов в неделю (ст. 91 ТК РФ).

В период прохождения практики в качестве практикантов на рабочих местах на обучающихся распространяются правила охраны труда и внутреннего трудового распорядка, действующие в организации.

При прохождении практики *в профильной организации* обучающемуся необходимо за *15 рабочих дней до начала практики* выслать на кафедру или разместить в электронном курсе электронные копии:

- *заявления на прохождение практики;*
- *договора на прохождение практики.*

В *заявлении на прохождение практики* обучающемуся необходимо указать:

- вид и тип практики;
- наименование профильной организации. Если практика проходит в филиале организации, это необходимо указать в заявлении. Если практика проходит в непрофильной организации, помимо наименования организации необходимо указать наименование структурного подразделения (отдела);
- местонахождение профильной организации;

– сроки прохождения практики согласно рабочему календарному учебному графику (плану). Режим рабочего времени во время прохождения практики соответствует продолжительности шестидневной рабочей недели (включая субботу), независимо от режима работы профильной организации.

Заявление визируется заведующим кафедрой и руководителем практики от университета.

Договор на прохождение практики заключается при условии, что обучающийся проходит практику в профильной организации.

Договор оформляется в двух экземплярах.

На первой странице договора о практической подготовке обучающихся в форме практики указываются:

– наименование профильной организации. Если практика проходит в филиале организации, это необходимо указать в договоре. Если практика проходит в непрофильной организации, помимо наименования организации необходимо указать наименование структурного подразделения (отдела);

– должность, Ф. И. О. (полностью) руководителя профильной организации;

– документ, на основании которого действует организация (устав, положение и др.).

На второй странице договора указываются:

– Ф. И. О. и должность руководителя практики от профильной организации. Данный пункт может быть заполнен обучающимся во время прибытия на практику.

На третьей странице указываются:

– наименование профильной организации в соответствии с учредительными документами (по ЕГРЮЛ);

– местонахождение организации;

– Ф. И. О. руководителя организации;

- подпись руководителя организации;
- печать организации.

На следующих страницах договора заполняются приложения к договору.

Приложение 1. План-график прохождения практической подготовки в форме практики обучающихся в профильной организации, в котором обязательно указываются направление подготовки, вид и тип практики, данные студента (Ф. И. О., курс, группа), сроки организации практической подготовки (практики) согласно рабочему календарному учебному графику (включая субботу). План-график визируется руководителем практики от университета и руководителем практики от профильной организации. График заверяется, с одной стороны, подписью проректора по учебной работе университета и печатью университета, с другой – подписью руководителя профильной организации и печатью организации.

Приложение 2. Перечень помещений профильной организации, используемых для реализации практики. Данное приложение может быть заполнено обучающимся во время прибытия на практику.

Приложение 3. Требования трудового законодательства Российской Федерации о допуске к педагогической деятельности. Данное приложение заверяется, с одной стороны, подписью проректора по учебной работе университета и печатью университета, с другой – подписью руководителя профильной организации и печатью организации.

При прохождении практики на кафедре (в структурном подразделении) университета обучающемуся необходимо за 15 рабочих дней до начала практики выслать на кафедру или разместить в электронном курсе электронную копию заявления по практике.

Бланки договора и заявления на прохождение практики размещены в электронном курсе.

Изменение места прохождения практики после предъявления договора и заявления не допускается, т. к. на основании представленных договоров формируется приказ о направлении студентов на практику.

Все спорные моменты по практикам решаются студентом совместно с руководителем практики от профильной организации и руководителем практики от университета.

2.2 Содержание практики

Конкретные сроки начала и окончания учебной практики определяются согласно рабочему учебному плану направления подготовки и утверждаются приказом по университету.

Учебно-методические указания и необходимые бланки для заполнения размещаются в личном кабинете студента в образовательной среде Moodle.

Студенту рекомендуется изучить методические указания по организации практики и составить примерный план работ до начала практики для согласования темы индивидуального задания с руководителем практики от университета.

Необходимую помощь и информацию по организационным и методическим вопросам, возникающим в ходе прохождения практики, студент может получить у руководителя практики от университета (кафедры) в течение всего срока прохождения практики (по электронной почте или через соответствующие ресурсы личного кабинета в среде Moodle).

В ходе выполнения заданий практики необходимо следовать технологическим инструкциям, использовать материал лекций по ранее изученным дисциплинам, рекомендованных учебников, интернет-источников, активно использовать помощь руководителя.

Этапы практики

Процесс прохождения учебной практики включает в себя следующие три этапа:

Подготовительный этап

Подготовительный этап предполагает:

- ознакомление студента с программой практики;
- согласование темы индивидуального задания – студент совместно с руководителем практики от университета разрабатывает индивидуальное задание по практике с учетом данных методических указаний. Задание должно быть подписано студентом, руководителем практики от университета и руководителем практики от профильной организации. Бланк задания на практику размещен в электронном курсе;
- согласование с руководителем практики от университета календарного графика (плана) работ и оформление в дневнике соответствующих разделов.

Для обучающихся, проходящих практику *в профильной организации*:

- изучение требований организации к безопасным условиям труда и правилам внутреннего трудового распорядка, знакомство с нормативными и локальными документами;
- изучение направлений деятельности профильной организации – знакомство с организацией, ее структурой либо со структурой подразделения, в котором студент проходит учебную практику, знакомство с бизнес-процессами организации и программным обеспечением, поддерживающим их. Изучение предметной области, терминологии и существующих проблем (в случае прохождения практики в организации).

Для обучающихся, проходящих *практику в университете*:

- теоретическая подготовка для выполнения индивидуального задания, включающая изучение алгоритмов дискретной математики / численных

методов, основ алгоритмизации и программирования, владение языками программирования высокого уровня, например, PascalABC.

Формы контроля: оформление бланка индивидуального задания по практике, согласование рабочего графика (плана) проведения практики и содержания работ, сдача инструктажа по технике безопасности, охране труда и пожарной безопасности, сдача инструктажа по правилам внутреннего трудового распорядка организации.

Основной этап

Выполнение полученного от руководителя практики индивидуального задания.

Основные виды работ по примерным темам (индивидуальным заданиям) практики

Для обучающихся, проходящих практику в университете, необходимо выбрать вариант индивидуального задания (см. п. 5), согласовать его с руководителем практики от университета и согласно теме задания (практики) приступить к выполнению.

Выполнение индивидуального задания предусмотрено в среде Mathcad версии не ниже 6.0.

Примерные темы (индивидуальные задания) учебной практики для обучающихся проходящих практику на базе кафедры университета:

1. Построение графиков функций:
 - одной переменной в декартовой системе координат;
 - построение поверхности, задаваемой функцией двух аргументов;
 - параметрически заданных функций.
2. Решение систем линейных уравнений с использованием программирования и встроенных функций:
 - решение системы методом Крамера;

– решение системы методом Гаусса.

3. Работа с матрицами и векторами.

4. Интегрирование.

5. Дифференцирование.

6. Сплайн-интерполяция.

Для обучающихся, проходящих практику в профильной организации, необходимо согласовать с руководителем от университета и руководителем от профильного предприятия содержание индивидуального задания (тема которого соотносится с описанными выше возможными темами практики) и приступить к выполнению.

Формы контроля: собеседование с руководителем практики, проверка рабочего графика (плана) проведения практики и содержания выполненных работ, проверка дневника по практике, проверка промежуточного отчета.

Завершающий этап

Завершающий этап включает в себя:

- завершение практической и исследовательской работ в рамках выполнения индивидуального задания на практику;
- обобщение полученных в ходе прохождения практики результатов;
- оформление отчетной документации: дневника практики и отчета по практике в установленной форме (правила оформления представлены ниже);
- сдачу отчетных документов по практике на проверку (рецензирование) руководителю практики от университета.

Формы контроля: проверка рабочего графика (плана) проведения практики и содержания выполненных работ, проверка отчета и дневника по практике, оценка по результатам защиты (рецензирования) отчета.

3 ОСНОВЫ СИСТЕМЫ MATHCAD

3.1 Назначение системы

Mathcad является математическим редактором, позволяющим проводить разнообразные научные и инженерные расчеты, начиная от элементарной арифметики и заканчивая сложными реализациями численных методов.

Пользователи Mathcad – это студенты, ученые, инженеры, разнообразные технические специалисты. Благодаря простоте применения, наглядности математических действий, обширной библиотеке встроенных функций и численных методов, возможности символьных вычислений, а также превосходному аппарату представления результатов (графики самых разных типов, мощные средства подготовки печатных документов и веб-страниц), Mathcad стал наиболее популярным математическим приложением.

Mathcad, в отличие от большинства других современных математических приложений, построен в соответствии с принципом WYSIWYG (What You See Is What You Get – «что Вы видите, то и получите»). Он очень прост в использовании, в частности из-за отсутствия необходимости сначала писать программу, реализующую те или иные математические расчеты, а потом запускать ее на исполнение. Вместо этого достаточно просто вводить математические выражения с помощью встроенного редактора формул, причем в виде, максимально приближенном к научному.

3.2 Системное меню

File (Файл) – команды, связанные с созданием, открытием, сохранением, пересылкой по электронной почте и распечаткой на принтере файлов с документами.

Edit (Правка) – команды, относящиеся к правке текста (копирование, вставка, удаление фрагментов и т. п.).

View (Вид) – команды, управляющие внешним видом документа в окне редактора Mathcad, а также команды, создающие файлы анимации.

Insert (Вставка) – команды вставки различных объектов в документы.

Format (Формат) – команды форматирования текста, формул и графиков.

Tools (Инструменты) – команды управления вычислительным процессом и дополнительными возможностями.

Symbolics (Символика) – команды символьных вычислений.

Window (Окно) – команды управления расположением окон с различными документами на экране.

Help (Справка) – команды вызова справочной информации.

Чтобы выбрать нужную команду, щелкните мышью на содержащем ее меню и повторно на соответствующем элементе меню. Некоторые команды находятся не в самих меню, а в подменю. Чтобы выполнить такую команду, например, команду вызова на экран панели инструментов Symbolic, наведите указатель мыши на пункт Toolbars (Панели инструментов) выпадающего меню View (Вид) и выберите в появившемся подменю пункт Symbolic.

Строка меню располагается в самой верхней части окна Mathcad. Она содержит девять заголовков, щелчок мышью на каждом из которых приводит к появлению соответствующего меню с перечнем команд.

3.3 Панели инструментов

Панели инструментов служат для быстрого (за один щелчок мыши) выполнения наиболее часто применяемых команд. Все действия, которые можно выполнить с помощью панелей инструментов, доступны и через верхнее меню. Кнопки в панелях сгруппированы по сходному действию команд:

Standard служит для выполнения большинства операций, таких как действия с файлами, редакторская правка, вставка объектов и доступ к справочным системам;

Formatting – для форматирования (изменения типа и размера шрифта, выравнивания и т. п.) текста и формул;

Math – для вставки математических символов и операторов в документы;

Resources – для вызова ресурсов Mathcad (примеров, справок и т. п.).

Панель Math предназначена для вызова на экран еще девяти панелей, с помощью которых и происходит вставка математических операций в документы. В прежних версиях Mathcad эти математические панели инструментов назывались палитрами (palettes) или наборными панелями. Чтобы показать какую-либо из них, нужно нажать соответствующую кнопку на панели Math. Перечислим математические панели с указанием их назначения:

Calculator служит для вставки основных математических операций;

Graph (График) – для вставки графиков;

Matrix (Матрица) – для вставки матриц и матричных операторов;

Evaluation (Выражения) – для вставки операторов управления вычислениями;

Calculus (Вычисления) – для вставки операторов интегрирования, дифференцирования, суммирования;

Boolean (Булевы операторы) – для вставки логических (булевых) операторов;

Programming (Программирование) – для программирования средствами Mathcad;

Greek (Греческие символы) – для вставки греческих символов;

Symbolic – для вставки операторов, выполняющих символьные вычисления.

3.4 Ввод формул

Ввести математическое выражение можно в любом пустом месте документа Mathcad. Для этого поместите курсор ввода в желаемое место

документа, щелкнув в нем мышью, и просто начинайте вводить формулу, нажимая клавиши на клавиатуре. При этом в документе создается математическая область (Math region), которая предназначена для хранения формул, интерпретируемых процессором Mathcad. Продемонстрируем последовательность действий на примере ввода выражения x^{5+x} :

1. Щелкните мышью, обозначив место ввода.

2. Нажмите клавишу $\langle x \rangle$ – в этом месте вместо курсора ввода появится регион с формулой, содержащей один символ x , причем он будет выделен линиями ввода.

3. Введите оператор возведения в степень, нажав клавишу $\langle \wedge \rangle$, либо выбрав кнопку возведения в степень на панели инструментов Calculator – в формуле появится местозаполнитель для введения значения степени, а линии ввода выделяют этот местозаполнитель.

4. Последовательно введите остальные символы $\langle 5 \rangle$, $\langle + \rangle$, $\langle x \rangle$.

Таким образом, поместить формулу в документ можно просто начиная вводить символы, числа или операторы, например, $\langle + \rangle$ или $\langle / \rangle$. Во всех этих случаях на месте курсора ввода создается математическая область, иначе называемая регионом, с формулой, содержащей и линии ввода. Если пользователь начинает ввод формулы с оператора, в зависимости от его типа автоматически появляются и местозаполнители, без заполнения которых формула не будет восприниматься процессором Mathcad.

3.5 Определение переменных и функций

Чтобы определить переменную, достаточно ввести ее имя и присвоить ей некоторое значение, для чего служит оператор присваивания.

Чтобы присвоить переменной новое значение, например, переменную x сделать равной 10, необходимо сделать следующее:

1. Введите в желаемом месте документа имя переменной, например, x .

2. Введите оператор присваивания с помощью клавиши $\langle := \rangle$ или нажатием Definition (Присваивание) на панели инструментов Calculator или Evaluation (Выражения).

3. Введите в появившийся местозаполнитель новое значение переменной.

Фрагмент документа, на котором приведены примеры присваивания, изображен на рисунке 3.1.

**Простые переменные
(локальное определение):**

$a := 5$	$b := 5 \cdot a$	$b = 25$
$c := 6 \cdot x$	Определяющее выражение не имеет значения!	
$Var := 4$	Case sensitivity (прописные и строчные буквы в именах различаются): ранее была определена переменная Var , а не var !	
$var = var$		
$e := 6 \cdot d$	Логическая непоследовательность: в определении переменной e используется переменная d , но определение e предшествует определению d !!	
$d := 4$		

Рис. 3.1 – Пример присваивания

Функции в Mathcad записываются в обычной для математика форме:

- $f(x, \dots)$ – функция;
- f – имя функции;
- $x, \dots$ – список переменных.

Легче всего ввести написание функции в документ при помощи клавиатуры.

В Mathcad формально можно разделить функции на два типа:

- встроенные функции;
- функции, определенные пользователем.

Применение функций обоих типов в расчетах совершенно одинаково, с тем исключением, что любую встроенную функцию можно сразу использовать в любом месте документа, а пользовательскую функцию необходимо предварительно определить в документе до момента вычисления ее значения.

Для того чтобы определить функцию пользователя, например, $f(x, y) = 2(x + y)$,

1) введите в желаемом месте документа имя функции (f);

2) введите левую скобку «(», имена переменных через запятую: x, y – и правую скобку «)». При вводе левой скобки и запятой автоматически будут появляться соответствующие местозаполнители.

3) введите оператор присваивания с панели инструментов или нажатием клавиши $<:=>$;

4) введите в появившийся местозаполнитель выражение, определяющее функцию $2(x + y)$, пользуясь клавиатурой или панелями инструментов.

В приложениях А и Б приведены наиболее часто используемые встроенные операторы Mathcad, которые можно использовать для определения собственных функций, вычисления сумм, норм векторов, дифференцирования, интегрирования.

3.6 Ранжированные переменные

Ранжированные переменные – особый класс переменных, который в системе Mathcad зачастую заменяет управляющие структуры, называемые циклами. Эти переменные имеют ряд фиксированных значений, с определённым шагом меняющихся от начального значения до конечного.

Ранжированные переменные характеризуются именем и индексом каждого своего элемента. Например,

Name := Nbegin ... Nend,

где Name – имя переменной, Nbegin – её начальное значение, Nend – конечное значение, ... – символ, указывающий на изменение переменной в заданных пределах (он вводится знаком точки с запятой «;»).

Если $Nbegin < Nend$, то шаг изменения переменной будет $+1$, в противном случае $-(-1)$. На рисунке 3.2 приведен пример определения таких ранжированных переменных.

a := -1..3	b := 3..-1	c := 1.7..5														
a =	b =	c =														
<table><tr><td>-1</td></tr><tr><td>0</td></tr><tr><td>1</td></tr><tr><td>2</td></tr><tr><td>3</td></tr></table>	-1	0	1	2	3	<table><tr><td>3</td></tr><tr><td>2</td></tr><tr><td>1</td></tr><tr><td>0</td></tr><tr><td>-1</td></tr></table>	3	2	1	0	-1	<table><tr><td>1.7</td></tr><tr><td>2.7</td></tr><tr><td>3.7</td></tr><tr><td>4.7</td></tr></table>	1.7	2.7	3.7	4.7
-1																
0																
1																
2																
3																
3																
2																
1																
0																
-1																
1.7																
2.7																
3.7																
4.7																

Рис. 3.2 – Определение ранжированных переменных с шагом по умолчанию

Для создания ранжированной переменной общего вида используется выражение:

Name := Nbegin, (Nbegin + Step)...Nend.

Здесь Step – заданный шаг переменной.

Ранжированные переменные широко применяются для представления числовых значений функций в виде таблиц, а также для построения их графиков. Любое выражение с ранжированными переменными после знака равенства инициирует таблицу вывода значений этой переменной. На рисунке 3.3 показаны различные варианты определения ранжированной переменной с произвольным шагом.

$a1 := 1$	$b1 := 2$						
$a2 := 2$	$b2 := 1$						
$s := 0.5$	$ss := -0.5$						
$R3 := a1, a1 + s.. a2$	$R4 := b1, b1 + ss.. b2$						
$R3 =$	$R4 =$						
<table><tr><td>1</td></tr><tr><td>1.5</td></tr><tr><td>2</td></tr></table>	1	1.5	2	<table><tr><td>2</td></tr><tr><td>1.5</td></tr><tr><td>1</td></tr></table>	2	1.5	1
1							
1.5							
2							
2							
1.5							
1							

Рис. 3.3 – Определение ранжированных переменных с произвольным шагом

3.7 Векторы и матрицы

Важным типом данных в системе Mathcad являются массивы. Массив – имеющая уникальное имя совокупность конечного числа числовых или символьных элементов, упорядоченных заданным образом и имеющих определенные адреса. В системе Mathcad используются массивы двух типов: одномерные (векторы) и двумерные (матрицы).

Порядковый номер элемента, который является его адресом, называется индексом. Нижняя граница индексации задается значением системной переменной ORIGIN, которая может принимать значение 0 или 1. Для смены начала индексации можно прямо в документе присвоить переменной ORIGIN соответствующее значение или сделать это через позицию Math главного меню, подменю Options, используя вкладку Build-In Variables (встроенные переменные).

Векторы могут быть двух типов: векторы-строки и векторы-столбцы. Несмотря на то, что эти векторы имеют одни и те же числовые значения элементов, они различны по типу и дадут разные результаты при векторных и матричных операциях.

Для ввода векторов и матриц можно использовать кнопку  панели математических элементов Matrix, которая, в свою очередь, включается нажатием соответствующей кнопки на панели Math. Также можно использовать сочетание клавиш <Ctrl>+<M>. Оба вышеуказанных действия приводят к появлению диалогового окна Insert Matrix, в котором необходимо указать число строк и столбцов для вводимой матрицы (вектора).

Матричные вычисления можно условно разделить на несколько типов. Первый тип – это простейшие действия, которые реализованы несколькими функциями, предназначенными для создания, объединения, сортировки, получения основных свойств матриц и т. п. Второй тип – это более

сложные функции, которые реализуют алгоритмы вычислительной линейной алгебры, такие как решение систем линейных уравнений, вычисление собственных векторов и собственных значений, различные матричные разложения.

Простейшие операции с матрицами

Простейшие операции матричной алгебры реализованы в Mathcad в виде операторов. Написание операторов по смыслу максимально приближено к их математическому действию. Каждый оператор выражается соответствующим символом.

Векторы являются частным случаем матриц размерности $N \times 1$, поэтому для них справедливы все те операции, что и для матриц, если ограничения особо не оговорены (например, некоторые операции применимы только к квадратным матрицам $N \times N$). Какие-то действия допустимы только для векторов (например, скалярное произведение), а какие-то, несмотря на одинаковое написание, по-разному действуют на векторы и матрицы.

Непосредственное проведение векторных операций над строками, т. е. матрицами $1 \times N$, невозможно, для того чтобы превратить строку в вектор, ее нужно предварительно транспонировать.

Транспонированием называют операцию, переводящую матрицу размерности $M \times N$ в матрицу размерности $N \times M$, делая столбцы исходной матрицы строками, а строки – столбцами. Пример приведен на рисунке 3.4. Ввод символа транспонирования (transpose) осуществляется с помощью панели инструментов Matrix (Матрица) или нажатием клавиш $\langle \text{Ctrl} \rangle + \langle 1 \rangle$. Для вставки символа транспонирования матрица должна находиться между линиями ввода.

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}^T = (1 \ 2 \ 3)$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}^T = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 5 \\ 3 & 6 \end{pmatrix}$$

Рис. 3.4 – Транспонирование матрицы

Сложение

В Mathcad для сложения и вычитания матриц применяются символы $\langle + \rangle$ или $\langle - \rangle$ соответственно. Матрицы должны иметь одинаковую размерность, иначе будет выдано сообщение об ошибке. Каждый элемент суммы двух матриц равен сумме соответствующих элементов матриц – слагаемых (рис. 3.5).

$$A := \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix} \quad B := \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -1 & -3 & -4 \end{pmatrix}$$

$$A + B = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 2 \end{pmatrix}$$

$$A - B = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 3 \\ 5 & 8 & 10 \end{pmatrix}$$

Рис. 3.5 – Сложение и вычитание матриц

Кроме сложения матриц Mathcad поддерживает операцию сложения матрицы со скаляром (рис. 3.6). Каждый элемент результирующей матрицы равен сумме соответствующего элемента исходной матрицы и скалярной величины.

$$A := \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$$

$$x := 1$$

$$A + x = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 5 & 6 & 7 \end{pmatrix}$$

$$A - x = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 3 & 4 & 5 \end{pmatrix}$$

Рис. 3.6 – Сложение матрицы со скаляром

Определитель квадратной матрицы

Определитель (Determinant) матрицы обозначается стандартным математическим символом. Чтобы ввести оператор нахождения определителя матрицы, можно нажать кнопку Determinant (Определитель) на панели инструментов Matrix (Матрица) (рис. 3.7) или набрать на клавиатуре $\langle| \rangle$ (нажав клавиши $\langle \text{Shift} \rangle + \langle \rangle$). В результате любого из этих действий появляется местозаполнитель, в который следует поместить матрицу. Чтобы вычислить определитель уже введенной матрицы, нужно:

- переместить курсор в документе таким образом, чтобы поместить матрицу между линиями ввода (линии ввода – это вертикальный и горизонтальный отрезки синего цвета, образующие уголок, указывающий на текущую область редактирования);
- ввести оператор нахождения определителя матрицы;
- ввести знак равенства, чтобы вычислить определитель.

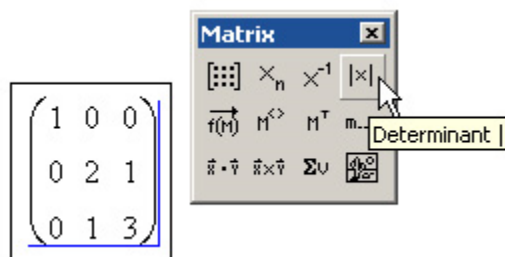


Рис. 3.7 – Вычисление определителя матрицы
с помощью панели инструментов Matrix

Модуль вектора (vector magnitude) обозначается тем же символом, что и определитель матрицы. По определению, модуль вектора равен квадратному корню из суммы квадратов его элементов (рис. 3.8).

$$\left| \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} \right| = 3.742$$

Рис. 3.8 – Поиск модуля вектора

Скалярное произведение векторов (vector inner product) определяется как скаляр, равный сумме попарных произведений соответствующих элементов.

Векторы должны иметь одинаковую размерность, скалярное произведение имеет ту же размерность. Скалярное произведение двух векторов u и v равно $uv = |u||v|\cos Q$, где Q – угол между векторами. Если векторы ортогональны, их скалярное произведение равно нулю. Обозначается скалярное произведение тем же символом умножения.

Не следует применять для обозначения скалярного произведения символ $\times$, который является общеупотребительным символом векторного произведения (рис. 3.9).

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \\ 6 \end{pmatrix} = 32$$

Рис. 3.9 – Скалярное произведение векторов

Создание матриц специального вида

В Mathcad легко создать матрицы определенного вида с помощью одной из встроенных функций:

`identity(N)` – единичная матрица размера $N \times N$;

$\text{diag}(v)$ – диагональная матрица, на диагонали которой находятся элементы вектора v ;

$\text{geninv}(A)$ – создание матрицы, обратной (слева) матрице A ;

$\text{rref}(A)$ – преобразование матрицы или вектора A в ступенчатый вид;

N – целое число;

v – вектор;

A – матрица из действительных чисел.

Размер $N \times M$ матрицы A для функции geninv должен быть таким, чтобы $N > M$.

Пример использования функций для создания матриц специального вида приведен на рисунке 3.10.

$$\begin{aligned} \text{identity}(2) &= \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \\ \text{diag}\left(\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}\right) &= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix} \\ A &:= \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix} \\ \text{geninv}(A) &= \begin{pmatrix} -1.333 & -0.333 & 0.667 \\ 1.083 & 0.333 & -0.417 \end{pmatrix} & \text{geninv}(A) \cdot A &= \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \\ \text{rref}(A) &= \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \\ \text{rref}\left(\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}\right) &= \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

Рис. 3.10 – Матрицы специального вида

Из матрицы или вектора можно выделить либо подматрицу, либо вектор-столбец, либо отдельный элемент. И обратно, можно «склеить» несколько матриц в одну.

Часть матрицы выделяется одним из следующих способов:

- для выделения одного элемента предназначен оператор нижнего индекса, который вводится нажатием кнопки Subscript (Нижний индекс) со значком x_n на панели Matrix (Матрица);
- для выделения из матрицы столбца применяется оператор выделения столбца путем нажатия кнопки Matrix Column с изображением угловых скобок $\langle \rangle$ на панели Matrix либо сочетания клавиш $\langle \text{Ctrl} \rangle + \langle 6 \rangle$. Этот оператор по аналогии с предыдущим называют оператором верхнего индекса;
- для выделения подматрицы используется встроенная функция $\text{submatrix}(A, \text{ir}, \text{jr}, \text{ic}, \text{jc})$, возвращающую часть матрицы A , находящуюся между строками ir, jr и столбцами ic, jc включительно.

Выделить из матрицы один столбец или строку можно и с помощью функции submatrix .

Примеры выделения части матриц и элементов матриц представлены на рис. 3.11 и 3.12.

$$\begin{aligned}
 A &:= \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix} \\
 A_{0,1} &= 2 & A_{1,1} &= 5 \\
 A^{\langle 2 \rangle} &= \begin{pmatrix} 3 \\ 6 \end{pmatrix} & A^{\langle 0 \rangle} &= \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \end{pmatrix} & A^{\langle 1 \rangle} &= \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \end{pmatrix} \\
 (A^T)^{\langle 0 \rangle} &= \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} & (A^T)^{\langle 0 \rangle T} &= (1 \ 2 \ 3)
 \end{aligned}$$

Рис. 3.11 – Выделение элементов матриц

$$\begin{aligned}
 \text{submatrix} \left[\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}, 0, 1, 0, 1 \right] &= \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 5 \end{pmatrix} \\
 \text{submatrix} \left[\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -1 & -3 & -4 \end{pmatrix}, 0, 0, 0, 1 \right] &= (1 \ 0)
 \end{aligned}$$

Рис. 3.12 – Выделение подматриц при помощи функций

Те же операции применимы к матрицам-векторам и матрицам-строкам.

Слияние матриц

Для того чтобы составить из двух или более матриц одну, в Mathcad предусмотрены две матричные функции (рис. 3.13):

$\text{augment}(A, v, c, \dots)$ – матрица, сформированная слиянием матриц-аргументов слева направо;

$\text{stack}(A, v, c, \dots)$ – матрица, сформированная слиянием матриц-аргументов сверху вниз;

$A, B, C, \dots$ – векторы или матрицы соответствующего размера.

$$\begin{aligned}
 A &:= \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix} & B &:= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \\
 \text{stack}(A, B) &= \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \\
 \text{augment}(A, B) &= \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 0 & 0 & 0 \\ 4 & 5 & 6 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \\
 \text{augment}\left[\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}, A, B, \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \end{pmatrix}\right] &= \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & 3 & 0 & 0 & 0 & 3 \\ 1 & 4 & 5 & 6 & 0 & 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}
 \end{aligned}$$

Рис. 3.13 – Слияние матриц

Для получения сведений о характеристиках матриц или векторов предусмотрены следующие встроенные функции (рис. 3.14):

$\text{rows}(A)$ – число строк;

$\text{cols}(A)$ – число столбцов;

$\text{length}(v)$ – число элементов вектора;

$\text{last}(v)$ – индекс последнего элемента вектора;

A – матрица или вектор;

v – вектор.

Число элементов вектора и индекс его последнего элемента совпадают, если индексы нумеруются с 1, т. е. системная константа ORIGIN равна 1.

$$\begin{aligned}
 w &:= (1 \ 2 \ 3) \\
 A &:= \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix} & v &:= \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} \\
 \text{rows}(A) &= 3 & \text{rows}(v) &= 3 & \text{rows}(w) &= 1 \\
 \text{cols}(A) &= 2 & \text{cols}(v) &= 1 & \text{cols}(w) &= 3 \\
 \text{length}(v) &= 3 \\
 \text{last}(v) &= 2
 \end{aligned}$$

Рис. 3.14 – Числовые характеристики матриц

Часто бывает, нужно переставить элементы матрицы или вектора, расположив их в определенной строке или столбце в порядке возрастания или убывания. Для этого имеется несколько встроенных функций, которые позволяют гибко управлять сортировкой матриц:

`sort(v)` – сортировка элементов вектора в порядке возрастания;

`csort(A,i)` – сортировка строк матрицы выстраиванием элементов 1-го столбца в порядке возрастания;

`rsort(A,i)` – сортировка столбцов матрицы выстраиванием элементов i -й строки в порядке возрастания;

`reverse(v)` – перестановка элементов вектора в обратном порядке;

v – вектор;

A – матрица;

i – индекс строки или столбца.

Если элементы матриц или векторов комплексные, то сортировка ведется по действительной части, а мнимая часть игнорируется.

Полный перечень функций для работы с матрицами приведен в приложении В.

3.8 Операции преобразования

В Mathcad в позиции Symbol содержится раздел операций преобразования, создающий подменю со следующими возможностями:

- Fourier Transform (Преобразование Фурье) – выполнить прямое преобразование Фурье относительно выделенной переменной;
- Inverse Fourier Transform (Обратное преобразование Фурье) – выполнить обратное преобразование Фурье относительно выделенной переменной;
- Laplace Transform (Преобразование Лапласа) – выполнить прямое преобразование Лапласа относительно выделенной переменной (результат – функция от переменной s);
- Inverse Laplace Transform (Обратное преобразование Лапласа) – выполнить обратное преобразование Лапласа относительно выделенной переменной (результат – функция от переменной t);
- Z Transform (Z-преобразование) – выполнить прямое Z-преобразование выражения относительно выделенной переменной (результат – функция от переменной z);
- Inverse Z Transform (Обратное Z-преобразование) – выполнить обратное Z-преобразование относительно выделенной переменной (результат – функция от переменной n).

3.9 Программирование в Mathcad

Ранее в системе Mathcad возможности программирования были крайне ограниченными. Фактически Mathcad позволяла реализовать лишь линейные программы, в основе которых лежит понятие функции. Функция `if` и ранжированные переменные в отдельных случаях могли заменить условные выражения и циклы, но с серьезными ограничениями. Отсутствовала возможность задания завершенных программных модулей.

Эти возможности в расширенном варианте присутствуют в более современных версиях. Возможности программирования сосредоточены в панели инструментов Programming.

Все Mathcad-программы с точки зрения программиста представляют собой подпрограммы-функции, которые могут возвращать в качестве результата число, вектор или матрицу. Функции могут вызывать сами себя (рекурсивно определенные функции) или другие подпрограммы-функции, определенные выше в том же Mathcad-документе.

Функции составляются так же, как и определения функций. Рассмотрим простой пример вычисления суммы: $\text{Sum}(n) = 1 + 2 + 3 + \dots + n$.

Задайте сначала имя функции Sum, вслед за которым введите список параметров (n) и оператор присваивания «:=».

Введите начальное значение s 0 и отметьте его целиком. Стрелка служит оператором присваивания в теле программы, вводится клавишей <{> (открывающая фигурная скобка) или выбором кнопки со стрелкой с панели.

Создайте новую строку программы (вставка вертикальной черты) при помощи кнопки Add Line (клавиша <]> (закрывающая квадратная скобка)). На экране появится вертикальная черта и пустая ячейка.

Выполните щелчок на кнопке for, чтобы ввести оператор цикла. Перед символом принадлежности введите переменную i, а после него – промежуток изменения переменной 1..n. В находящейся ниже ячейке введите присваивание $s \leftarrow s + i$.

Ниже приведены операторы, находящиеся на кнопках панели программирования:

Add Line – добавляет новую строку под/над (зависит от выделения) текущей строкой;

if – оператор ветвления;

otherwise – обозначает оператор, который должен быть исполнен, если условие оператора if не выполняется;

for – цикл с параметром. За ключевым словом for следует переменная-счетчик, а после символа принадлежности вводится промежуток изменения этой переменной;

While – цикл с предусловием. Тело цикла будет исполняться до тех пор, пока будет истинным условие, следующее за ключевым словом while;

break – преждевременное завершение цикла;

return – преждевременное завершение подпрограммы. Будет возвращено указанное в ячейке значение.

Для вставки программного кода в документы в Mathcad имеется специальная панель инструментов Programming (Программирование), которую можно вызвать на экран нажатием кнопки Programming Toolbar на панели Math (Математика). Большинство кнопок этой панели выполнено в виде текстового представления операторов программирования, поэтому их смысл легко понятен.

Основными инструментами работы в Mathcad являются математические выражения, переменные и функции. Нередко записать формулу, использующую ту или иную внутреннюю логику (например, возвращение различных значений в зависимости от условий), в одну строку не удастся. Назначение программных модулей как раз и заключается в определении выражений, переменных и функций в несколько строк, часто с применением специфических программных операторов.

Функция условия, определенная с помощью программы, приведена на рисунке 3.15.

$$f(x) := \begin{cases} \text{"negative"} & \text{if } x < 0 \\ \text{"positive"} & \text{if } x > 0 \\ \text{"zero"} & \text{otherwise} \end{cases}$$

$f(1) = \text{"positive"}$
 $f(-1) = \text{"negative"}$
 $f(0) = \text{"zero"}$

Рис. 3.15 – Пример определения сложной функции при помощи программирования

Несмотря на принципиальную эквивалентность определения функций и переменных через встроенные функции Mathcad или программные модули, программирование имеет ряд существенных преимуществ, которые в ряде случаев делают документ более простым и читаемым:

- возможность применения циклов и условных операторов;
- простота создания функций и переменных, требующих нескольких простых шагов;
- возможность создания функций, содержащих закрытый для остального документа код, включая преимущества использования локальных переменных и обработку исключительных ситуаций (ошибок).

Программный модуль обозначается в Mathcad вертикальной чертой, справа от которой последовательно записываются операторы языка программирования.

Создание программы (Add Line)

Чтобы создать программный модуль, например, приведенный в предыдущем разделе, необходимо выполнить представленную ниже последовательность действий.

Введите часть выражения, которая будет находиться слева от знака присваивания, и сам знак присваивания. В нашем примере это имя функции $f(x)$.

При необходимости вызовите на экран панель инструментов Programming (Программирование).

Нажмите на этой панели кнопку Add Line (Добавить линию).

Если приблизительно известно, сколько строк кода будет содержать программа, можно создать нужное количество линий повторным нажатием кнопки Add Line (Добавить линию) соответствующее число раз.

В появившиеся местозаполнители введите желаемый программный код, используя программные операторы. В рассматриваемом примере в каждый местозаполнитель вводится строка, например, "positive11", затем нажимается кнопка If (Если) на панели Programming (Программирование) и в возникший местозаполнитель вводится выражение $x > 0$.

После того как программный модуль полностью определен и ни один местозаполнитель не остался пустым, функция может использоваться обычным образом, как в численных, так и в символьных расчетах.

Не следует вводить с клавиатуры имена программных операторов. Для их вставки можно применять лишь сочетания клавиш, которые приведены в тексте всплывающей подсказки. Последовательные шаги определения программного модуля приведены на рис. 3.16–3.18.

В режиме выполнения программы, а это происходит при любой попытке вычислить $f(x)$, выполняется последовательно каждая строка кода. Рассмотрим работу каждой строки кода при вычислении.

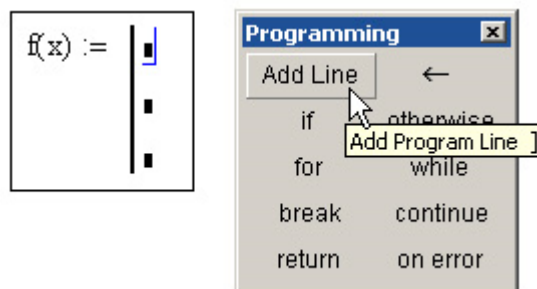


Рис. 3.16 – Вставка пустых строк внутри модуля

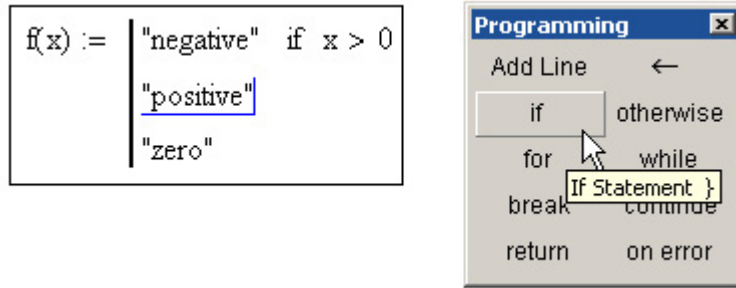


Рис. 3.17 – Определение очередной строки
программного модуля

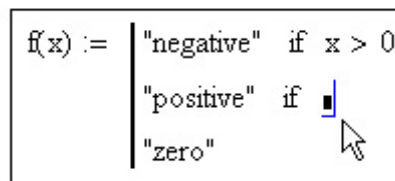


Рис. 3.18 – Логический оператор
внутри программного модуля

Поскольку $x = 1$, то условие $x < 0$ не выполнено, и в первой строке ничего не происходит.

Условие второй строки $x > 0$ выполнено, поэтому выполняются обе следующие строки, объединенные короткой вертикальной чертой в общий фрагмент.

Функции $f(x)$ присваивается значение $f(x) = \text{"positive"}$.

Условие $x > 1000$ не выполнено, поэтому значение "big positive" не присваивается $f(x)$, она так и остается равной строке "positive" .

Последняя строка не выполняется, т. к. одно из условий ($x > 0$) оказалось истинным, и оператор `otherwise` (т. е. «иначе») не понадобился.

Таким образом, основной принцип создания программных модулей заключается в правильном расположении строк кода. Ориентироваться в их действии довольно легко, т. к. фрагменты кода одного уровня сгруппированы в программе с помощью вертикальных черт.

Локальное присваивание ($\leftarrow$)

Присваивание в пределах программ, в отличие от документов Mathcad, производится с помощью оператора Local Definition (Локальное присваивание), который вставляется нажатием кнопки с изображением стрелки « $\leftarrow$ » на панели Programming (Программирование).

Ни оператор присваивания «:=», ни оператор вывода «=» в пределах программ не применяются. Локальная переменная существует только внутри программы, выделенной вертикальной чертой. Из других мест документа получить ее значение невозможно.

Условные операторы (if, otherwise)

Действие условного оператора if состоит из двух частей. Сначала проверяется логическое выражение (условие) справа от него. Если оно истинно, выполняется выражение слева от оператора if. Если ложно – ничего не происходит, а выполнение программы продолжается переходом к ее следующей строке. Вставить условный оператор в программу можно следующим образом.

Если необходимо, введите левую часть выражения и оператор присваивания.

- Создайте новую строку программного кода, нажав на панели Programming (Программирование) кнопку Add Line (Добавить строку).

- Нажмите кнопку условного оператора if.

- Справа от оператора if введите условие. Пользуйтесь логическими операторами, вводя их с панели Boolean (Булевы операторы).

- Выражение, которое должно выполняться, если условие истинно, введите слева от оператора if.

Если в программе предусматриваются дополнительные условия, добавьте в программу еще одну строку нажатием кнопки Add Line и введите их таким же образом, используя оператор if или otherwise.

Оператор `otherwise` используется совместно с одним или несколькими условными операторами `if` и указывает на выражение, которое будет выполняться, если ни одно из условий не оказалось истинным.

Операторы цикла (for, while, break, continue)

В языке программирования Mathcad имеются два оператора цикла: `for` и `while`. Первый из них дает возможность организовать цикл по некоторой переменной, заставляя ее пробегать некоторый диапазон значений. Вторым создает цикл с выходом из него по некоторому логическому условию. Чтобы вставить в программный модуль оператор цикла:

- создайте в программном модуле новую линию;
- вставьте один из операторов цикла `for` или `while` нажатием одноименной кнопки на панели Programming (Программирование);
- если выбран оператор `for` (рис. 3.19), то вставьте в соответствующие местозаполнители имя переменной и диапазон ее значений (листинг 3.1), а если `while` – то логическое выражение, при нарушении которого должен осуществляться выход из цикла (рис. 3.19).

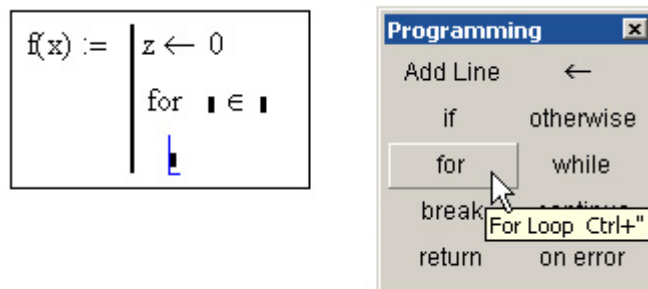


Рис. 3.19 – Вставка оператора цикла

В нижний местозаполнитель введите тело цикла, т. е. выражения, которые должны выполняться циклически.

При необходимости дополните программу другими строками и введите в них нужный код.

Диапазон значений переменной в условии цикла `for` можно задать как с помощью диапазона ранжированной переменной (рис. 3.20), так и с помощью вектора (рис. 3.21).

```
x := | z ← 0
      | for i ∈ 0..5
      |   z ← z + i
x = 15
```

Рис. 3.20 – Оператор цикла `for` с ранжированной переменной

Листинг 3.1. Оператор цикла `for` с вектором.

```
x := | z ← 0
      | for i ∈ (1 2 3)
      |   z ← z + i
x = 6
```

Рис. 3.21 – Оператор цикла `for` с вектором

Иногда необходимо досрочно завершить цикл, т. е. не по условию в его заголовке, а в некоторой строке в теле цикла. Для этого предназначен оператор `break`. Например, как только значение переменной цикла `i` достигает 2, цикл, благодаря оператору `break` в последней строке программного модуля, прерывается (рис. 3.22). Соответственно, значение переменной `x` остается равным $0 + 1 + 2 = 3$.

Листинг 3.2. Оператор `break` внутри цикла `for`.

```

x := | z ← 0
      | for i ∈ 0..5
      |   | z ← z + i
      |   | (break) if i = 2
x = 3

```

Рис. 3.22 – Использование оператора break

Чтобы четче обозначить границы завершения тела цикла, в его конце может использоваться дополнительная строка с оператором `continue`, который вводится одноименной кнопкой панели `Programming`.

Возврат значения (return)

Если для определения переменной или функции применяется программный модуль, то его строки исполняются последовательно при вычислении в документе этой переменной или функции. Соответственно, по мере выполнения программы рассчитываемый результат претерпевает изменения. В качестве окончательного результата выдается последнее присвоенное значение. Чтобы подчеркнуть возврат программным модулем определенного значения, можно взять за правило делать это в последней строке программного модуля (рис. 3.23).

```

f(x) := | y ← x2
        | z ← y + 1
        | z
f(2) = 5

```

Рис. 3.23 – Возврат значения
через локальную переменную

Вместе с тем, можно прервать выполнение программы в любой ее точке (например, с помощью условного оператора) и выдать некоторое значение,

применив оператор return. В этом случае при выполнении указанного условия (рис. 3.24) значение, введенное в местозаполнитель после return, возвращается в качестве результата, а никакой другой код больше не выполняется. Вставляется в программу оператор return с помощью одноименной кнопки панели Programming (Программирование).

$$f(x) := \left| \begin{array}{l} z \leftarrow x^2 \\ \text{return "zero" if } x = 0 \\ \text{return "i" if } x = i \\ z \end{array} \right.$$

$f(-1) = 1$
 $f(2) = 4$
 $f(0) = \text{"zero"}$
 $f(i) = \text{"i"}$

Рис 3.24 – Применение оператора return

Перехват ошибок (on error)

Программирование в Mathcad позволяет осуществлять дополнительную обработку ошибок. Если пользователь предполагает, что выполнение кода в каком-либо месте программного модуля способно вызвать ошибку (например, деление на ноль), то эту ошибку можно перехватить с помощью оператора on error. Чтобы вставить его в программу, надо поместить линии ввода в ней в нужное положение и нажать кнопку с именем оператора on error на панели Programming (Программирование). В результате появится строка с двумя местозаполнителями и оператором on error посередине (рис. 3.25).

$$f(x) := \left| \begin{array}{l} \blacksquare \text{ on error } \blacksquare \\ \blacksquare \end{array} \right.$$

Рис. 3.25 – Вставка оператора перехода по ошибке

В правом местозаполнителе следует ввести выражение, которое должно выполняться в данной строке программы. В левом – выражение, которое будет выполнено вместо правого выражения, если при выполнении последнего возникнет ошибка.

Приведем пример применения оператора `on error` (рис. 3.26) в программном модуле, который рассчитывает функцию обратного числа значению n . Если $n = 0$, то и присвоенное значение $z = 0$, поэтому в последней строке программы выполняется правое выражение расчета i/z . Так происходит при расчете $f(-2)$. Если попытаться вычислить $f(0)$, как в конце листинга, то выполнение программы, заложенной в $f(n)$, вызовет ошибку деления на ноль в последней строке программы. Соответственно, вместо выражения справа от оператора `on error` будет выполнено левое выражение, присваивающее функции $f(n)$ строковое значение "user error: cannot divide by zero" (пользовательская ошибка: деление на ноль невозможно).

$$f(x) := \left| \begin{array}{l} z \leftarrow n \\ \text{error("user error: can't divide by zero")} \quad \text{on error} \quad \frac{1}{z} \end{array} \right.$$

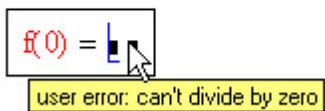
$$f(-2) \rightarrow \frac{-1}{2}$$


Рис. 3.26 – Перехват ошибки деления на ноль

Оператор перехвата ошибок удобно применять в комбинации со встроенной функцией `error (S)`. Она приводит к генерации ошибки в обычной для Mathcad форме с сообщением s .

3.10 Графика в Mathcad

Mathcad позволяет легко строить двух- и трехмерные гистограммы, двумерные графики в декартовых и полярных координатах, трехмерные графики поверхностей, линии уровня поверхностей, изображения векторных полей, пространственные кривые.

Существуют три способа построения графиков в системе Mathcad:

- 1) воспользоваться позицией Главного меню Insert, выбрав команду Graph и в раскрывающемся списке – тип графика;
- 2) выбрать тип графика на наборной панели Graph, которая включается кнопкой на панели Math;
- 3) воспользоваться горячими клавишами (они предусмотрены не для всех типов графиков).

Рассмотрим более подробно команды меню Insert → Graph (слева изображены соответствующие кнопки наборной панели Math):

- X-Y Plot (X-Y Зависимость) клавиша [@]. Служит для построения графика функции $y=f(x)$ в виде связанных друг с другом пар координат при заданном промежутке изменения для x ;
- Polar Plot (Полярные координаты) клавиши [Ctrl+7]. Служит для построения графика функции $r(\varphi)$, заданной в полярных координатах, где полярный радиус r зависит от полярного угла φ ;
- Surface Plot (Поверхности) клавиши [Ctrl+2]. Служит для представления функции $z = f(x,y)$ в виде поверхности в трехмерном пространстве. При этом должны быть заданы векторы значений (x_i и y_j), а также определена матрица вида $A_{i,j} = f(x_i, y_j)$. Имя матрицы A указывается при заполнении рамки-шаблона. С помощью этой команды можно строить параметрические графики;
- Contour Plot (Контурный график). Строит диаграмму линий уровня функции вида $z = f(x,y)$, т. е. отображает точки, в которых данная функция принимает фиксированное значение $z = \text{const}$;

- 3D Scatter Plot (3D Точечный). Служит для точечного представления матрицы значений $A_{i,j}$ или отображения значений функции $z = f(x,y)$ в заданных точках. Эта команда может также использоваться для построения пространственных кривых;
- 3D Bar Plot (3D Диаграммы). Служит для представления матрицы значений $A_{i,j}$ или отображения значений функции $z = f(x,y)$ в виде трехмерной столбчатой диаграммы;
- Vector Field Plot (Поле векторов). Служит для представления двумерных векторных полей $V = (V_x, V_y)$. При этом компоненты векторного поля V_x и V_y должны быть представлены в виде матриц. При помощи этой команды можно построить поле градиента функции $f(x,y)$;
- 3D Plot Wizard (вызов мастера для быстрого построения трехмерного графика). При выборе этой команды возникает ряд всплывающих окон, в которых требуется выбрать параметры построения трехмерного графика (задаются тип трехмерного графика, стиль его изображения, цветовая гамма). График по умолчанию строится на промежутке от -5 до $+5$ (по обоим переменным).

График функции в декартовой системе координат

Рассмотрим последовательность действий, необходимых для создания простого графика функции, условно назовем ее $y = f(x)$. Правила определения функций см. в п. 3.3.

Выбрать команду Inset $\rightarrow$ Graph $\rightarrow$ Plot, после чего в документ помещается рамка-шаблон с двумя незаполненными ячейками для построения графика (клавиша $\langle @ \rangle$).

Рассмотрим элементы (ячейки), которые содержатся на шаблоне графика.

В ячейке, расположенной посередине под осью абсцисс, указывается независимая переменная x . Ее следует определить заранее как переменную, принимающую значения из промежутка (ранжированная переменная).

В ячейке, расположенной посередине под осью ординат, необходимо прописать функцию $f(x)$, график которой мы хотим построить. Если эта функция была определена заранее, то в ячейку достаточно ввести $f(x)$. В противном случае следует ввести изображаемую функцию в явном виде (например, $\cos(x)^2$).

После ввода x и $f(x)$ в графической области по краям осей абсцисс и ординат появятся еще четыре ячейки, которые не обязательно заполнять. В них располагаются минимальное и максимальное значение аргумента и функции. По умолчанию Mathcad автоматически находит для них подходящие значения на основе определения аргумента как ранжированной переменной и определения функции. Также можно задать произвольные значения.

В Mathcad существует возможность строить график функции, не задавая предварительно промежуток изменения независимой переменной. По умолчанию этот промежуток принимается равным $[-10, 10]$, а шаг принимается равным 1.

Для представления на одной диаграмме графиков нескольких функций необходимо выделить ячейку рядом с осью ординат и через запятую ввести вторую функцию. По умолчанию график этой функции будет представлен пунктирной линией другого цвета. Правой кнопкой мыши можно вызвать контекстное меню, в котором определяются различные свойства — цвет, тип, толщина линии, подписи к осям и т. д.

Следует обратить внимание, что подобные графики Mathcad строит по точкам. Последовательно берутся значения ранжированной переменной, начиная от начального до конечного значения с указанным шагом, для них вычисляются соответствующие значения функции. Полученные точки последовательно соединяются линиями. Поэтому при определении аргумента следует избегать ситуации, когда в какой-либо точке функция имеет разрыв.

Кривые на плоскости, заданные параметрически

Уравнения $x = f(t)$, $y = y(t)$, где $f(t)$ и $y(t)$ непрерывны при t из (a,b) , устанавливающие зависимость декартовых координат (x,y) точки плоскости от значения параметра t , определяют на плоскости кривую, заданную в параметрической форме.

В случае построения параметрически заданной кривой, вместо независимой переменной x под осью абсцисс необходимо задать ранжированную переменную x_i . А рядом с осью ординат необходимо соответственно указать y_i .

Для нанесения на график функции отдельных точек их координаты указываются через запятую под осью абсцисс и слева от оси ординат. Если требуется вывести множество точек, то можно сформировать два вектора, один из которых содержит абсциссы точек, а другой – их ординаты. В этом случае на графике в соответствующих ячейках указываются только имена векторов.

3.11 Символический процессор

Символический процессор позволяет решить многие задачи математики аналитически, без применения численных методов и, соответственно, без погрешностей вычислений.

Символьные вычисления в Mathcad можно осуществлять в двух различных вариантах (рис. 3.27, 3.28):

- с помощью команд меню;
- с помощью оператора символьного вывода « $\rightarrow$ », ключевых слов символьного процессора и обычных формул (в справочной системе Mathcad этот способ называется символьными вычислениями в реальном времени – live symbolic evaluation).

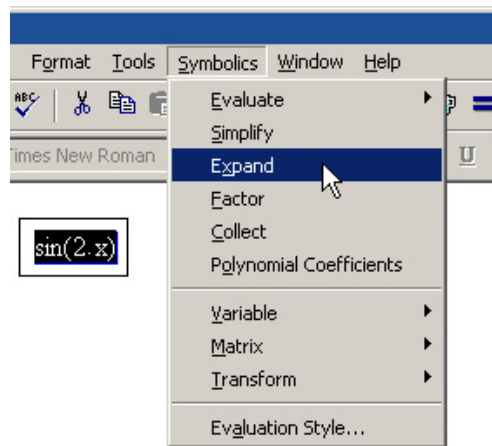


Рис. 3.27 – Меню Symbolics

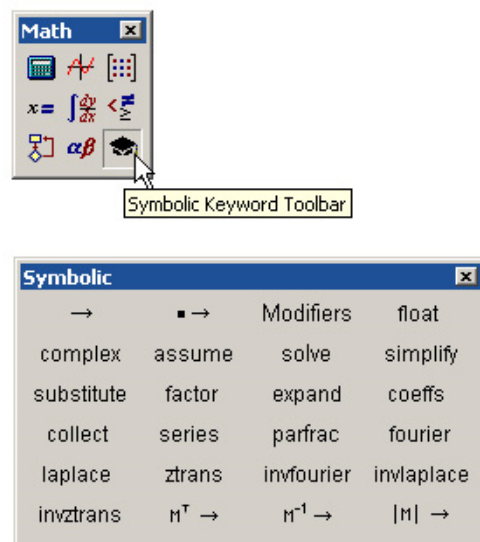


Рис. 3.28 – Панель Symbolic

Рассмотрим пример символьных вычислений на простом примере разложения на сомножители выражения $\sin(2x)$.

Для решения этой задачи при помощи меню необходимо:

- ввести выражение $\sin(2x)$;
- выделить его целиком;
- выбрать в главном меню пункты Symbolics/Expand (Символика/Разложить);
- после этого результат разложения выражения появится чуть ниже в виде еще одной строки (рис. 3.29).

$$\sin(2 \cdot x)$$

$$2 \cdot \sin(x) \cdot \cos(x)$$

Рис. 3.29 – Пример символьного преобразования функции

Символьные операции с помощью меню возможны лишь над каким-либо объектом (выражением, его частью или отдельной переменной). Для того чтобы правильно осуществить желаемое аналитическое преобразование, предварительно необходимо выделить тот объект, к которому оно будет относиться. В данном случае преобразование было применено ко всему выражению $\sin(2x)$. Если же выделить часть формулы, как показано на рис. 3.30, то соответствующее преобразование будет отнесено к выделенной части (нижняя строка на рисунке).

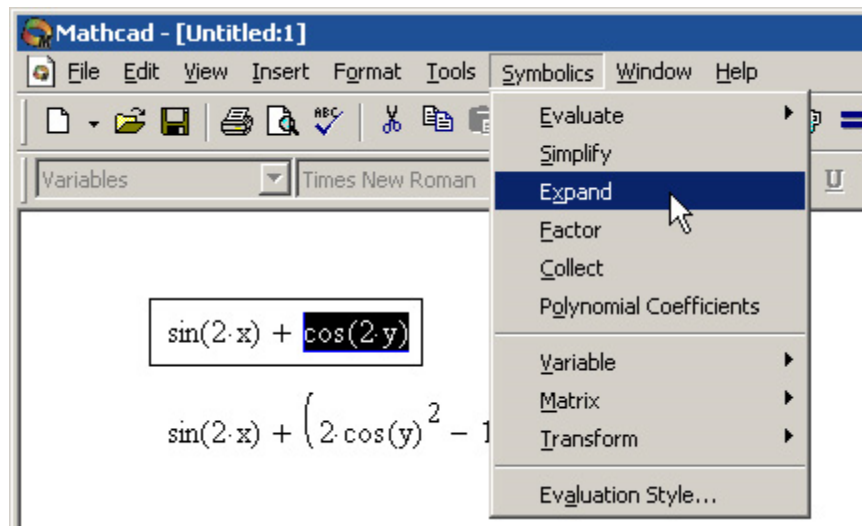


Рис. 3.30 – Символьное разложение части выражения и его результат

4 ЗАДАНИЕ НА УЧЕБНУЮ ПРАКТИКУ

4.1 Построение графиков функций

4.1.1 Функции одной переменной в декартовой системе координат

Найти область определения функции. Указать диапазон изменения аргумента с определенным шагом при помощи ранжированной переменной. Диапазон необходимо выбирать таким образом, чтобы он полностью входил в область определения функции и не содержал особых точек. Определить функцию, зависящую от одного аргумента. Имена для функции и аргумента выбираются произвольно. Построить график функции, определив дополнительно на графике произвольную сетку и границы.

4.1.2 Поверхности

Определить массивы аргументов, заполнить их случайными значениями в определенном диапазоне и упорядочить при помощи встроенных функций. Также возможно заполнение значениями, которые будут зависеть от ранжированных переменных, в этом случае дополнительно упорядочивать массивы не требуется. Интервал и количество точек выбирать произвольно.

Построить поверхность, задаваемую функцией двух аргументов.

4.1.3 Параметрически заданные функции

Определить параметр t в заданном диапазоне при помощи ранжированной переменной.

Определить $x(t)$ как функцию, зависящую от параметра t .

Определить $y(t)$ как функцию, зависящую от параметра t .

Построить график функции.

4.2 Решение систем линейных уравнений

4.2.1 Решение СЛАУ методом Крамера

Написать при помощи элементов программирования функцию, которая находит решение системы методом Крамера. Входные параметры функции – матрица коэффициентов A и столбец свободных членов b , выходной – вектор-столбец, содержащий решение системы. Внутри данной функции вычисление определителя производить при помощи соответствующей операции Mathcad'a. Найти решение системы при помощи данной функции. Проверить результат.

4.2.2 Решение СЛАУ методом Гаусса

Написать функцию, которая находит решение системы методом Гаусса и содержит этапы прямого и обратного хода. Входные параметры функции – матрица коэффициентов A и столбец свободных членов b , выходной – вектор-столбец, содержащий решение системы. Также обеспечить вывод матрицы, полученной при выполнении прямого хода.

Найти решение системы при помощи данной функции. Проверить результат.

4.3 Матричные операции

- 1.1 Определить матрицы. Размерность матриц подбирать с учетом выражения. Количество строк и столбцов исходных матриц – не менее четырех. Обязательно наличие неквадратных матриц.
- 1.2 Заполнить матрицы случайными значениями при помощи встроенных функций (не вручную).
- 1.3 Вычислить заданное матричное выражение.
- 1.4 Для результирующей матрицы выполнить следующее:
 - 1.4.1 сложить каждый элемент со скаляром $x1$;

- 1.4.2 вычесть из каждого элемента скаляр x_2 ;
- 1.4.3 вычислить определитель матрицы;
- 1.4.4 найти обратную матрицу и проверить результат;
- 1.4.5 найти собственные числа и собственные векторы и проверить результат;
- 1.4.6 вычислить ранг матрицы.
- 1.4.7 определить векторы, которые состоят из элементов n -строки и m -столбца какой-либо исходной матрицы и для них вычислить:
 - 1.4.7.1 модуль каждого вектора;
 - 1.4.7.2 орт каждого вектора;
 - 1.4.7.3 сумму координат;
 - 1.4.7.4 количество положительных и отрицательных координат каждого вектора;
 - 1.4.7.5 скалярное произведение векторов;
 - 1.4.7.6 $\sin(\gamma)$, $\cos(\gamma)$, где γ – угол между векторами;
 - 1.4.7.7 векторное произведение;
 - 1.4.7.8 вектор, координаты которого являются произведением соответствующих координат исходных векторов.

4.4 Интегрирование

4.4.1 Определенный интеграл

Построить график подынтегральной функции на интервале интегрирования. Вычислить значение интеграла.

4.4.2 Неопределенный интеграл

Найти вручную первообразную для подынтегральной функции. Вычислить неопределенный интеграл при помощи Mathcad.

4.5 Дифференцирование

Найти производную заданной функции. Вычислить значения первой и второй производных в заданной точке.

4.6 Сплайн-интерполяция

Для заданного набора точек построить линейный, параболический и кубический сплайны.

Отобразить на одном графике исходные точки, линейный, параболический и кубический сплайны.

Приложение В содержит описание функций, необходимых для построения сплайнов.

5 ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ ПРОГРАММЫ ПРАКТИКИ

5.1 Указания по выбору варианта работы

Задания по практике выполняются по вариантам.

Выбор варианта задания осуществляется по общим правилам с использованием следующей формулы:

$$V = (N \times K) \operatorname{div} 100,$$

где V – искомый номер варианта,

N – общее количество вариантов,

K – код варианта,

div – целочисленное деление.

При $V = 0$ выбирается максимальный вариант.

Конкретные задачи, подлежащие расчету, приведены ниже, в п. 5.6 «Варианты исходных данных». *Следует обратить внимание, что каждое задание содержит различное количество вариантов, поэтому номера вариантов для различных заданий будут различаться.*

5.2 Указания по выполнению заданий

Вычислительную часть рекомендуется выполнять в среде Mathcad версии не ниже 6.0. Для скачивания пакета можно использовать, в частности, следующую ссылку <http://soft.sibnet.ru/soft/17409-mathcad-14-full/>.

Также можно использовать аналогичные пакеты, например, MathLab. Допускается реализация заданий на любом алгоритмическом языке, например, ABC Pascal, при использовании численных методов и графики.

Отчет по практике выполняется в любом текстовом редакторе с соблюдением требований к содержанию и оформлению в соответствии со стандартом вуза. В отчете для каждого задания необходимо сначала привести полную формулировку задания, исходные данные. Далее вставить вычислительные блоки из документа Mathcad в документ отчета. Снабдить ход решения подробными комментариями и сделать выводы.

При выполнении задания следует использовать встроенные операторы системы MathCad, перечень которых представлен в приложении В. Вычислительные операторы представлены в приложении Б. Пример выполнения заданий и оформления отчета приведен в приложении Г.

5.3 Перечень материалов, предоставляемых для проверки

Для защиты (рецензирования) практики предоставляются следующие документы: отчет по практике вместе с Mathcad-файлом, дневник по практике.

5.4 Порядок и правила защиты (рецензирования) отчета по практике

Необходимо выслать на проверку все материалы, предусмотренные настоящими указаниями. По результатам проверки формулируется дополнительное задание для реализации в системе Mathcad и/или вопрос по выполненной работе. По итогам выставляется оценка. Критерии оценивания: правильность и полнота выполнения заданий, правильность и полнота оформления отчета, знание численных методов и соответствующих разделов высшей математики, знание возможностей Mathcad и умение применять их на практике, правильность и полнота выполнения дополнительного задания.

5.5 Типовые задания, выносимые на защиту

1. Построить график функции $f(x) = \frac{1}{x^2}$ на интервале $(-10, 1)$ с шагом, равным 0.1. Форматирование: цвет графика – синий, линия графика – пунктир, вспомогательная сетка – 10 строк и 10 столбцов.

2. Построить график функции $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x^2}, & \text{если } x \leq -1 \\ x^3, & \text{если } x > -1 \end{cases}$ на интервале $(-5, 5)$ с шагом, равным 0.2. Функцию определять при помощи элементов программирования.

3. Построить поверхность, заданную функцией $F(x, y) = \sin(x) + \cos(y)$. Интервал изменения аргументов: $x \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$,

$y \in [0, \pi]$. Количество точек для каждого аргумента – 30.

4. Заполнить массив из 10 элементов произвольными значениями. Упорядочить массив по убыванию.

5. Решить СЛАУ, заданную в матричном виде $Ax = b$, где

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -6 & 7 \\ 8 & 5 & -5 \\ 7 & 3 & 2 \end{pmatrix}, b = \begin{pmatrix} 2 \\ 7 \\ -9 \end{pmatrix}.$$

6. Найти нуль функции $f(x) = x + \ln x$ на интервале $[0.2, 0.9]$.

7. Найти неопределенный интеграл $\int \frac{e^x}{x^2} dx$ вручную и в Mathcad.

8. Вычислить $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^3}{2(x+1)^2 x}$.

9. Вычислить корни полинома $x^4 + 3x^3 - 4x^2 - x + 2$.

10. В выражении $(x-3)(x+4)$ раскрыть скобки и привести подобные.

11. Разложить дробь $\frac{x^2 + 3}{2x^2 + 3x - 4}$ на элементарные дроби.

12. Найти неопределенный интеграл $\int \sin(kx) dx$.

13. Вычислить интеграл $\int_a^b \int_{-1}^1 x^2 + y^2 dx dy$.

14. Вычислить символьно интеграл $\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-(x^2+y^2)} dx dy$.

5.6 Варианты исходных данных

1 Графики

1.1 Функции одной переменной

$$1. f(x) := \sqrt{x-4} + \sqrt{8-x}$$

$$2. f(x) := \sqrt{x^2 - 3x + 2} + \frac{1}{\sqrt{x^2 - 7x + 12}}$$

$$3. f(x) := \frac{x}{\sqrt{x^2 - 3x + 2}}$$

$$4. f(x) := \sqrt[3]{\log\left(\frac{3 \cdot x - x^2}{2}\right)}$$

$$5. \lg\left(\arcsin\left(\frac{6 \cdot x - x^2}{8}\right)\right)$$

$$6. \lg(|x| - x)$$

$$7. f(x) := \begin{cases} \frac{x+3}{x^2+9}, & x < 0 \\ \frac{x-1}{x^2+4}, & x \geq 0 \end{cases}$$

$$8. f(x) := \begin{cases} \frac{x+4}{x^2+16}, & x < 0 \\ \frac{\sin(x)}{x^2+9}, & x \geq 0 \end{cases}$$

$$9. f(x) := \begin{cases} \frac{\sin(x-2)}{x^2+9}, & x < 0 \\ \frac{\sin(x^2-x-1)}{x^2+4}, & x \geq 0 \end{cases}$$

$$10. f(x) := \begin{cases} \frac{x^2+3x+3}{x^2+4x+9}, & x < 0 \\ \frac{\sin(x)^2}{x^3+2x^2}, & x \geq 0 \end{cases}$$

$$11. \quad f(x) := \begin{cases} \frac{\sin(x+5)}{x^2+13}, & x < 0 \\ \frac{x}{x^2+1}, & x \geq 0 \end{cases}$$

$$12. \quad f(x) := \begin{cases} \frac{\sin(x+2)}{x^2+4}, & x < 0 \\ \frac{x}{x^2+10}, & x \geq 0 \end{cases}$$

$$13. \quad f(x) := \begin{cases} \frac{x+2}{x^2+4}, & x < 0 \\ \frac{x^2-3x+4}{x^3+x^2}, & x \geq 0 \end{cases}$$

$$14. \quad f(x) := \begin{cases} \frac{x}{x^2+9}, & x < 0 \\ \frac{x \cdot \sin(x^3-1)}{x+2}, & x \geq 0 \end{cases}$$

$$15. \quad f(x) := \begin{cases} \frac{x+2}{x^2+9}, & x < 0 \\ \frac{|x-1|}{x^2+4}, & x \geq 0 \end{cases}$$

$$16. \quad f(x) := \begin{cases} \frac{x+3+x^2}{x^2+x+6}, & x < 0 \\ \frac{x}{x^2+x+3}, & x \geq 0 \end{cases}$$

$$17. \quad f(x) = \frac{x+1}{x^2+10}$$

$$18. \quad f(x) = \sqrt{x} \sin(x)$$

$$19. \quad f(x) = \frac{1}{\sqrt[3]{x}} (\sin(x) + \cos(x))$$

$$20. \quad f(x) = e^x (x^2 + 2x + \sin(x))$$

$$21. \quad f(x) = x^3 \sqrt{x^2 + x - 1} + x^3$$

$$22. f(x) = \frac{1}{x^3} \arcsin(x^2 - 1)$$

$$23. f(x) = \frac{x^3 + x^2 + 2x - 3}{2x^2 - 2x - 7}$$

$$24. f(x) = \frac{\sqrt{x}}{x^2 - 3x - 4} + \frac{1}{\sqrt{x^2 - 4}}$$

$$25. f(x) = \frac{\ln(x)}{\sqrt{x^3 + x + 1}} \cos(x)$$

1.2 Поверхности

$$1. z := \frac{x \cdot y}{x - y}$$

$$2. z := \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$3. z := \ln\left(\cos\left(\frac{y}{x}\right)\right)$$

$$4. z := \frac{x^2 - y^2}{x^2 + y^2}$$

$$5. z := \ln(x^2 + y^2)$$

$$6. z := \operatorname{tg}\left(\frac{x^2}{y}\right)$$

$$7. z := x^3 \cdot y + x \cdot y$$

$$8. z := x \cdot y - \sqrt{2 \frac{x}{y}}$$

$$9. z := \frac{e^x}{\ln(|y|)}$$

$$10. z := \frac{e^{x^2 + y}}{x + y}$$

$$11. z := \frac{e^{\frac{x}{y}}}{x^2} \cdot \sin(2x)$$

$$12. z := \frac{x - x \cdot y}{x^2 + y \cdot \sin(x \cdot y)}$$

$$13. \quad z := x^y \cdot y^2$$

$$14. \quad z := x^2 \cdot \cos(x) + \frac{x}{y}$$

$$15. \quad z := \frac{x^3 + x^2}{x \cdot \sin(y)}$$

$$16. \quad z := \frac{1}{2} x^2 + x \cdot \sin(y)$$

$$17. \quad z := \ln(y) + \ln\left(\frac{x}{y}\right)$$

$$18. \quad z := e^{\frac{-x}{y}} \cdot x^2 \cdot y^{\frac{1}{5}}$$

$$19. \quad z := \frac{3x^2 \cdot e^y - xy}{x^2 + y^2}$$

$$20. \quad z := 6x^2 + 3y^3 + 6 \frac{x \cdot y}{x + y}$$

$$21. \quad z = \cos(x) \sin(y)$$

$$22. \quad z = \sin^2(x) + \cos^2(x)$$

$$23. \quad z = 6x^2 + y^2 + \frac{x^2}{y^2}$$

1.3 Параметрически заданные функции

$$1. \quad x := b \cdot \cos(t)^3 \quad y := b \cdot \sin(t)^3 \quad t := 0..2\pi$$

$$2. \quad x := (a + b) \cos(t) - a \cdot \cos\left[(a + b) \cdot \frac{t}{a}\right]$$

$$y := (a + b) \sin(t) - a \cdot \sin\left[(a + b) \cdot \frac{t}{a}\right] \quad t := 0..2\pi$$

$$3. \quad x := a \cdot \frac{(t^2 - 1)}{t^2 + 1} \quad y := a \cdot t \cdot \frac{(t^2 - 1)}{t^2 + 1} \quad t := -100..100$$

$$4. \quad x := a \cdot \cos(t)^2 + b \cdot \cos(t) \quad y := a \cdot \cos(t) \cdot \sin(t) + b \cdot \sin(t) \quad t := 0..2\pi$$

$$a > 0 \quad b > 0$$

$$5. \quad x := a \cdot \cos(2t) \quad y := b \cdot \cos(3t) \quad t := 0..2\pi$$

$$6. \quad x := \cos(t) \quad y := \sin(t) \quad t := 0..2\pi$$

$$7. \quad x := \cos(3t) \quad y := \sin(5t) \quad t := 0..2\pi$$

$$8. \quad x := \cos(2t^2) \quad y := \sin(4t) \quad t := 0..2\pi$$

$$9. \quad x := (a + b) \cdot \cos(2t) \quad y := (a - b) \cdot \sin(4t) \quad t := 0..2\pi$$

$$10. \quad x := (a^2 + b^2) \cdot \cos(t) \quad y := (a^2 - b^2) \cdot \sin(t) \quad t := 0..2\pi$$

2 Решение СЛАУ

2.1 Метод Крамера

$$1. \quad A = \begin{pmatrix} -2 & 2 & 6 & 4 \\ -1 & 9 & -5 & 4 \\ 4 & 3 & -1 & 1 \\ 1 & 4 & -6 & -3 \end{pmatrix} \quad b = \begin{pmatrix} -28 \\ -12 \\ -18 \\ 16 \end{pmatrix}$$

$$2. \quad A = \begin{pmatrix} -1 & 4 & -1 & 6 \\ -2 & 0 & 3 & 8 \\ 6 & 7 & 5 & 0 \\ -7 & 1 & 4 & -4 \end{pmatrix} \quad b = \begin{pmatrix} -8 \\ -21 \\ 20 \\ 72 \end{pmatrix}$$

$$3. \quad A = \begin{pmatrix} -3 & -2 & -2 & 1 \\ 2 & 3 & 6 & 4 \\ 2 & -3 & -1 & 1 \\ 5 & -3 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad b = \begin{pmatrix} 9 \\ -12 \\ -6 \\ -16 \end{pmatrix}$$

$$4. \quad A = \begin{pmatrix} -4 & -4 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 4 & 2 \\ 7 & -6 & 1 & 3 \\ -1 & 6 & -7 & 5 \end{pmatrix} \quad b = \begin{pmatrix} 10 \\ 4 \\ 79 \\ -61 \end{pmatrix}$$

$$5. \quad A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & -2 \\ 8 & -8 & 0 & -7 \\ 7 & 5 & -2 & -4 \\ -3 & -3 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad b = \begin{pmatrix} 5 \\ 8 \\ -73 \\ 37 \end{pmatrix}$$

$$6. \quad A = \begin{pmatrix} 5 & 4 & 7 & 9 \\ -1 & 4 & 4 & 1 \\ -1 & 4 & 0 & 2 \\ -8 & 1 & 4 & 7 \end{pmatrix} \quad b = \begin{pmatrix} 116 \\ 51 \\ 24 \\ -6 \end{pmatrix}$$

$$7. \quad A = \begin{pmatrix} -7 & 8 & -6 & 2 \\ -2 & -2 & -7 & -4 \\ 0 & -4 & 4 & -1 \\ 7 & 4 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad b = \begin{pmatrix} 46 \\ 19 \\ -10 \\ -20 \end{pmatrix}$$

$$8. \quad A = \begin{pmatrix} 2 & -5 & 0 & 0 \\ -5 & 3 & -5 & 6 \\ -3 & 1 & 0 & 6 \\ -4 & 0 & 3 & -1 \end{pmatrix} \quad b = \begin{pmatrix} 4 \\ 65 \\ 43 \\ -6 \end{pmatrix}$$

$$9. \quad A = \begin{pmatrix} 6 & -4 & -8 & -2 \\ 3 & 2 & -1 & -3 \\ -1 & -2 & -2 & -6 \\ 2 & 4 & 1 & -8 \end{pmatrix} \quad b = \begin{pmatrix} -8 \\ -9 \\ 44 \\ 17 \end{pmatrix}$$

$$10. \quad A = \begin{pmatrix} 1 & -7 & -1 & -6 \\ 3 & 0 & 5 & -6 \\ -6 & 6 & -2 & 0 \\ 1 & 4 & 7 & 5 \end{pmatrix} \quad b = \begin{pmatrix} -17 \\ -26 \\ -22 \\ 32 \end{pmatrix}$$

$$11. \quad A = \begin{pmatrix} -4 & 2 & -3 & 8 \\ -1 & -1 & 0 & -2 \\ 0 & -2 & 0 & 1 \\ 7 & 1 & 1 & -5 \end{pmatrix} \quad b = \begin{pmatrix} -37 \\ 5 \\ 3 \\ 37 \end{pmatrix}$$

$$12. \quad A = \begin{pmatrix} -4 & -1 & -1 & 6 \\ 4 & 8 & 8 & 0 \\ -2 & -1 & 8 & -2 \\ 6 & 1 & 8 & 0 \end{pmatrix} \quad b = \begin{pmatrix} -36 \\ -8 \\ -19 \\ -11 \end{pmatrix}$$

$$13. \quad A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 3 \\ -8 & -5 & -5 & 7 \\ 8 & -2 & 0 & 6 \\ -6 & 8 & -3 & 3 \end{pmatrix} \quad b = \begin{pmatrix} -4 \\ 47 \\ -48 \\ 110 \end{pmatrix}$$

$$14. \quad A = \begin{pmatrix} 6 & -5 & -4 & 1 \\ -3 & -6 & -3 & -3 \\ -1 & -4 & 1 & -8 \\ -3 & -4 & -4 & 2 \end{pmatrix} \quad b = \begin{pmatrix} 72 \\ 21 \\ 30 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$15. \quad A = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 1 & 1 \\ -6 & 0 & -9 & 1 \\ 2 & 0 & 2 & -4 \\ 2 & -6 & -6 & -7 \end{pmatrix} \quad b = \begin{pmatrix} 6 \\ -38 \\ 16 \\ -16 \end{pmatrix}$$

$$16. \quad A = \begin{pmatrix} -2 & -5 & 0 & -1 \\ 8 & 4 & 3 & -6 \\ -1 & 3 & -3 & 1 \\ 7 & 2 & 0 & -1 \end{pmatrix} \quad b = \begin{pmatrix} 34 \\ -26 \\ -15 \\ -28 \end{pmatrix}$$

$$17. \quad A = \begin{pmatrix} -7 & 5 & 2 & -5 \\ 5 & 6 & 2 & -6 \\ 1 & 0 & -1 & 3 \\ -1 & 6 & 3 & 4 \end{pmatrix} \quad b = \begin{pmatrix} -49 \\ -6 \\ 2 \\ -28 \end{pmatrix}$$

$$18. \quad A = \begin{pmatrix} 7 & -4 & 2 & 1 \\ 0 & 2 & 4 & 0 \\ 1 & 2 & 2 & 1 \\ 8 & 1 & -6 & 7 \end{pmatrix} \quad b = \begin{pmatrix} 26 \\ -12 \\ -4 \\ 41 \end{pmatrix}$$

$$19. \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 8 & 0 \\ 1 & -3 & 9 & -4 \\ 2 & 6 & 1 & 7 \\ 0 & -2 & -6 & -4 \end{pmatrix} \quad b = \begin{pmatrix} 25 \\ 17 \\ 25 \\ -28 \end{pmatrix}$$

$$20. \quad A = \begin{pmatrix} 5 & -2 & 7 & 1 \\ 4 & 7 & 5 & -1 \\ 6 & 1 & 1 & 5 \\ -3 & 0 & 2 & -3 \end{pmatrix} \quad b = \begin{pmatrix} -23 \\ 45 \\ 37 \\ -24 \end{pmatrix}$$

$$21. \quad A = \begin{pmatrix} -8 & 7 & -1 & -6 \\ 8 & 0 & 2 & -2 \\ 7 & 0 & 6 & 5 \\ -3 & 3 & 2 & 5 \end{pmatrix} \quad b = \begin{pmatrix} -19 \\ 22 \\ 43 \\ 10 \end{pmatrix}$$

$$22. \quad A = \begin{pmatrix} -8 & 2 & 0 & 4 \\ -1 & -3 & 9 & 4 \\ 0 & 7 & 5 & 6 \\ 2 & -5 & 4 & 1 \end{pmatrix} \quad b = \begin{pmatrix} -4 \\ -70 \\ -67 \\ -33 \end{pmatrix}$$

$$23. \quad A = \begin{pmatrix} -1 & -3 & 1 & 6 \\ 7 & 6 & -3 & -6 \\ -1 & 3 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 2 & -5 \end{pmatrix} \quad b = \begin{pmatrix} -20 \\ 62 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$$24. \quad A = \begin{pmatrix} -5 & 3 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 6 & -5 \\ -2 & -4 & -7 & 1 \\ 4 & -1 & -2 & 5 \end{pmatrix} \quad b = \begin{pmatrix} 7 \\ -19 \\ -26 \\ 26 \end{pmatrix}$$

$$25. \quad A = \begin{pmatrix} 4 & 1 & -8 & 0 \\ -1 & 4 & -2 & -1 \\ 4 & 3 & 6 & 1 \\ -4 & 5 & 6 & -3 \end{pmatrix} \quad b = \begin{pmatrix} -35 \\ 5 \\ 5 \\ 47 \end{pmatrix}$$

$$26. \quad A = \begin{pmatrix} -1 & 7 & 2 & 0 \\ -8 & 7 & 4 & 0 \\ 3 & -2 & 1 & 7 \\ 7 & 4 & -1 & -6 \end{pmatrix} \quad b = \begin{pmatrix} 9 \\ 22 \\ 11 \\ -33 \end{pmatrix}$$

$$27. \quad A = \begin{pmatrix} 5 & -2 & -6 & -1 \\ 1 & -9 & -3 & 4 \\ 0 & -5 & 4 & 3 \\ -1 & 3 & 3 & 0 \end{pmatrix} \quad b = \begin{pmatrix} -37 \\ 3 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}$$

$$28. \quad A = \begin{pmatrix} 7 & -4 & -2 & -1 \\ 5 & 0 & -1 & -7 \\ -7 & 4 & 5 & -2 \\ -3 & 6 & -10 & 2 \end{pmatrix} \quad b = \begin{pmatrix} -3 \\ -11 \\ -18 \\ 68 \end{pmatrix}$$

$$29. \quad A = \begin{pmatrix} -2 & 3 & 7 & 4 \\ -3 & 1 & 4 & -1 \\ 0 & 4 & 1 & -6 \\ 3 & -4 & 9 & 0 \end{pmatrix} \quad b = \begin{pmatrix} -12 \\ 14 \\ 27 \\ 7 \end{pmatrix}$$

$$30. \quad A = \begin{pmatrix} -3 & -1 & 2 & 1 \\ 8 & -3 & 3 & 7 \\ -3 & 1 & -6 & -4 \\ 1 & 3 & -8 & -3 \end{pmatrix} \quad b = \begin{pmatrix} 10 \\ 41 \\ -37 \\ -36 \end{pmatrix}$$

2.2 Метод Гаусса

$$1. \quad A = \begin{pmatrix} 16 & -4 & 3 & -3 & -7 & -3 \\ -5 & -13 & 9 & 3 & 1 & 5 \\ -4 & 4 & -4 & 4 & 12 & -10 \\ 15 & -11 & -1 & 14 & 6 & -7 \\ 6 & 8 & -8 & 2 & -10 & 5 \\ -3 & 14 & 12 & 0 & -5 & -5 \end{pmatrix} \quad b = \begin{pmatrix} -54 \\ -34 \\ -8 \\ -70 \\ 58 \\ 53 \end{pmatrix}$$

$$2. \quad A = \begin{pmatrix} -2 & 9 & 0 & 14 & -3 & -7 \\ 1 & -15 & -4 & 5 & -6 & 2 \\ 10 & -12 & -4 & 3 & -7 & 15 \\ -10 & -10 & -7 & -10 & 4 & 5 \\ 13 & 9 & -7 & -9 & -6 & -4 \\ -2 & -8 & 12 & 10 & 4 & 13 \end{pmatrix} \quad b = \begin{pmatrix} 101 \\ -48 \\ -48 \\ -57 \\ 179 \\ -218 \end{pmatrix}$$

$$3. \quad A = \begin{pmatrix} -1 & 17 & -15 & -2 & 10 & -5 \\ 9 & 3 & 9 & 2 & 8 & 2 \\ 10 & 6 & -5 & -2 & -2 & -1 \\ 18 & 4 & -1 & -8 & -1 & 4 \\ -13 & -3 & -3 & -5 & 3 & -12 \\ -10 & 1 & 12 & 18 & -13 & 2 \end{pmatrix} \quad b = \begin{pmatrix} -35 \\ -50 \\ 59 \\ 48 \\ -58 \\ 85 \end{pmatrix}$$

$$4. \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 5 & 8 & 3 & -1 & -2 \\ -12 & -8 & -13 & 2 & 0 & 7 \\ -4 & -10 & 5 & 6 & -8 & 3 \\ -9 & 10 & -2 & -3 & -10 & 2 \\ -6 & 15 & 3 & 3 & -7 & 14 \\ -6 & -2 & -13 & -1 & -5 & -9 \end{pmatrix} \quad b = \begin{pmatrix} 48 \\ -86 \\ -36 \\ 10 \\ -4 \\ 15 \end{pmatrix}$$

$$5. \quad A = \begin{pmatrix} 0 & -7 & 2 & 4 & -4 & -5 \\ 0 & 1 & 6 & -16 & 5 & 1 \\ -9 & 6 & 3 & -3 & -4 & -6 \\ 17 & -9 & -4 & 17 & 5 & -1 \\ 9 & -11 & 1 & 5 & -2 & 1 \\ -5 & 5 & 16 & -13 & 13 & 5 \end{pmatrix} \quad b = \begin{pmatrix} -35 \\ -18 \\ -18 \\ 15 \\ -25 \\ 27 \end{pmatrix}$$

$$6. \quad A = \begin{pmatrix} 6 & 10 & -9 & 9 & -8 & 4 \\ 4 & -8 & 5 & -6 & -13 & -6 \\ 12 & 5 & 6 & -7 & -6 & -14 \\ -7 & -9 & -12 & 3 & 5 & -11 \\ 8 & 10 & 8 & 8 & -17 & 11 \\ 11 & -7 & 0 & 3 & -11 & 7 \end{pmatrix} \quad b = \begin{pmatrix} 94 \\ 48 \\ 61 \\ -46 \\ 156 \\ 166 \end{pmatrix}$$

$$7. \quad A = \begin{pmatrix} -15 & 6 & 6 & 12 & 5 & 3 \\ -2 & 10 & 3 & 16 & -3 & 3 \\ 6 & -6 & -17 & -5 & 4 & 6 \\ -5 & -2 & -6 & 4 & 4 & -4 \\ 2 & 18 & -1 & 3 & -6 & 2 \\ 6 & 6 & 8 & 9 & 4 & -1 \end{pmatrix} \quad b = \begin{pmatrix} -12 \\ 86 \\ 80 \\ -4 \\ 20 \\ -14 \end{pmatrix}$$

$$8. \quad A = \begin{pmatrix} -1 & 3 & -6 & 1 & -3 & 0 \\ 2 & -5 & -11 & 5 & -4 & -5 \\ -5 & -12 & 7 & 0 & -8 & -9 \\ 11 & 9 & -7 & 9 & 12 & -17 \\ 4 & 4 & -2 & 6 & 11 & -8 \\ 3 & -1 & -7 & -1 & 9 & 6 \end{pmatrix} \quad b = \begin{pmatrix} 25 \\ 42 \\ 17 \\ -49 \\ -56 \\ -60 \end{pmatrix}$$

$$9. \quad A = \begin{pmatrix} -7 & -15 & -8 & 15 & 2 & -11 \\ 16 & 15 & -7 & -7 & -6 & -13 \\ -4 & 5 & 3 & 3 & 6 & -6 \\ -6 & 6 & 8 & -9 & -5 & 9 \\ 7 & -12 & -11 & -4 & -1 & -3 \\ -4 & -17 & 3 & -9 & 12 & -5 \end{pmatrix} \quad b = \begin{pmatrix} -133 \\ 80 \\ -82 \\ 53 \\ 71 \\ -72 \end{pmatrix}$$

$$10. \quad A = \begin{pmatrix} -12 & -2 & -4 & -9 & -1 & 15 \\ -13 & 17 & -1 & 12 & -2 & 8 \\ 3 & 10 & 6 & 4 & -17 & 2 \\ -8 & -15 & -15 & 9 & 3 & 10 \\ 11 & -14 & -8 & 3 & 2 & -3 \\ 0 & -16 & 10 & -2 & -9 & -1 \end{pmatrix} \quad b = \begin{pmatrix} 29 \\ 308 \\ 125 \\ -95 \\ -234 \\ -73 \end{pmatrix}$$

$$11. \quad A = \begin{pmatrix} -8 & 7 & -5 & 1 & 3 & -8 \\ 5 & -3 & -2 & -6 & 6 & 4 \\ -9 & 0 & 8 & 5 & -17 & 1 \\ -1 & -8 & 1 & 7 & 0 & 7 \\ -3 & -12 & 10 & -16 & -8 & -4 \\ 3 & 10 & -12 & 5 & 8 & -1 \end{pmatrix} \quad b = \begin{pmatrix} 46 \\ -22 \\ 33 \\ -34 \\ -46 \\ 52 \end{pmatrix}$$

$$12. \quad A = \begin{pmatrix} -3 & 6 & 4 & -1 & 1 & -10 \\ -7 & -2 & -3 & 12 & -4 & -3 \\ -5 & 0 & 13 & -7 & 1 & -2 \\ 11 & 8 & -3 & -4 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 11 & 3 & 3 \\ -1 & -15 & 17 & 10 & 0 & 3 \end{pmatrix} \quad b = \begin{pmatrix} 26 \\ -94 \\ 32 \\ 57 \\ -46 \\ -47 \end{pmatrix}$$

$$13. \quad A = \begin{pmatrix} 3 & -8 & -9 & -4 & -4 & -6 \\ -1 & -7 & 13 & 4 & 2 & 5 \\ 12 & 9 & 7 & 3 & 1 & -2 \\ -5 & -11 & -11 & 2 & 2 & 16 \\ -4 & 10 & 1 & 7 & 3 & -5 \\ -19 & -3 & -20 & -10 & 7 & 12 \end{pmatrix} \quad b = \begin{pmatrix} 44 \\ 35 \\ -43 \\ 74 \\ -94 \\ 101 \end{pmatrix}$$

$$14. \quad A = \begin{pmatrix} 16 & -7 & -3 & 10 & 8 & 6 \\ 7 & 7 & 4 & -6 & 3 & -10 \\ 9 & 0 & -10 & -1 & 3 & 14 \\ -2 & -9 & 3 & -2 & 5 & 8 \\ 0 & 6 & -7 & 10 & 4 & 1 \\ -10 & 0 & -3 & -2 & -8 & 0 \end{pmatrix} \quad b = \begin{pmatrix} 77 \\ -97 \\ -40 \\ 14 \\ 7 \\ 29 \end{pmatrix}$$

$$15. \quad A = \begin{pmatrix} -3 & -13 & -2 & 0 & -1 & 5 \\ -9 & -4 & 3 & -5 & -5 & -6 \\ -6 & 4 & 8 & -6 & 1 & 1 \\ -14 & -12 & -19 & -5 & 1 & -2 \\ -4 & -3 & 1 & -3 & -6 & -2 \\ -11 & -9 & 9 & 10 & 4 & 14 \end{pmatrix} \quad b = \begin{pmatrix} 58 \\ 75 \\ -82 \\ 277 \\ 49 \\ -187 \end{pmatrix}$$

$$16. \quad A = \begin{pmatrix} -6 & 3 & 5 & -5 & 7 & 15 \\ -14 & -4 & 5 & 7 & 4 & -16 \\ -13 & 9 & 6 & 18 & 8 & -18 \\ 10 & -5 & -2 & -3 & -3 & 17 \\ 6 & -2 & -7 & 4 & -8 & -1 \\ -7 & -3 & -2 & 3 & -4 & -1 \end{pmatrix} \quad b = \begin{pmatrix} -36 \\ 108 \\ 225 \\ -93 \\ -1 \\ 26 \end{pmatrix}$$

$$17. \quad A = \begin{pmatrix} -5 & 6 & -8 & 10 & 0 & 1 \\ -2 & -4 & 5 & 5 & -4 & -7 \\ -2 & 5 & 0 & 12 & -7 & 10 \\ 1 & -7 & -7 & 10 & 4 & -10 \\ 3 & 13 & -8 & 5 & -3 & -9 \\ 4 & 13 & -7 & -3 & -7 & 18 \end{pmatrix} \quad b = \begin{pmatrix} -103 \\ 66 \\ -111 \\ 28 \\ 74 \\ -132 \end{pmatrix}$$

$$18. \quad A = \begin{pmatrix} 0 & -6 & 9 & -8 & -15 & -9 \\ -1 & 5 & 4 & -6 & 13 & 0 \\ -10 & 3 & 6 & -5 & -7 & -11 \\ -2 & 6 & -2 & 14 & 15 & -5 \\ 8 & -10 & -10 & 2 & 0 & 1 \\ 0 & -13 & 7 & 0 & 9 & -5 \end{pmatrix} \quad b = \begin{pmatrix} 39 \\ -16 \\ 21 \\ 23 \\ -13 \\ 72 \end{pmatrix}$$

$$19. \quad A = \begin{pmatrix} -10 & -13 & 13 & -1 & 1 & 1 \\ -5 & -4 & -14 & 16 & -1 & -2 \\ -1 & -2 & 15 & 4 & 0 & -5 \\ -14 & 7 & -6 & -4 & -6 & -13 \\ 14 & -9 & -3 & -3 & -5 & -10 \\ -14 & 1 & 3 & 6 & -8 & -6 \end{pmatrix} \quad b = \begin{pmatrix} 106 \\ 84 \\ 9 \\ 91 \\ -47 \\ 111 \end{pmatrix}$$

$$20. \quad A = \begin{pmatrix} 5 & 1 & 2 & 3 & 10 & -2 \\ 4 & 0 & 5 & -8 & -2 & 6 \\ 0 & 12 & 2 & -2 & -2 & -1 \\ 2 & 15 & 0 & -16 & 8 & 16 \\ 2 & -12 & -3 & 1 & -3 & 6 \\ -8 & 11 & -8 & 1 & 1 & 7 \end{pmatrix} \quad b = \begin{pmatrix} -39 \\ -6 \\ 61 \\ 36 \\ -71 \\ 50 \end{pmatrix}$$

$$21. \quad A = \begin{pmatrix} -13 & -5 & 2 & 14 & -9 & -5 \\ 0 & -3 & -17 & -1 & -1 & 2 \\ 3 & -6 & 2 & -3 & -7 & -12 \\ 10 & 5 & 5 & -10 & -2 & -4 \\ -6 & 9 & -3 & -7 & 3 & -5 \\ -5 & -11 & 0 & 1 & -3 & 10 \end{pmatrix} \quad b = \begin{pmatrix} 88 \\ -2 \\ 10 \\ -49 \\ -29 \\ 13 \end{pmatrix}$$

$$22. \quad A = \begin{pmatrix} 0 & -7 & -15 & -2 & 10 & -1 \\ -9 & 11 & -4 & -3 & -5 & -5 \\ 1 & 4 & -1 & 5 & 4 & -10 \\ -7 & 1 & 1 & 17 & -7 & 0 \\ 2 & -4 & 0 & 3 & 15 & -9 \\ 2 & 11 & 2 & -5 & -8 & -16 \end{pmatrix} \quad b = \begin{pmatrix} -102 \\ -52 \\ -15 \\ 80 \\ -39 \\ 9 \end{pmatrix}$$

$$23. \quad A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 18 & 1 & -7 & -6 \\ -10 & -4 & 7 & -12 & 10 & -6 \\ 5 & 11 & -4 & -8 & -4 & 10 \\ -17 & 2 & -5 & -6 & 1 & -15 \\ 2 & -9 & -3 & -8 & -15 & -8 \\ -7 & 8 & -5 & 8 & -14 & 5 \end{pmatrix} \quad b = \begin{pmatrix} -61 \\ -14 \\ -117 \\ 79 \\ 11 \\ 20 \end{pmatrix}$$

$$24. \quad A = \begin{pmatrix} 0 & -3 & 13 & -9 & -4 & -6 \\ 2 & -4 & 2 & -1 & 12 & -14 \\ 16 & 0 & 12 & -4 & -8 & -2 \\ -5 & 6 & -1 & -18 & 1 & -7 \\ 4 & -6 & -3 & 16 & -12 & -13 \\ -4 & -3 & 8 & 4 & 14 & -3 \end{pmatrix} \quad b = \begin{pmatrix} -33 \\ 43 \\ -68 \\ 29 \\ -62 \\ 40 \end{pmatrix}$$

$$25. \quad A = \begin{pmatrix} -7 & 3 & 3 & -1 & -1 & -3 \\ 4 & -14 & -3 & 4 & 8 & -1 \\ -6 & 12 & 9 & -15 & 3 & 6 \\ -5 & -13 & -14 & -5 & 13 & -7 \\ 6 & 7 & 2 & 7 & -3 & -6 \\ 0 & 1 & -6 & 4 & 0 & -1 \end{pmatrix} \quad b = \begin{pmatrix} 12 \\ -60 \\ 159 \\ -99 \\ 7 \\ -36 \end{pmatrix}$$

$$26. \quad A = \begin{pmatrix} 16 & -4 & -10 & -17 & -2 & -3 \\ 8 & -3 & -8 & 6 & 10 & 4 \\ -9 & 1 & 7 & 19 & 4 & -7 \\ 0 & 0 & -5 & 1 & -8 & -14 \\ -15 & -3 & -4 & 15 & -11 & 2 \\ 7 & 7 & 1 & 10 & 9 & 5 \end{pmatrix} \quad b = \begin{pmatrix} 41 \\ 64 \\ -12 \\ 39 \\ 49 \\ 55 \end{pmatrix}$$

$$27. \quad A = \begin{pmatrix} 5 & 2 & 0 & 6 & 14 & -10 \\ 2 & -5 & 3 & -4 & 11 & -3 \\ -14 & -14 & -5 & -10 & 0 & 7 \\ -2 & -16 & 11 & 6 & 1 & -1 \\ -13 & -7 & -2 & 8 & 5 & -3 \\ 1 & 12 & 8 & -12 & -2 & 5 \end{pmatrix} \quad b = \begin{pmatrix} -60 \\ -107 \\ -47 \\ 13 \\ 7 \\ -115 \end{pmatrix}$$

$$28. \quad A = \begin{pmatrix} 4 & 7 & -7 & 2 & 8 & -3 \\ -7 & 4 & -5 & -1 & -4 & 1 \\ -8 & 1 & 2 & -13 & 4 & 3 \\ 13 & 0 & -11 & -6 & -2 & 17 \\ 2 & -5 & 14 & -2 & 14 & -1 \\ 2 & 2 & 13 & 7 & 10 & -9 \end{pmatrix} \quad b = \begin{pmatrix} -2 \\ 20 \\ -54 \\ 75 \\ -91 \\ -88 \end{pmatrix}$$

$$29. \quad A = \begin{pmatrix} -18 & -12 & 13 & 13 & -9 & 3 \\ 5 & 8 & 9 & 15 & -4 & 6 \\ 12 & -12 & 10 & -5 & 4 & 11 \\ 4 & -5 & -7 & -11 & 15 & -4 \\ -6 & -9 & 11 & 0 & 9 & 6 \\ -1 & -3 & 4 & 5 & 2 & 13 \end{pmatrix} \quad b = \begin{pmatrix} 4 \\ -70 \\ -32 \\ 93 \\ 65 \\ 11 \end{pmatrix}$$

$$30. \quad A = \begin{pmatrix} -1 & 5 & -13 & -1 & -2 & 1 \\ 9 & -8 & 0 & -3 & -6 & -6 \\ -13 & 11 & -16 & -1 & -4 & -9 \\ 9 & 6 & 2 & -4 & 2 & 10 \\ 14 & -2 & 3 & -8 & -2 & 18 \\ -2 & -9 & 16 & 8 & 0 & 6 \end{pmatrix} \quad b = \begin{pmatrix} -21 \\ -27 \\ -51 \\ 89 \\ 80 \\ 16 \end{pmatrix}$$

3 Матрицы

№	Выражение	x1	x2	n	m
1	$(A + C)B - DE$	-3.25	45.77	3	4
2	$(A - BC)D + E$	52.58	47.96	4	5
3	$AB - C(D - E)$	12.54	85.41	5	3
4	$B - (D - CE)A$	72.36	88.25	3	4
5	$DE - A(CB - AC)$	5.58	5.25	4	5
6	$A(C - BE)D - AB$	-52.47	78.58	5	3
7	$B(A - D^2E)$	58.57	14.85	3	4
8	$(A - BC)D + E$	78.12	16.85	4	5
9	$A - B(CD - BA)$	21.98	87.25	5	3
10	$(B - AC^2)D - AE$	-65.58	78.85	3	4
11	$(D - CE^2)A - BA$	-58.12	-85.41	4	5
12	$(CE - AD)B - AC$	47.32	-26.85	5	3
13	$(AD - BF)B - CA$	89.26	12.22	3	4
14	$(A - FD)B - AC$	14.36	12.63	4	5
15	$B - (C^2 - AD)C$	98.32	-14.25	5	3
16	$(AD - DE)B - AC$	47.55	48.96	3	4
17	$C(A - BE^2)D + B$	44.85	47.58	4	5
18	$(AF + E)BA - AC$	87.65	36.54	5	3
19	$(AD - DC) + BE$	25.45	69.54	3	4
20	$(A - DAC)B + E$	98.52	-36.45	4	5
21	$(A - FD)B - AC$	-47.32	78.52	5	3
22	$B(AC + B) - DF$	12.65	98.65	3	4
23	$C(A + DF) - BA$	-85.66	65.14	4	5
24	$(D - AE)B + FC$	58.84	-45.68	5	3
25	$E(F + AD) - BC$	47.69	98.24	3	4
26	$(BA - AC)B - CF$	14.65	96.14	4	5
27	$B(A - FD) - AC$	14.36	-74.25	5	3
28	$C(B - FD) - AC$	74.14	85.24	3	4
29	$B(A - DC) + EA$	-14.96	78.25	4	5

4 Интегрирование

4.1 Определенный интеграл

$$1. \int_1^3 x^3 \sqrt{x^2 - 1} dx$$

$$2. \int_0^1 \frac{x dx}{1 + x^4}$$

$$3. \int_1^2 \frac{e^{1/x}}{x^2} dx$$

$$4. \int_0^1 e^{x+e^x} dx$$

$$5. \int_1^{e^{\pi/2}} \cos \ln x dx$$

$$6. \int_{-1}^2 x^3 dx$$

$$7. \int_1^8 \frac{dx}{\sqrt[3]{x}}$$

$$8. \int_1^2 (3x^2 - 2x + 1) dx$$

$$9. \int_0^1 (\sqrt{x} + \sqrt[3]{x^2}) dx$$

$$10. \int_1^8 \frac{2 + 5\sqrt[3]{x}}{x^3} dx$$

$$11. \int_2^9 \sqrt[3]{x - 1} dx$$

$$12. \int_{\pi/2}^{\pi} \sin x dx$$

$$13. \int_{-\pi/4}^0 \frac{dx}{\cos^2 x}$$

$$14. \int_1^2 e^x dx$$

$$15. \int_0^3 2^x dx$$

$$16. \int_1^6 \frac{dx}{1 + \sqrt{3x - 2}}$$

$$17. \int_{\ln 3}^{\ln 8} \frac{dx}{\sqrt{e^x + 1}}$$

$$18. \int_0^{\pi/2} \frac{dx}{3 + 2 \cos x}$$

$$19. \int_0^{\pi/4} \frac{dx}{1 + 2 \sin^2 x}$$

$$20. \int_{-1}^1 \sqrt{3 - 2x - x^2} dx$$

$$21. \int_{2/\sqrt{3}}^2 \frac{dx}{x \sqrt{x^2 - 1}}$$

$$22. \int_{-2}^0 \frac{dx}{\sqrt{x + 3} + \sqrt{(x + 3)^3}}$$

$$23. \int_2^{4/\sqrt{3}} \frac{\sqrt{x^2 - 4}}{x} dx$$

$$24. \int_{\sqrt{3}/3}^{\sqrt{3}} \frac{dx}{\sqrt{(1 + x^2)^3}}$$

$$25. \int_{-2}^2 \frac{dx}{(4 + x^2)^2}$$

$$26. \int_1^5 \frac{dx}{x + \sqrt{2x - 1}}$$

$$27. \int_{1/4}^1 \frac{xdx}{\sqrt{1 + 4x^2}}$$

$$28. \int_{-1}^1 \frac{xdx}{\sqrt{5 - 4x}}$$

$$29. \int_{\ln 2}^{\ln 6} \frac{e^x \sqrt{e^x - 2}}{e^x + 2} dx$$

$$30. \int_0^3 x^2 \sqrt{9 - x^2} dx$$

4.2 Неопределенный интеграл

$$1. \int x \sqrt{x} dx$$

$$2. \int \frac{dx}{\sqrt[5]{x}}$$

$$3. \int \frac{2 - \sqrt{1 - x^2}}{\sqrt{1 - x^2}} dx$$

$$4. \int \frac{2 - x^4}{1 + x^2} dx$$

$$5. \int e^{3x} \cdot 3^x dx$$

$$6. \int x^3 (1 - 2x^4)^3 dx$$

$$7. \int x^3 (1 - 2x^4)^3 dx$$

$$8. \int \sin(2 - 3x) dx$$

$$9. \int x \ln x dx$$

$$10. \int \arcsin x dx$$

$$11. \int x^2 \operatorname{arctg} x dx$$

$$12. \int (x + 1)e^x dx$$

$$13. \int \frac{dx}{(x - 1)^4}$$

$$14. \int \frac{dx}{(2x + 3)^3}$$

$$15. \int \frac{dx}{x^2 - 6x + 18}$$

$$16. \int \frac{x + 2}{x(x - 3)} dx$$

$$17. \int \frac{2x^2 + x + 3}{(x + 2)(x^2 + x + 1)} dx$$

$$18. \int \frac{5x^3 - 17x^2 + 18x - 5}{(x-1)^3(x-2)} dx$$

$$19. \int \frac{dx}{x^3 - 8}$$

$$20. \int \frac{dx}{\sqrt{1-2x} - \sqrt[4]{1-2x}}$$

$$21. \int \frac{\sqrt[6]{x}}{1 + \sqrt[3]{x}} dx$$

$$22. \int \frac{dx}{\sqrt{x^2 - x - 1}}$$

$$23. \int \frac{dx}{x(\sqrt[3]{x} + 1)^2}$$

$$24. \int \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{\sqrt{x} + 1}} dx$$

$$25. \int \sin^2 x \sin 3x dx$$

$$26. \int (2x^2 - 2x + 1)e^{-x/2} dx$$

$$27. \int \frac{\ln x}{x^3} dx$$

$$28. \int \frac{x^2 - 2}{x^2 + 2} \operatorname{arctg} x dx$$

$$29. \int (2x^2 - 1) \cos 2x dx$$

$$30. \int x \ln^2 x dx$$

5 Дифференцирование

$$1. y = \frac{7}{x^3}; \quad x_0 = 1$$

$$2. y = \frac{3}{4}x\sqrt[3]{x}; \quad x_0 = 2$$

$$3. y = \frac{2}{7}x^3\sqrt{x} - \frac{4}{11}x^5\sqrt{x} + \frac{2}{15}x^7\sqrt{x}; \quad x_0 = 4$$

$$4. y = (x^2 + 2x + 2)e^{-x}; \quad x_0 = 0$$

$$5. y = 3x^3 \ln x - x^3; \quad x_0 = 1$$

$$6. y = \frac{2^{3x}}{3^{2x}}; \quad x_0 = 0$$

$$7. y = x^2 \sin x + 2x \cos x - 2 \sin x; \quad x_0 = \pi$$

$$8. y = \ln(2x^3 + 3x^2); \quad x_0 = 1$$

$$9. y = \sqrt{1 - 3x^2}; \quad x_0 = \frac{2}{3}$$

$$10. y = x \arccos \frac{x}{2} - \sqrt{4 - x^2}; \quad x_0 = 0$$

$$11. y = \sqrt{x} \arcsin \sqrt{x} + \sqrt{1 - x}; \quad x_0 = 0$$

$$12. y = \left(\sin \frac{x}{2} - \cos \frac{x}{2}\right)^2; \quad x_0 = \frac{\pi}{2}$$

$$13. y = \cos^3\left(\frac{x}{3}\right); \quad x_0 = -\pi$$

$$14. y = \ln \operatorname{tg} \frac{2x+1}{4}; \quad x_0 = 10$$

$$15. y = \ln \sqrt{\frac{1+\sin x}{1-\sin x}}; \quad x_0 = \frac{\pi}{2}$$

$$16. y = \operatorname{tg} 2x + \frac{2}{3} \operatorname{tg}^3 2x + \frac{1}{5} \operatorname{tg}^5 2x; \quad x_0 = \pi$$

$$17. y = \frac{1}{3} \sin^3 \sqrt{x} - \frac{2}{5} \sin^5 \sqrt{x} + \frac{1}{7} \sin^7 \sqrt{x}; \quad x_0 = \pi^2$$

$$18. y = \ln(3x^2 + \sqrt{9x^4 + 1}); \quad x_0 = 1$$

$$19. y = \frac{x}{2} \sqrt{a^2 - x^2} + \frac{a^2}{2} \arcsin \frac{x}{a}; \quad x_0 = 0$$

$$20. y = \ln \frac{\sqrt{4 \operatorname{tg} x + 1} - 2\sqrt{\operatorname{tg} x}}{\sqrt{4 \operatorname{tg} x + 1} + 2\sqrt{\operatorname{tg} x}}; \quad x_0 = \frac{\pi}{4}$$

$$21. y = -\operatorname{ctg}^2 \frac{x}{2} - 2 \ln \sin \frac{x}{2}; \quad x_0 = \frac{\pi}{6}$$

$$22. y = \operatorname{arctg} \sqrt{4x^2 - 1}; \quad x_0 = 1$$

$$23. y = \operatorname{arctg} \frac{x}{\sqrt{a^2 - x^2}}; \quad x_0 = 0$$

$$24. y = \operatorname{arctg} \frac{1 - \sqrt{1 - x^2}}{x}; \quad x_0 = 0$$

$$25. y = \arcsin \frac{2x^3}{1 + x^6}; \quad x_0 = \frac{1}{2}$$

$$26. y = \arccos \frac{9 - x^2}{9 + x^2}; \quad x_0 = 0$$

$$27. y = e^{-x} - \sin e^{-x} \cos e^{-x}; \quad x_0 = 1$$

$$28. y = \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{1-x}{1+x}}; \quad x_0 = 0$$

$$29. y = \ln \frac{(x-1)(x-3)^3}{(x-2)^3(x-4)}; \quad x_0 = 9$$

$$30. y = 1 - e^{\sin^2 3x} \cos^2 3x; \quad x_0 = \frac{\pi}{3}$$

6 Интерполяция

1.

X	4.729	0.2667	4.548	1.361	2.128	7.972	6.585	7.814	8.421	4.987
Y	14.73	-2.369	14.41	-8.42	-6.36	-1.958	3.614	-2.178	-0.01346	14.61

2.

x	0.7572	3.562	4.098	2.979	7.449	0.5824	3.589	1.588	1.318	1.815
y	-0.09519	0.493	0.8755	-0.03488	-0.9133	0.1178	0.5156	-0.6673	-0.5672	-0.6861

3.

x	2.492	3.469	6.649	9.325	1.052	5.58	8.951	8.723	3.883	6.719
y	7.219	12.97	98.5	643.5	1.082	46.3	496.7	424.1	16.23	103.6

4.

x	2.814	9.821	5.948	1.32	6.005	3.553	4.784	9.481	9.826	5.136
y	1.84	2.093	0.095	0.5522	0.08001	1.849	0.9185	2.159	2.092	0.5952

5.

x	8.98	3.265	5.708	3.481	2.902	9.228	8.07	6.867	7.668	7.218
y	9.26	7.456	2.945	7.403	7.228	9.569	6.91	3.368	5.585	4.207

6.

X	3.416	4.843	8.382	5.406	5.687	6.4	7.599	1.58	7.864	4.384
Y	-1.924	-5.802	6.241	-5.158	-4.194	-0.2518	6.355	0.58	6.864	-5.149

7.

X	5.063	0.6828	9.82	6.155	3.675	8.601	2.419	0.5099	1.725	2.201
Y	-8.316	-0.476	-23.2	-4.221	-16.56	-20.03	-14.42	0.4722	-8.95	-12.92

8.

x	7.869	0.8369	1.365	5.626	6.323	4.537	3.338	2.825	8.732	8.685
y	-0.5738	0.5752	0.7059	-1.736	-1.225	-1.892	-0.8628	-0.2539	-1.108	-1.063

9.

x	6.046	3.613	9.76	8.958	9.535	2.017	3.555	2.91	0.9961	7.093
y	3.408	4.32	4.094	0.1542	2.987	-2.601	4.053	0.8441	-2.391	-1.324

10.

x	6.719	0.05783	6.046	2.906	7.469	9.122	6.059	7.842	5.426	3.947
y	5.642	4.011	5.702	-3.018	3.742	-1.082	5.718	2.4	4.247	-1.589

11.

x	1.019	0.2746	2.589	2.286	8.622	0.4762	0.5618	0.8501	9.625	8.786
y	3.443	2.335	-7.057	-7.238	-13.62	3.598	3.947	4.108	-7.672	-13.57

12.

x	4.031	6.585	9.452	0.02247	0.4946	4.22	6.039	4.144	6.231	0.04856
y	148.9	2129	9910	-24.43	-34.09	208.1	1439	183.1	1660	-24.82

13.

x	3.944	3.168	8.535	1.977	4.691	4.332	4.188	5.804	3.374	9.51
y	10.72	6.084	-230.2	-1.121	13.18	12.39	11.85	6.497	7.401	-553.4

14.

x	4.186	7.767	1.512	0.8735	4.718	3.328	6.145	2.807	4.391	2.21
y	-19.44	-197.7	-11.71	-11.45	-25.19	-14.5	-61.89	-13.06	-21.34	-12.18

15.

x	5.19	0.07372	7.705	9.692	9.04	2.227	4.785	4.144	8.416	4.275
y	102.5	-7.177	231.4	368.6	320	13.4	86.33	63.29	276.8	67.73

16.

x	7.349	0.8175	8.47	3.596	0.944	1.884	9.134	3.103	3.415	2.723
y	-1.897	1.09	-7.961	-3.046	3.104	1.37	-7.672	-2.182	0.9532	-0.3852

17.

x	0.0721	2.895	8.595	7.075	9.21	0.9356	0.767	3.839	5.151	1.407
y	3.761	0.2024	1.107	3.721	0.7304	2.847	3.11	1.004	3.565	2.001

18. 1

x	0.7462	9.148	7.553	1.017	6.779	8.242	2.715	8.704	9.708	2.207
y	0.5721	50.09	29.84	-0.03426	21.84	37.96	-0.4888	43.95	58.41	-0.9573

19.

x	2.046	1.929	9.568	7.388	6.798	9.213	8.443	1.054	9.038	8.927
y	-0.4004	-0.401	-11.85	-6.206	-5.005	-10.81	-8.703	-0.5788	-10.31	-9.998

20.

x	9.567	3.315	8.875	4.333	2.671	5.279	7.941	4.867	5.59	3.472
y	172.5	17.66	147.7	32.21	10.6	49.45	117.2	41.51	55.91	19.63

21.

x	9.112	3.685	2.113	0.5017	2.488	1.449	6.081	1.969	7.618	6.365
y	19.18	8.226	4.741	0.1266	5.77	2.776	11.18	4.324	15	11.73

22.

x	1.744	9.632	1.976	0.4732	0.3605	0.8238	5.69	2.189	3.046	4.113
y	2.301	11.9	2.657	-0.2749	-0.6599	0.6301	7.428	2.972	4.16	5.527

23.

x	2.517	5.088	9.879	1.217	7.07	2.947	5.251	5.172	8.292	1.037
y	-9805	-9593	-9161	-9907	-9420	-9770	-9579	-9585	-9309	-9921

24.

x	4.421	3.79	5.576	8.366	0.09708	0.4063	2.56	7.076	1.331	8.568
y	82.95	44.01	263.8	4300	-9.199	-0.9603	12.54	1183	3.032	5259

25.

x	2.183	3.134	6.068	9.556	3.869	2.371	5.924	0.1656	9.167	2.245
y	-1.939	-0.4004	-1.183	0.05806	1.668	-1.614	-1.173	0.3525	0.2159	-1.922

26.

x	9.658	3.996	3.353	6.254	2.9	8.987	3.282	4.603	4.128	1.21
y	0.6622	-0.8913	0.702	0.9692	1.125	1.064	0.8213	-1.97	-1.225	0.1849

27.

x	1.487	1.116	6.895	4.907	6.534	6.399	8.306	8.779	9.623	7.257
y	-0.5751	-0.4284	1.804	0.7517	1.263	1.103	5.02	6.213	8.109	2.495

28.

x	3.741	8.525	7.436	2.356	7.837	5.632	1.243	4.138	1.71	2.413
y	9.386	0.6961	-1.702	-4.715	-2.162	11.69	-8.224	12.53	-8.194	-4.249

29.

x	2.251	6.984	6.433	3.295	3.207	1.63	2.765	2.362	6.248	5.828
y	-0.5674	-0.6371	-0.137	0.2549	0.1735	-0.675	-0.221	-0.508	0.04793	0.4572

30.

x	7.121	7.141	7.006	1.264	3.809	8.641	4.951	6.718	3.496	7.643
y	137.9	139.8	127	1.797	15.59	400.7	30.47	103.4	13.16	199.4

6 ФОРМЫ ОТЧЕТНОСТИ ПО ПРАКТИКЕ

Отчетными документами по прохождению практики студентом являются *отчет* вместе с Mathcad-файлом и *дневник* студента по практике.

Для оформления отчета обучающемуся выделяется *3 календарных* дня в конце практики.

Отчет оформляется в соответствии с Образовательным стандартом ТУСУР 01-2021 «Работы студенческие по направлениям подготовки и специальностям технического профиля. Общие требования и правила оформления» (<https://regulations.tusur.ru/documents/70>).

Отчет о прохождении практики студент подготавливает самостоятельно и представляет его для проверки и оценки руководителю практики от профильной организации¹ вместе с заполненным дневником практики. Руководитель практики от профильной организации проверяет отчет, оценивает данную работу и выставляет в дневнике оценку за практику. После утверждения отчетных документов, руководитель практики от профильной организации заполняет соответствующие разделы дневника, подписывает, ставит печать организации, в том числе и на титульном листе отчета по практике и листе индивидуального задания на практику.

После получения оценки руководителя практики от профильной организации студент в течение *5 рабочих дней* должен предоставить руководителю практики от университета:

- отчетные документы (отчет по практике вместе с Mathcad-файлом и дневник) в электронном виде в формате Microsoft Word (.doc или .docx);
- электронные копии подписанных документов (заявления и договора на практику, титульного листа отчета, листа индивидуального задания, дневника по практике) в формате Adobe PDF (.pdf). При прохождении практики

¹ При условии, что практика проходит в профильной организации.

в профильной организации все документы должны содержать подписи руководителя практики от профильной организации, заверенные синей печатью профильной организации;

– файлы программного проекта и/или другие виды файлов, являющиеся результатом выполнения индивидуального задания.

Студенты, обучающиеся с применением дистанционных образовательных технологий, имеют право не приезжать в назначенное время к защите практики, однако должны передать на проверку руководителю практики от университета отчет и дневник по практике (по согласованию с руководителем отправить по электронной почте или разместить в электронном курсе). После получения итоговой оценки обучающемуся необходимо загрузить итоговый вариант отчета вместе с Mathcad-файлом и дневник в электронный курс для оформления портфолио студента: отчет по практике и дневник в электронном виде и электронные копии подписанных документов (титульный лист отчета, дневник по практике, лист индивидуального задания).

Максимальный размер файла с отчетом по практике – 10 Мб. Для уменьшения размера pdf-файлов можно воспользоваться онлайн-сервисами, например, <https://pdf.io/ru/compress/>.

Оригиналы документов (отчет вместе с Mathcad-файлом и дневник по практике, оригинала договора (2 экземпляра) или заявления (1 экземпляр)) студент высылает почтовым отправлением на адрес кафедры: «634050, г. Томск, пр. Ленина, 40, ТУСУР, кафедра КСУП» либо «634045, г. Томск, ул. Вершинина, 74, ТУСУР, кафедра КСУП» – или предоставляет по приезду в университет руководителю практики от университета на кафедру. Все документы необходимо обязательно проверять на наличие орфографических и грамматических ошибок.

Итоговая оценка по практике выставляется руководителем практики от университета с учетом полноты содержания отчета и качества выполнения

работы, отзыва руководителя практики от организации, а также соответствия программе практики и качества выполнения индивидуального задания.

Оценка по практике имеет тот же статус, что и оценки по другим дисциплинам учебного плана, и учитывается при подведении итогов общей успеваемости студента.

6.1 Дневник студента по практике

Во время прохождения учебной практики студент обязан вести дневник по практике, который является основным отчетным документом, характеризующим и подтверждающим прохождение практики студентом.

Форма дневника по практике размещена в личном кабинете студента.

Порядок заполнения дневника

На титульном листе указывается вид и тип практики:

Дневник

по учебной практике: получение первичных навыков

научно-исследовательской работы

На оборотной стороне титульного листа дневника указана инструкция по заполнению дневника, ознакомившись с которой, студент ставит подпись.

В разделе 1 «Общие сведения» указываются личные данные студента (фамилия, имя, отчество), факультет, курс обучения, номер группы, место прохождения (согласно приказу на практику) и сроки прохождения практики (согласно календарному учебному графику)².

В таблице «Рабочий график (план) проведения практики» указывается, в каком отделе, структурном подразделении в течение какого времени

² Во всех датах обязательно ставятся ведущие нули – например, «01 марта».

занимался студент. При условии прохождения практики на базе университета указывается кафедра университета. В столбец «Подразделение, рабочее место» могут быть вписаны такие фразы: «Отдел (наименование)», «Библиотека, подготовка отчета». В столбце «Недели» ставится знак «×» на пересечении недели и работы, соответствующих друг другу. Количество недель указывается согласно рабочему учебному плану. В конце раздела ставятся подписи руководителей практики от университета и профильной организации и печать профильной организации.

Раздел 2 «Индивидуальное задание». В пункте «а» отражается тема практики, которая должна соответствовать индивидуальному заданию обучающегося, выданному на практику; в пункте «б» отражается цель практики, в пункте «в» кратко характеризуется работа студента по выполнению задания, перечисляются задачи из введения, указанные в отчете по практике:

- какая работа была произведена по сбору материалов к практике;
- какое программное обеспечение было освоено, какие формы анализа освоены и т.п.

В разделе 3 «Содержание работ практики» указывается краткое содержание работы студента в течение практики в соответствии с рабочим планом (графиком) прохождения практики. Рекомендуется в первый день практики составить календарный рабочий план (график) прохождения практики совместно с руководителем практики от университета или профильной организации³ и работать согласно утвержденному плану. Записи в разделе производятся с периодичностью смены вида деятельности, но не реже двух раз в неделю. В столбце «Подпись руководителя практики» ставится подпись руководителя практики от университета⁴ или руководителя практики от профильной организации. Сроки практики должны быть полностью

³ При прохождении практики в профильной организации.

⁴ При прохождении практики в университете.

отражены в данном разделе (с учетом того, что режим рабочего времени предусматривает продолжительность шестидневной рабочей недели (включая субботу)).

Раздел 4 «Отметки о прохождении инструктажа» заполняется руководителем практики от университета или от профильной организации⁵, проводившим инструктаж обучающимся перед началом практики. В каждой строке о проведении определенного вида инструктажа руководитель практики ставит подпись, а студент указывает дату проведения инструктажа и визирует подписью его прохождение. Если практика проходит в профильной организации, внизу таблицы ставится печать профильной организации.

Раздел 5 «Оценка работы обучающегося» заполняется руководителем практики от профильной организации, заверяется его подписью и печатью профильной организации (предприятия).

Пункт «а» является обязательным к заполнению. Здесь дается заключение о работе обучающегося в период практики, характеризуются приобретенные технические навыки, личная активность, дисциплина. Отмечается участие обучающегося в производственных мероприятиях, оцениваются уровень, оперативность и качество выполнения им задания по практике, отношение к выполнению программы практики.

В пункте «б» приводятся поощрения и взыскания, полученные студентом во время практики, с указанием номера и даты приказа. Раздел «б» может быть незаполненным, если ни поощрений, ни взысканий студент не получал.

В конце раздела 5 ставится оценка за практику («отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно») и подпись руководителя практики от профильной организации, заверенная синей печатью профильной организации (предприятия).

⁵ При прохождении практики в профильной организации.

Раздел 6 «Заключение руководителя практики от университета» заполняется руководителем практики от университета (кафедры). Заключение должно содержать оценку своевременности, полноты и качества содержательной стороны отчета, уровень освоения профессиональных компетенций. В конце раздела проставляется итоговая оценка за практику и подпись руководителя практики от университета.

Руководитель практики от университета на основании оценки руководителя практики от организации и проверки (рецензирования) отчета по практике выставляет итоговую оценку за практику.

Требования к оформлению дневника:

- дневник распечатывается как брошюра (в формате А5) и скрепляется/сшивается как отдельный документ;
- все разделы дневника обязательны для заполнения. Дневник заполняется синей шариковой ручкой;
- раздел 3 «Содержание работ практики» должен охватывать все дни практики за исключением выходных дней (разрешается заполнять раздел по периодам);

Пример

Дата	Подразделение, рабочее место	Краткое содержание проделанной работы	Подпись руководителя практики
21.06.2021	Кафедра КСУП, ТУСУР	Ознакомление с средой Mathcad	
С 22.06.2021 по 26.06.2021 ⁶	Кафедра КСУП, ТУСУР	Построение графиков функций	

⁶ В дневник не вносятся выходные дни, если последний день практики приходится на выходной день (воскресенье) в раздел 3 «Содержание работ практики» данный день не вносится и содержание проделанной работы не фиксируется.

– если обучающийся проходит практику в организации, то соответствующие разделы дневника должны быть подписаны руководителем практики от профильной организации и заверены синей печатью;

– если прохождение практики предусмотрено на кафедре университета, соответствующие разделы дневника заполняются и заверяются подписью руководителя практики от университета.

6.2 Требования к оформлению отчета по практике

Структура отчета

Структура отчета по практике включает набор следующих *обязательных* элементов:

- 1) титульный лист;
- 2) индивидуальное задание;
- 3) оглавление;
- 4) введение;
- 5) основная часть документа;
- 6) заключение;
- 7) список сокращений, обозначений, терминов и определений (при необходимости);
- 8) список использованной литературы и других источников информации;
- 9) приложения (при необходимости).

Титульный лист

Титульный лист служит обложкой документа. Бланк титульного листа отчета размещен в личном кабинете студента.

Индивидуальное задание

Индивидуальное задание на практику, как правило, оформляется в стандартной, принятой в ТУСУРе форме. Бланк задания на практику размещен в личном кабинете студента.

Индивидуальное задание на практику должно содержать следующие разделы: тема практики, цель практики, задачи практики, сроки практики, совместный рабочий график (план) проведения практики. В бланке задания указывается кафедра, на которой обучается студент, вид и тип практики, личные данные студента. Тему, цель и задачи практики студенту помогают определить руководители практики от университета и профильной организации.

В бланке индивидуального задания должны быть указаны дата выдачи задания на практику руководителем практики от университета и дата принятия задания обучающимся. Дата выдачи задания должна совпадать с календарной датой начала практики согласно приказу. Задание подписывается руководителем практики от университета, руководителем практики от профильной организации, обучающимся, принявшим задание к исполнению, и утверждается заведующим кафедрой. Бланк индивидуального задания размещен в личном кабинете студента.

Оглавление

Оглавление включает: введение, наименования всех глав, разделов, подразделов, пунктов, заключение, список использованных источников, приложения (при наличии). Строки оглавления заканчиваются указанием номеров страниц, на которых расположено начало соответствующей части документа. Вместо слова «Оглавление» допускается использовать наименование «Содержание». Заголовок «Оглавление» (с прописной буквы) размещают в центре строки (симметрично тексту).

Введение

Введение должно содержать общие сведения о используемой системе MathCad. Назначение системы, панели инструментов, особенности использования.

Также необходимо перечислить вопросы, которые будут рассмотрены в отчете. Объем введения должен быть не более 2–3 страниц и не менее одной полной страницы.

Основная часть

В *основной части* отчета раскрывается выполнение заданий в соответствии с темой практики. Структура основной части зависит от типа решаемой задачи и определяется студентом индивидуально на основе общения с руководителем практики от профильной организации и/или руководителем практики от университета.

Основная часть отчета должна содержать все пункты задания. Образец оформления основной части представлен в приложении Г.

Заключение

Заключение должно содержать краткие выводы о проделанной работе. В заключении необходимо сделать краткие выводы и оценку полученных во время практики результатов.

Список использованной литературы и других источников информации

В список включаются лишь те источники, на которые есть ссылки по тексту работы.

Список формируется в порядке упоминания источников в тексте работы. При отсылке к источнику в тексте работы, после упоминания о нем, проставляется номер в квадратных скобках, под которым он значится в списке источников.

Список оформляется в виде перечня библиографических записей согласно требованиям к библиографическим записям и библиографическим описаниям (ГОСТ 7.1 и ГОСТ 7.0.11).

Общие требования по оформлению отчета

Отчет необходимо оформить в соответствии с образовательным стандартом ТУСУР 01-2021 «Работы студенческие по направлениям подготовки и специальностям технического профиля. Общие требования и правила оформления» (<https://regulations.tusur.ru/documents/70>).

Основные требования:

1) общий объем машинописного текста без приложений должен составлять *не менее 20 страниц*;

2) текст отчета должен быть напечатан шрифтом Times New Roman размером 12–14 пт *с интервалом 1,5* на одной стороне стандартного листа белой односторонней бумаги формата А4 (210 × 297 мм);

3) текст отчета должен иметь поля: левое – 30 мм, правое – 10 мм, верхнее – 20 мм, нижнее – 20 мм. Абзацный отступ должен быть одинаковым по всему тексту работы и равен пяти знакам, выравнивание текста – по ширине;

4) контуры букв и знаков должны быть без ореола и расплывающейся краски. Насыщенность букв должна быть равной в пределах строки, страницы и всего отчета;

5) таблицы, рисунки, схемы, графики, фотографии и др. в тексте отчета и в приложении должны быть выполнены на стандартных листах формата А4;

6) все страницы, включая иллюстрации и приложения, нумеруются по порядку арабскими цифрами. Порядковый номер печатается *в центре верхнего поля* страницы. Нумерация страниц должна быть сквозной от титульного листа до последнего листа текста, включая иллюстрации, таблицы,

графики, диаграммы и т. д., расположенные внутри текста или после него, а также приложения. Первой страницей считается титульный лист, но на нем номер страницы не ставится. Также номера страниц не ставятся на страницах «Оглавление», «Индивидуальное задание», но эти страницы учитываются при общей нумерации.

Не разрешается размещать заголовки и подзаголовки в нижней части страницы, если на ней не помещается более 2–3 строк последующего текста.

При оформлении отдельных глав отчета следует помнить, что каждая глава должна начинаться с новой страницы.

Названия глав, параграфов, пунктов, подпунктов следует начинать с абзаца и их можно писать более крупным шрифтом, чем текст. При этом цифры, указывающие их номера, не должны выступать за границу абзаца. Точка в конце названия не ставится. Расстояние между заголовками глав, параграфов и последующим текстом должно быть равно *одному* межстрочному интервалу.

Названия глав, параграфов должны соответствовать их наименованию, указанному в оглавлении. Все страницы работы должны соответствовать оглавлению. Подчеркивания наименований глав, параграфов и фрагментов текста не допускаются.

В тексте возможно употребление общепринятых сокращений и такие сокращений, для которых в тексте были приведены либо полная расшифровка, либо приложенный список сокращений.

При приведении цифрового материала в тексте отчета должны использоваться только арабские цифры. Римские цифры и даты, обозначаемые арабскими цифрами, не должны сопровождаться падежными окончаниями. Количественные числительные в тексте пишутся также без падежных окончаний. Если в тексте необходимо привести ряд величин одной и той же размерности, то единица измерения указывается только после последнего числа.

Знак «+» применяется только в выражениях, стоящих после знака равенства. Для величин, имеющих два предела, единица измерения пишется только один раз при второй цифре. Такие знаки, как «N», «§», «%» пишутся только один раз при второй цифре. В тексте их следует писать только словами: номер, параграф, процент. Математические знаки, такие как «+», «–», «=», «>», «<» и так далее используются только в формулах. В тексте их следует писать словами: «плюс», «минус», «равно», «больше», «меньше». Например, «Коэффициент стабильности на предприятиях индивидуального производства равен 0,6»; «Периодичность обновления массива меньше периодичности решения задачи».

Перед отправкой отчета по практике на проверку нужно проверить:

- идентичность заголовков в содержании и в работе, а также их общую редакционную согласованность;
- наличие ссылок на рисунки, таблицы, приложения, литературу; правильность этих ссылок; правильность нумерации рисунков, таблиц, приложений; общую редакционную согласованность заголовков таблиц и надписей.

Оформление текста

По всему тексту необходимо установить режим автоматических переносов, за исключением некоторых элементов работы и текста: титульного листа, заголовков разделов (подразделов), названия рисунков, таблиц. В перечисленных элементах отчета и текста слова переносятся целиком.

Необходимо обратить внимание на стиль и язык изложения, поработать над лаконичностью и четкостью формулировок, точностью определений, разнообразием употребляемых слов, литературной формой выражения мыслей. Стиль написания отчета – безличный монолог, т. е. от третьего

лица. Не употребляются местоимения первого лица единственного и множественного числа.

Во всём отчете должно быть достигнуто единообразие терминов, обозначений и условных сокращений.

Требования к элементам текста

Заголовки:

- разделы и подразделы (главы и параграфы) должны иметь заголовки. Пункты, как правило, заголовков не имеют. Заголовки должны четко и кратко отражать содержание разделов и подразделов (глав и параграфов);

- оформление заголовков должно соответствовать единому стилю форматирования, принятому в работе. Заголовки должны быть выделены полужирным шрифтом;

- задание, введение, заключение, список используемой литературы и других источников информации не нумеруются. Эти заголовки структурных элементов отчета выравниваются по центру, оформляются прописными буквами полужирного начертания, без точки в конце;

- основная часть может состоять из 2–3 разделов, каждый из которых может включать несколько подразделов и пунктов. Используется иерархическая нумерация;

- каждый раздел начинается с нового листа. Подразделы и пункты начинать с нового листа не следует;

- наименования разделов, подразделов выравниваются по центру, точки в конце заголовков не ставятся;

- каждый раздел, подраздел и пункт (за исключением «Оглавление», «Индивидуальное задание», «Введение», «Заключение», «Сокращения, обозначение, термины и определения», «Список используемой литературы

и других источников информации») имеет номер, состоящий из номера раздела, номера подраздела и номера пункта, разделенных точкой (1.1, 1.1.2 и т. д.). В конце номера точка не ставится;

– если заголовок состоит из двух и более строк, то между ними межстрочный интервал 1 и слова переносят целиком;

– заголовки разных уровней должны отличаться по оформлению (например, заголовки первого уровня (наименования разделов/глав – ПРОПИСНЫЕ БУКВЫ, набранные прямым полужирным шрифтом; второго уровня (наименование подразделов/параграфов) – строчные буквы, набранные прямым полужирным шрифтом;

– расстояние по вертикали от текста до заголовка и между заголовком и текстом, а также между заголовками раздела и подраздела должно разделяться пустой строкой.

Формулы

Формулы следуют выделять из текста в отдельную строку.

Пример

Показатель чистой текущей стоимости:

$$S = \sum_{t=0}^T (R_t - Z_t) \times \frac{1}{(1 + D_t)^t}, \quad (6.1)$$

где S – эффект, получаемый от проекта;

T – срок жизни проекта в интервалах планирования t ;

R_t – результаты, достигаемые на t -м интервале планирования;

Z_t – затраты, осуществляемые на t -м интервале;

D_t – ставка дисконтирования на t -м интервале.

В формулах знак умножения « $\times$ » между переменными не ставится, а знаки « $\sum$, $\prod$, $\sqrt{}$ » должны быть в 1,5 раза больше других символов и переменных, например, R , S , Z и т. д.

Значения символов и числовых коэффициентов должны быть приведены непосредственно под формулой, с новой строки в той же последовательности, в какой они приведены в формуле. Первая строка расшифровки начинается словом «где» без двоеточия после него. Если в тексте есть ссылки на формулы, таблицы, рисунки, то им необходимо присвоить порядковые номера арабскими числами в круглых скобках. Причем первое число обозначает номер главы, а второе число – номер формулы, рисунка, таблицы в пределах главы. Номер формулы указывают с правой стороны листа на уровне формулы.

Переменные, обозначенные русскими буквами, оформляются без курсива, т.е. должны иметь начертание «обычный». Переменные, обозначенные латинскими буквами, должны иметь начертание «курсив». При написании формул, не помещающихся по ширине печатного листа, их разделяют на две, три и более строк. Перенос допускается только на знаках равенства, сложения, вычитания, деления и умножения. При переносе вышеуказанные знаки повторяются в конце и начале строк. Ссылки в тексте на ту или иную формулу следует давать по типу: «в формуле (6.1)».

Рисунки

Необходимым условием оформления работы является выполнение иллюстративных работ, которые могут быть представлены в виде рисунков, схем, таблиц, графиков и диаграмм. К выполнению иллюстративных работ также предъявляются определенные требования. Иллюстрации должны наглядно дополнять и подтверждать изложенный в тексте материал и отражать тему выполняемой работы.

Все иллюстрации, которыми сопровождаются отдельные главы отчета, можно разделить:

- на оформленные в свободной форме в виде блок-схем;
- рисунки;

- графики и диаграммы;
- меню.

Все иллюстрации именуются рисунками, которым присваивается последовательная нумерация в пределах главы. Все рисунки должны иметь полные наименования.

Номер и наименование рисунка записываются по центру в строчку под его изображением, например, «Рисунок 6.1 – Схема взаимосвязи программных модулей и информационных массивов при оперативном учете материалов». Ссылки на рисунки даются по типу: «(рис. 6.1)», «... как показано на рисунке 6.1», «... в соответствии с рисунком 6.1».

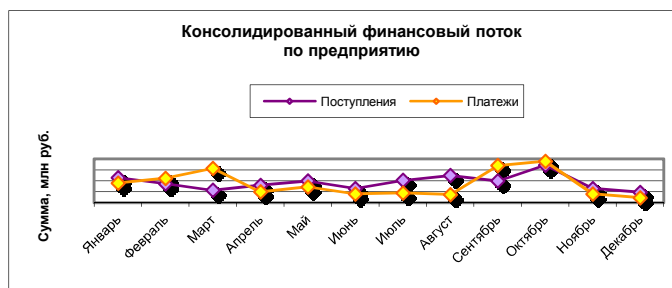


Рисунок 6.1 – Диаграмма движения денежных средств в организации

Рисунки следует размещать сразу после ссылки на них в тексте. Если на одной странице есть ссылки сразу на несколько рисунков, то в этом случае их размещают вслед за этой страницей в порядке нумерации. Рисунки размещаются таким образом, чтобы их можно было рассматривать без поворота листов.

Таблицы

Таблица – это способ структурирования цифровой или текстовой информации в виде распределения однотипных данных по строкам и столбцам. Таблицы используют для наглядности и удобства сравнения показателей.

Таблица представляет собой систему построенных особым образом горизонтальных строк и вертикальных столбцов (граф), имеющих общий заголовок, заглавия граф и строк, пересечение которых образует ячейку таблицы, содержащую необходимые данные. Каждая цифра (либо текстовая информация) в таблице – это конкретный показатель, характеризующий размеры или уровни, динамику, структуру или взаимосвязи явлений в конкретных условиях места и времени, т. е. определенная количественно-качественная характеристика изучаемого явления. Таблицы слева, справа и снизу, как правило, ограничивают линиями. Головка таблицы должна быть отделена линией от остальной части таблицы. Разделять заголовки и подзаголовки боковика и граф диагональными линиями не допускается.

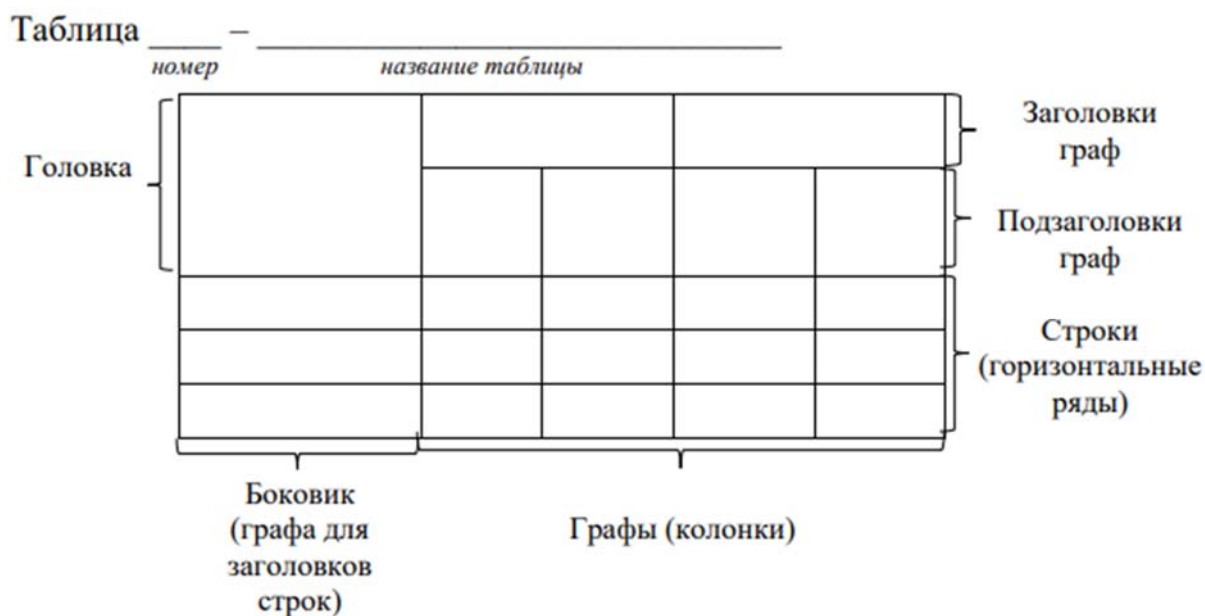


Рис. 3.1 – Структурные элементы таблицы

Название таблицы, заголовки граф и строк должны быть сформулированы точно и лаконично. В таблицах используют шрифт Times New Roman размера 12 пт, если основной шрифт в тексте 14 пт, и 10 пт, если текст в отчете набран шрифтом размера 12 пт. Междустрочный интервал в таблицах – *одинарный*.

Все таблицы нумеруют в пределах раздела арабскими цифрами. Над левым верхним углом таблицы помещают надпись «Таблица» с указанием номера таблицы без абзацного отступа, например, «Таблица 2.1» (первая таблица второго раздела), «Таблица В.5» (пятая таблица приложения В).

Не допускается включение в таблицу графы «№ п/п (номер по порядку)». При необходимости нумерации параметров строк порядковые номера указывают в боковике таблицы перед их наименованием.

Графы (колонки) таблицы не нумеруются. Исключение допускается в тех случаях, когда в тексте работы имеются ссылки на графы (например, в формулах, при описании расчетов каких-либо показателей). При делении таблицы на части, а также при переносе части таблицы на следующий лист (страницу) повторяется «головка» таблицы, перед которой указывается «Окончание таблицы» и номер таблицы либо «Продолжение таблицы» и ее номер.

Пример

Таблица 6.1 – Оборотная ведомость по счетам аналитического учета по счету № 10 «Материалы»

Наименование счета	Единица измерения	Цена, у.е.	Остаток на начало месяца	
			количество	сумма
1 Алюминий	т	2 000	50	100 000
2 Провод	пог. м	4	10 000	40 000
3 Сталь Ø 12	т	1 000	44	44 000

Окончание таблицы 6.1

Наименование счета	Единица измерения	Цена, у.е.	Остаток на начало месяца	
			количество	сумма
4 Медь	пог. м	1000	100	100 000
Итого	—	—	—	184 000

На все таблицы должны быть ссылки в тексте работы. При заимствовании таблицы из открытых источников ссылка на источник указывается непосредственно в тексте работы в квадратных скобках.

Таблицу следует располагать в работе непосредственно после абзаца, где она упоминается впервые, или на следующем листе (странице), а при необходимости – в приложении к работе.

Подробное описание оформления таблиц приведено в ГОСТ 7.32 «Система стандартов по информации, библиотечному и издательскому делу. Отчет о научно-исследовательской работе. Структура и правила оформления».

Таблицы, содержащие большое количество информации, рекомендуется выполнять на листах с альбомной ориентацией (см. опцию меню «Параметры страницы»).

Правила составления списка использованной литературы и других источников информации

Использованные в процессе работы специальные литературные источники указываются в конце документа перед приложением. Список использованной литературы и других источников информации входит в основной объем работы. Заголовок «Список использованной литературы и других источников информации» записывается симметрично тексту с прописной буквы и не нумеруется.

В начале списка нужно выделить законодательные документы в хронологическом порядке.

Список формируется в порядке упоминания источников в тексте работы. При отсылке к источнику в тексте работы, после упоминания о нем, проставляется номер в квадратных скобках, под которым он значится в списке источников.

Литература на иностранных языках помещается после работ на русском языке.

При ссылке на литературные источники в тексте, начиная с введения и далее, приводится порядковый номер использованной литературы, заключенный в квадратные скобки. При необходимости в дополнение к номеру источника указывается номер его раздела, подраздела, страницы, рисунка или таблицы. Например, [2, раздел 3], [6, приложение Б], [24, с. 66, таблица 2.4].

В библиографической записи под заголовком, содержащим имя лица, указывается фамилия с заглавной буквы, запятая, за которой следуют инициалы, разделенные между собой пробелом.

Оформление библиографии осуществляется по системе стандартов по информации, библиотечному и издательскому делу (ГОСТы 7.0–7.83).

Пример

Список использованной литературы и других источников информации

1 ГОСТ 8.417-81. Государственная система обеспечения единства измерений. Единицы физических величин.

2 Ульман, Л. Основы программирования на PHP : пер. с англ. / Л. Ульман. – М. : ДМК Пресс, 2001. – 288 с.

3 Ковязин, А. Мир InterBase. Архитектура, администрирование и разработка приложений баз данных в InterBase / А. Ковязин, С. Востриков. – 2-е изд., доп. – М. : КУДИЦ-ОБРАЗ, 2002. – 496 с.

4 Бакларц, Дж. DB2 для Unix, Linux, Windows и OS/2 : учеб. пособие для подготовки к сертификации по администрированию баз данных / Дж. Бакларц, Б. Вонг. – М. : Лори, 2002. – 664 с.

5 Humble J. Continuous Delivery / J. Humble, D. Farley. – New Jersey : United States, Pearson Education (US), 2010. – 512 p.

Правила оформления приложений

Приложения оформляются как продолжение работы на последующих его страницах, но в основной объем отчета не включаются. Приложения нумеруют последовательно заглавными буквами русского алфавита, например, «Приложение А», «Приложение Б» и т. д.

Если каждому виду приложения соответствует более одного листа, то впереди приложений данного вида на отдельном листе пишется слово «Приложение» и ставится его обозначение. Непосредственно на приложениях слово «Приложение» в этом случае не пишется. Приложение должно иметь заголовок, который записывается симметрично относительно текста с прописной буквы отдельной строкой. Под обозначением пишется в скобках – «обязательное» (если его выполнение предусмотрено заданием) или «справочное».

7 ПОДВЕДЕНИЕ ИТОГОВ ПРАКТИКИ

Аттестация по итогам учебной практики для студентов ФДО осуществляется на основе оценки решения обучающимся задач практики, отзыва и оценки руководителя практики от профильной организации, рецензии с оценкой отчета по практике руководителя практики от университета.

Формой аттестации по итогам учебной практики является дифференцированный зачет. Оценка по практике имеет тот же статус, что и оценки по другим дисциплинам учебного плана, и учитывается при подведении итогов общей успеваемости студента. Итоговая оценка по практике выставляется руководителем практики от университета по итогам проверки (рецензирования) отчета с учетом полноты содержания отчета и качества выполнения работы, отзыва руководителя практики от организации, а также соответствия программе практики и качества выполнения задания.

Оценивание результатов практики производится на основе утвержденных на выпускающей кафедре критериев сформированности профессиональных компетенций, т. е. готовности выпускника к успешному ведению профессиональной деятельности в определенных условиях, и нормативных материалов по текущему контролю успеваемости, промежуточной и итоговой аттестации обучающихся в ТУСУРе.

При оценке практики учитывается объем выполнения программы практики, соответствие содержанию практики, правильность оформления документов (табл. 7.1).

Результаты прохождения практики оцениваются посредством проведения промежуточной аттестации. Обучающиеся, не выполнившие программу практики без уважительной причины или получившие неудовлетворительную оценку по итогам практики, считаются имеющими академическую задолженность и в установленном порядке обязаны ее ликвидировать или подлежат отчислению из университета за академическую неуспеваемость.

Таблица 7.1 – Критерии оценки по итогам прохождения практики

Критерии оценки	Оценка
– Достигнуты все основные цели и задачи, поставленные в ходе практики; – студент выполнил план практики и все необходимые задания; – студент творчески подошел к выполнению заданий; – студент предоставил полную отчетную документацию по данным заданиям, не имеет замечаний по их выполнению; – руководитель практики от профильной организации оценил практическую деятельность студента на «отлично»; – студент сдал вовремя дневник с отчетной документацией по практике	«Отлично»
– Достигнуты основные цели и задачи, поставленные в ходе практики; – студент выполнил план и необходимые задания, но имеет небольшие недоработки и замечания по их выполнению; – руководитель практики от профильной организации оценил практическую деятельность студента на «хорошо»; – студент не вовремя сдал дневник с отчетной документацией по практике	«Хорошо»
– Достигнуты не все основные цели и задачи, поставленные в ходе практики; – студент частично выполнил план; – студент выполнил не все необходимые задания (отчитался менее чем по 70%, но не менее чем по 50% заданий) и имеет значительные недоработки и замечания по их выполнению; – студент не вовремя вышел на практику; – руководитель практики от профильной организации оценил практическую деятельность студента на «удовлетворительно»; – студент не вовремя сдал дневник с отчетной документацией по практике	«Удовлетворительно»
– Достигнуты не все цели и задачи, поставленные в ходе практики; – студент выполнил не все необходимые задания (отчитался менее чем по 50% заданий) и имеет значительные недоработки и замечания по их выполнению; – студент не вовремя вышел на практику или не выходил на практику вообще; – руководитель практики от профильной организации оценил практическую деятельность студента на «неудовлетворительно»; – студент не вовремя сдал дневник с отчетной документацией по практике	«Неудовлетворительно»

8 ТРЕБОВАНИЯ ПО ПРОВЕДЕНИЮ ПРАКТИКИ ДЛЯ ИНВАЛИДОВ И ЛИЦ С ОГРАНИЧЕННЫМИ ВОЗМОЖНОСТЯМИ ЗДОРОВЬЯ

Форма проведения практики для обучающихся из числа инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья (ОВЗ) устанавливается с учетом индивидуальных психофизических особенностей в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации (устно, письменно на бумаге, письменно на компьютере и т. п.).

Выбор мест прохождения практики для инвалидов и лиц с ОВЗ производится с учетом требований их доступности для данных обучающихся и рекомендаций медико-социальной экспертизы, а также индивидуальной программы реабилитации инвалида относительно рекомендованных условий и видов труда.

Для определения условий проведения практики обучающемуся из числа инвалидов и лиц с ОВЗ необходимо оформить *заявление о согласии на создание специальных условий при проведении практики для инвалидов и лиц с ОВЗ*.

При прохождении практики без обеспечения специальных условий оформляется *заявление об отказе от специальных условий при проведении практики для инвалидов и лиц с ОВЗ*.

Бланки заявлений размещены в личном кабинете студента.

При направлении инвалида или лица с ОВЗ в организацию или предприятие для прохождения предусмотренной учебным планом практики университет согласовывает с профильной организацией условия и виды труда с учетом рекомендаций медико-социальной экспертизы и индивидуальной программы реабилитации инвалида. При необходимости для прохождения практики могут создаваться специальные рабочие места в соответствии с характером нарушений, а также с учетом профессионального вида деятельности и характера труда, выполняемых обучающимся-инвалидом трудовых функций.

Процедура защиты (рецензирования) отчета по практике для обучающихся из числа лиц с ОВЗ осуществляется на основании разработанной профилирующей (выпускающей) кафедрой индивидуальной адаптированной программы прохождения практики.

Дополнительные требования к материально-технической базе, необходимой для прохождения практики инвалидом или лицом с ОВЗ, обучающийся должен предоставить на кафедру не позднее чем за два месяца до проведения процедуры защиты (рецензирования) отчета по практике.

ЛИТЕРАТУРА

1. Воскобойников, Ю. Е. Основы вычислений и программирования в пакете MathCAD PRIME [Электронный ресурс] : учеб. пособие / Ю. Е. Воскобойников, А. Ф. Задорожный. – СПб. : Лань, 2016. – 224 с. – Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/72977> (дата обращения: 12.04.2021).

2. Муравьев, А. И. Информатика : учеб. пособие / А. И. Муравьев ; Министерство образования Российской Федерации, Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники, Кафедра промышленной электроники. – Томск : ТМЦДО, 2001. – Ч. 2. – 64 с. – Режим доступа: <https://study.tusur.ru/study/library/> (дата обращения: 21.04.2021).

3. Магазинников, Л. И. Высшая математика 1. Практикум по линейной алгебре и аналитической геометрии : учеб. пособие / Л. И. Магазинников, А. Л. Магазинникова ; Министерство образования и науки Российской Федерации, Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники. – Томск : ТМЦДО, 2000. – 64 с. – Режим доступа: <https://study.tusur.ru/study/library/> (дата обращения: 21.04.2021).

4. Магазинников, Л. И. Высшая математика I. Практикум по введению в математический анализ и дифференциальному исчислению : учеб. пособие / Л. И. Магазинников, А. Л. Магазинников ; Министерство образования Российской Федерации, Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники. – Томск : ТУСУР, 2000. – 168 с. – Режим доступа: <https://study.tusur.ru/study/library/> (дата обращения: 21.04.2021).

5. Решетникова, Г. Н. MathCAD 6.0 PRO : учеб. пособие / Г. Н. Решетникова. – Томск : ТМЦДО, 2004. – 171 с. – Режим доступа: <https://study.tusur.ru/study/library/> (дата обращения: 21.04.2021).

6. Решетникова, Г. Н. Моделирование систем : учеб. пособие : в 2 ч. / Г. Н. Решетникова. – Томск : ТМЦДО, 2004. – 171 с. – Режим доступа: <https://study.tusur.ru/study/library/> (дата обращения: 21.04.2021).

7. Решетникова, Г. Н. Моделирование систем : учеб. пособие : в 2 ч. / Г. Н. Решетникова. – Томск : ТМЦДО, 2004. – Ч. 2. – 169 с. – Режим доступа: <https://study.tusur.ru/study/library/> (дата обращения: 21.04.2021).

Ресурсы сети Интернет

1. Аналитическое издание в области электронной техники [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://www.ixbt.com> (дата обращения: 21.04.2021).

2. Научные журналы издательства Wiley&Sons [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://onlinelibrary.wiley.com> (дата обращения: 21.04.2021).

3. Научные журналы издательства Elsevier [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://www.sciencedirect.com/> (дата обращения: 21.04.2021).

ПРИЛОЖЕНИЕ А

Встроенные операторы

Оператор	Клавиши	Описание
:=	$\langle \text{:} \rangle$	Присваивание
$=$	$\langle = \rangle$	Вывод численного результата выражения, функции
$\rightarrow$	$\langle \text{Ctrl} \rangle + \langle = \rangle$	Символьный вывод аналитического выражения
$+$	$\langle + \rangle$	Сложение
$-$	$\langle - \rangle$	Вычитание или отрицание (унарная операция)
$\times$	$\langle * \rangle$	Умножение, умножение матриц, умножение на скаляр
$\sqrt{\quad}$	$\langle \rangle$	Квадратный корень
$\sqrt[n]{\quad}$	$\langle \text{Ctrl} \rangle + \langle \rangle$	Корень n -й степени
$(\quad)$	$\langle [\rangle$	Скобки (изменение приоритета)
$\substack{\cdot \\ \cdot}$	$\langle \text{Ctrl} \rangle + \langle 1 \rangle$	Нижний индекс
$\substack{\cdot \\ \cdot}^T$	$\langle \text{Shift} \rangle + \langle \rangle$	Транспонирование Определитель
$ \cdot $	$\langle \text{Ctrl} \rangle + \langle 4 \rangle$	Модуль вектора, модуль числа, определитель
$\sum \cdot$		Сумма элементов
$\cdot^{-1}$	$\langle \text{Ctrl} \rangle + \langle h \rangle$	Обратная величина, обратная матрица

ПРИЛОЖЕНИЕ Б

Вычислительные операторы

Оператор	Клавиши	Описание
$\left(\begin{smallmatrix} \cdot \\ \cdot \end{smallmatrix} \right)$	<Shift>+<7>	Выделение столбца матрицы
$\int_a^b f(x) dx$	<Ctrl>+<!>	Определенный интеграл
$\int f(x) dx$	<?>	Неопределенный интеграл
$\frac{d}{dx} f(x)$	<Ctrl>+<?>	Вычисление производной 1-го порядка
$\frac{d^n}{dx^n} f(x)$	<Ctrl>+<Shift>+<4>	Вычисление n -й производной
$\sum_{i=1}^n f(x_i)$	<Ctrl>+<4>	Суммирование
$\sum_{j=1}^n f(x_j)$	<Ctrl>+<Shift>+<3>	Сумма ранжированной переменной
$\prod_{i=1}^n f(x_i)$	<Ctrl>+<3>	Произведение ранжированной переменной

ПРИЛОЖЕНИЕ В

Встроенные функции Mathcad

Оператор	Клавиши	Описание
Augment(A, B, C,...)	A, B, C,... – векторы или матрицы	Слияние матриц слева направо
bspline(x,y,u,n)	x, y – векторы данных, u – вектор значений сшивок В-сплайнов, n – порядок полиномов	Вектор коэффициентов В-сплайна
cols(A)	A – матрица или вектор	Число столбцов
concat(S1, S2,...)	S1, S2,... – строки	Объединение строковых переменных
cos(z)	z – аргумент	Косинус
cosh(z)	z – аргумент	Гиперболический косинус
cot(z)	z – аргумент	Котангенс
coth(z)	z – аргумент	Гиперболический котангенс
csort(A, i)	A – матрица, i – индекс столбца	Сортировка строк матрицы по элементам 1-го столбца
CreateMesh(F, s0, s1, t0, t1, sgr, tgr, fmap)	F (s, t) – векторная функция из трех элементов, t0,t1 – пределы, s0, s1 – пределы s, tgr, sgr – число точек сетки по t и s, fmap – функция преобразования координат	Создание вложенного массива, представляющего x-, y- и z-координаты параметрической поверхности, заданной функцией F
csgn(z)	z – аргумент	Комплексный знак числа
cspline(x,y)	x, y – векторы данных	Вектор коэффициентов кубического сплайна
diag(v)	v – вектор	Диагональная матрица, на диагонали которой находятся элементы вектора
eigenvals(A)	A – квадратная матрица	Собственные значения матрицы

Оператор	Клавиши	Описание
<code>eigenvec(A,A.)</code>	A – квадратная матрица; A. – собственное значение	Собственный вектор матрицы, соответствующий заданному собственному значению
<code>eigenvecs(A)</code>	A – квадратная матрица	Собственные векторы матрицы
<code>exp(z)</code>	z – аргумент	Экспонента в степени z
<code>Find(x1,x2,...)</code>	x1, x2,... – переменные	Возвращает корень алгебраического уравнения (скаляр) или системы (вектор), определенных в блоке с Given
<code>floor(x)</code>	x – аргумент	Наибольшее целое число, меньшее или равное x
<code>geninv(A)</code>	A – матрица	Создание обратной матрицы
<code>eigenvals(A,B)</code>	A, B – квадратные матрицы	Расчет обобщенных собственных значений
<code>eigenvecs(A,B)</code>	A, B – квадратные матрицы	Расчет обобщенных собственных векторов
<code>identity(N)</code>	N – размер матрицы	Создание единичной матрицы
<code>if (cond, x,y)</code>	cond – логическое условие; x, y – значения, возвращаемые, если условие верно (ложно)	Функция условия
<code>interp(s,x,y,t)</code>	s – вектор вторых производных; x, y – векторы данных; t – аргумент	Сплайн-интерполяция
<code>ln(z)</code>	z – аргумент	Натуральный логарифм
<code>Infit(x,y)</code>	x,y – векторы данных	Регрессия логарифмической функцией $a \cdot \ln(x) + b$
<code>loess(x, y, span)</code>	x,y – векторы данных, span – параметр размера полиномов	Вектор коэффициентов для регрессии отрезками полиномов (применяется вместе с interp)
<code>log(z)</code>	z – аргумент	Десятичный логарифм
<code>log(z, b)</code>	z – аргумент	Логарифм z по основанию b
<code>logfit(x,y,g)</code>	x, y – векторы данных,	Регрессия логарифмической функцией

Оператор	Клавиши	Описание
	g – вектор начальных значений a, b, c	$a \cdot \ln(x+b) + c$
<code>Isolve(A,b)</code>	A – матрица СЛАУ b – вектор правых частей	Решение системы линейных уравнений (СЛАУ)
<code>Ispline(x,y)</code>	x, y – векторы данных	Вектор коэффициентов линейного сплайна
<code>matrix(M,N,f)</code>	M – количество строк N – количество столбцов $f(i,j)$ – функция	Создание матрицы с элементами $f(i,j)$
<code>pspline(x,y)</code>	x, y – векторы данных	Вектор коэффициентов квадратичного сплайна
<code>rank(A)</code>	A – матрица	Ранг матрицы
<code>round(x,n)</code>	x – аргумент, n – число знаков округления после десятичной точки	Округление
<code>rows(A)</code>	A – матрица или вектор	Число строк
<code>rref(A)</code>	A – матрица или вектор	Преобразование матрицы в ступенчатый вид
<code>rsort (A, i)</code>	A – матрица, i – индекс строки	Сортировка матрицы по элементам i -й строки
<code>stack(A,B,C, . . .)</code>	$A, B, C, \dots$ – векторы или матрицы	Слияние матриц сверху вниз
<code>submatrix(A, ir , jr , ic, jc)</code>	A – матрица, ir, jr – строки, ic, jc – столбцы	Возвращает часть матрицы, находящуюся между ir, jr -строками и ic, jc -столбцами
<code>substr(S,m,n)</code>	s – строка	Подстрока, полученная из строки S выделением n знаков, начиная с позиции m в строке S
<code>tan(z)</code>	z – аргумент	Тангенс

ПРИЛОЖЕНИЕ Г

Примеры решения заданий

Построение графика функции одной переменной в декартовой системе координат

Задание:

Дана функция $f(x) = \frac{x^3 + x^2 + 2x - 3}{2x^2 - 2x - 7}$.

Найти область определения функции. Указать диапазон изменения аргумента с определенным шагом. Определить функцию, зависящую от одного аргумента. Построить график функции.

Решение:

$$2x^2 - 2x - 7 \neq 0 \Rightarrow x \neq \frac{1 + \sqrt{15}}{2}, x \neq \frac{1 - \sqrt{15}}{2}.$$

Область определения функции – интервал

$$\left(-\infty, \frac{1 - \sqrt{15}}{2}\right) \cup \left(\frac{1 - \sqrt{15}}{2}, \frac{1 + \sqrt{15}}{2}\right) \cup \left(\frac{1 + \sqrt{15}}{2}, \infty\right).$$

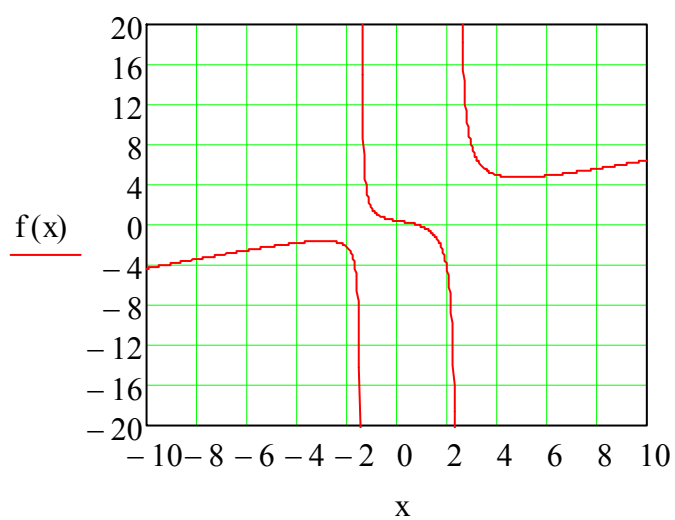
Определим область изменения аргумента от -10 до 10 с шагом изменения 0.001 .

$$x := -10 .. -9.999 .. \frac{1 - \sqrt{15}}{2} .. \frac{1 + \sqrt{15}}{2} .. 10$$

Определим функцию:

$$f(x) := \frac{x^3 + x^2 + 2 \cdot x - 3}{2 \cdot x^2 - 2 \cdot x - 7}$$

Строим график функции:



Построение поверхности

Задание:

Сформировать массивы из двадцати произвольных значений для каждого аргумента. Сформировать массив значений заданной функции. Построить поверхность, задаваемую функцией двух переменных.

Решение:

Определим функцию $z(x,y) = \frac{1}{2}x^2 + x \cdot \sin(y)$

Функция Zapoln(n,k) производит формирование массива значений для аргумента.

Входные данные для функции:

n – количество элементов массива значений аргумента;

k – модуль крайнего предела интервала изменения аргумента.

Формирование массива значений аргумента

$$\text{Zapoln}(n,k) := \left| \begin{array}{l} \text{for } i \in 0..n \\ \quad \text{if } i \neq \frac{n}{2} \\ \quad \quad \left| \begin{array}{l} m \leftarrow -k \quad \text{if } i = 0 \\ m \leftarrow \text{stack} \left[m, -k + i \cdot \frac{k - (-k)}{n} \right] \quad \text{otherwise} \end{array} \right. \\ \quad m \end{array} \right.$$

Условие отбора элементов – аргумент не равен 0.

Функция Poverhn(a,b,c) производит формирование массива значений для заданной функции.

Входные данные для функции:

a – массив значений, соответствующий массиву значений x;

b – массив значений, соответствующий массиву значений y;

c – заданная функция.

```

Poverhn(a,b,c) := | for i ∈ 0.. (rows(a) - 1)
                   |   for j ∈ 0.. (rows(b) - 1)
                   |     str ← c(ai,0,bj,0) if j = 0
                   |     str ← augment(str,c(ai,0,bj,0)) otherwise
                   |   X ← str if i = 0
                   |   X ← stack(X,str) otherwise
                   | X

```

Определим количество значений для аргументов:

$n := 20$

Сформируем массивы значений на интервале от -10 до 10 :

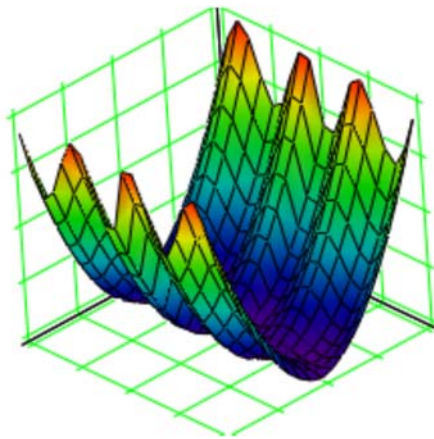
Сформируем массивы значений для заданной функции:

$x := \text{Zapoln}(n, 10)$

$y := \text{Zapoln}(n, 10)$

$P := \text{Poverhn}(x, y, z)$

Построим поверхность, заданную функцией двух аргументов:



Построение графика параметрически заданной функции

Задание:

Определить $x(t)$ как функцию, зависящую от параметра. Определить $y(t)$ как функцию, зависящую от параметра. Построить график функции.

Решение:

Определим шаг изменения параметра t :

$$t := 0, 0.001 \dots 2 \cdot \pi$$

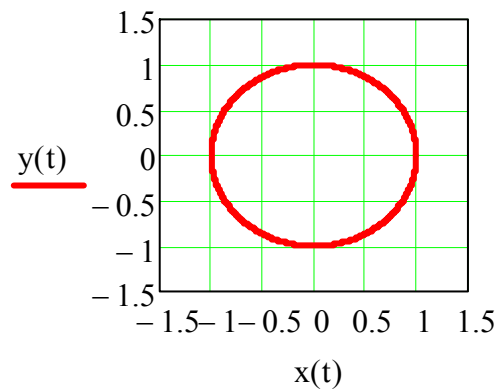
Определим $x(t)$ как функцию, зависящую от параметра t :

$$x(t) := \cos(t)$$

Определим $y(t)$ как функцию, зависящую от параметра t :

$$y(t) := \sin(t)$$

Строим график функции:



Построение графика кусочно-непрерывной функции

Задание:

Для заданного графика определить аналитический вид функции, построив уравнение прямой на каждом отрезке. Определить соответствующую функцию в Mathcad при помощи элементов программирования. Построить график функции на заданном интервале.

Решение:

Определим x :

$$x := -20..0$$

Определим функцию Lin , которая определяет уравнение прямой на каждом отрезке:

Входные параметры:

x_1, y_1 – координаты начала прямой;

x_2, y_2 – координаты конца прямой.

$$Lin(x_1, y_1, x_2, y_2) := \begin{cases} k_1 \leftarrow \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2} \\ k_2 \leftarrow \frac{y_2 \cdot x_1 - y_1 \cdot x_2}{x_1 - x_2} \\ k \end{cases}$$

Определим уравнения прямых на каждом отрезке для заданного графика:

$$y_1 := Lin(-20, 5, -18, 8)$$

$$y_4 := Lin(-11, 9, -6, 3)$$

$$y_2 := Lin(-18, 8, -14, 1)$$

$$y_5 := Lin(-6, 3, -3, 5)$$

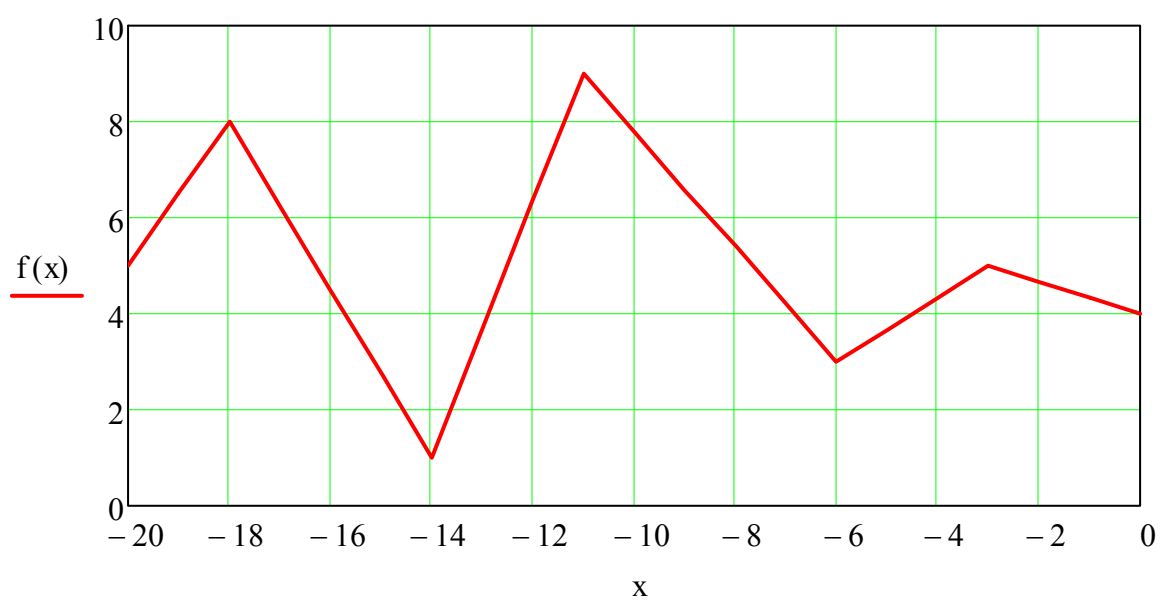
$$y_3 := Lin(-14, 1, -11, 9)$$

$$y_6 := Lin(-3, 5, 0, 4)$$

Определим функцию $f(x)$:

$$f(x) := \begin{cases} (y_1)_1 \cdot x + (y_1)_2 & \text{if } x \leq -18 \\ (y_2)_1 \cdot x + (y_2)_2 & \text{if } -18 < x \leq -14 \\ (y_3)_1 \cdot x + (y_3)_2 & \text{if } -14 < x \leq -11 \\ (y_4)_1 \cdot x + (y_4)_2 & \text{if } -11 < x \leq -6 \\ (y_5)_1 \cdot x + (y_5)_2 & \text{if } -6 < x \leq -3 \\ (y_6)_1 \cdot x + (y_6)_2 & \text{if } x > -3 \end{cases}$$

Построим график функции на заданном интервале:



Решение СЛАУ методом Крамера

Задание:

Написать функцию, которая находит решение системы методом Крамера. Вычисление определителя производить при помощи соответствующей операции Mathcad. Найти решение системы при помощи данной функции. Также найти решение при помощи встроенных функций Mathcad. Проверить решение.

Решение:

Изменим значение встроенной переменной.

Функция `Kramer` находит решение системы с помощью метода Крамера.

Входные данные для функции:

M – квадратная матрица;

j – столбец свободных членов.

$$\text{Kramer}(M, j) := \begin{array}{l} Y \leftarrow M \\ \text{for } i \in 1.. \text{rows}(M) \\ \quad \left| \begin{array}{l} Y^{(i)} \leftarrow j \\ p_i \leftarrow \frac{|Y|}{|M|} \\ Y \leftarrow M \end{array} \right. \\ p \end{array}$$

Зададим исходную матрицу и столбец свободных членов:

$$\underline{A} := \begin{pmatrix} -1 & 0 & 3 & -1 \\ 3 & 1 & -1 & 9 \\ 1 & -6 & -1 & -6 \\ 2 & -4 & 2 & 3 \end{pmatrix} \quad b := \begin{pmatrix} -17 \\ 19 \\ 25 \\ 22 \end{pmatrix}$$

Находим решение системы при помощи функции `Kramer`:

$$\text{Kramer}(A, b) = \begin{pmatrix} -5 \\ -8 \\ -6 \\ 4 \end{pmatrix}$$

Находим решение системы при помощи встроенной функции:

$$\text{lsolve}(A, b) = \begin{pmatrix} -5 \\ -8 \\ -6 \\ 4 \end{pmatrix}$$

Решение СЛАУ методом Гаусса

Задание:

Написать функцию, которая находит решение системы методом Гаусса. Найти решение системы при помощи данной функции. Проверить результат.

Решение:

Функция Gauss находит решение системы с помощью метода Гаусса.

Входные данные для функции:

M – квадратная матрица; b – столбец свободных членов.

```
Gauss(M,b) :=
  Y ← augment(M,b)
  for i ∈ 1..rows(Y)
    k ← i + 1
    for j ∈ 1..cols(Y)    if Yi,i = 0
      Yi,j ← Yi,j + Yk,j    k ≤ rows(Y)
  for i ∈ 1..rows(Y)
    z ← Yi,i
    for j ∈ 1..cols(Y)
      Yi,j ←  $\frac{Y_{i,j}}{z}$ 
    for n ∈ 1..rows(Y)
      otr ← -1·Yn,i
      for j ∈ 1..cols(Y)    if n ≠ i
        Yn,j ← Yn,j + otr·Yi,j
  Y ← submatrix(Y,1,rows(Y),cols(Y),cols(Y))
  Y
```

Зададим исходную матрицу и столбец свободных членов:

$$A := \begin{pmatrix} 16 & -4 & 3 & -3 & -7 & -3 \\ -5 & -13 & 9 & 3 & 1 & 5 \\ -4 & 4 & -4 & 4 & 12 & -10 \\ 15 & -11 & -1 & 14 & 6 & -7 \\ 6 & 8 & -8 & 2 & -10 & 5 \\ -3 & 14 & 12 & 0 & -5 & -5 \end{pmatrix} \quad b := \begin{pmatrix} -54 \\ -34 \\ -8 \\ -70 \\ 58 \\ 53 \end{pmatrix}$$

Находим решение системы при помощи функции Gauss:

$$\text{Gauss}(A,b) = \begin{pmatrix} -1 \\ 5 \\ 2.434 \times 10^{-13} \\ 2 \\ 4.303 \times 10^{-13} \\ 4 \end{pmatrix}$$

Находим решение системы при помощи встроенной функции:

$$\text{lsolve}(A,b) = \begin{pmatrix} -1 \\ 5 \\ 0 \\ 2 \\ -1.193 \times 10^{-15} \\ 4 \end{pmatrix}$$

Матричные операции

Задание:

Дано:

$$A^2 - BC(A + D^2E), x_1 = 52.3, x_2 = -44.28, n = 3, m = 4.$$

Определить матрицы. Количество строк и столбцов исходных матриц – не менее четырех. Обязательно наличие неквадратных матриц.

Заполнить матрицы случайными значениями при помощи встроенных функций. Вычислить заданное матричное выражение.

Для результирующей матрицы выполнить следующее:

Сложить каждый элемент со скаляром x_1 ; вычесть из каждого элемента скаляр x_2 ; вычислить определитель матрицы; найти обратную матрицу и проверить результат; найти собственные числа и векторы, проверить результат; вычислить ранг матрицы.

Определить векторы, которые состоят из элементов i -строки и m -столбца и для них вычислить: модуль каждого вектора; сумму координат; количество положительных и отрицательных координат; скалярное произведение векторов; $\sin(\gamma)$, $\cos(\gamma)$, где γ – угол между векторами; векторное произведение; вектор, координаты которого являются произведением соответствующих координат исходных векторов.

Решение:

Для того чтобы заполнить матрицу случайными значениями, определим функцию $f(i,j)$:

$$f(i,j) := (\text{rnd}(1))$$

Заполним заданные матрицы случайными значениями:

$$A := \text{matrix}(4, 4, f)$$

$$B := \text{matrix}(4, 5, f)$$

$$C := \text{matrix}(5, 4, f)$$

$$D := \text{matrix}(4, 4, f)$$

$$E := \text{matrix}(4, 4, f)$$

Просмотрим заполненные матрицы:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0.82 & 0.09 & 0.01 \\ 0.19 & 0.17 & 0.15 & 0.53 \\ 0.59 & 0.71 & 0.99 & 0.6 \\ 0.35 & 0.3 & 0.12 & 0.17 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 0.45 & 0.88 & 0.86 & 0.27 & 0.01 \\ 0.06 & 0.96 & 0.78 & 0.84 & 0.28 \\ 0.78 & 0.54 & 1 & 0.38 & 0.59 \\ 0.52 & 0.46 & 0.61 & 0.68 & 0.84 \end{pmatrix}$$

$$C = \begin{pmatrix} 0.48 & 0.74 & 0.75 & 0.14 \\ 0.74 & 0.57 & 0.17 & 0.69 \\ 0.46 & 0.15 & 0.49 & 0.43 \\ 0.74 & 0.43 & 0.7 & 0.97 \\ 0.6 & 0.52 & 0.15 & 0.15 \end{pmatrix} \quad D = \begin{pmatrix} 0.82 & 0.73 & 0.12 & 0.95 \\ 0.19 & 0.28 & 0.83 & 0.55 \\ 0.82 & 0.68 & 0.52 & 0.47 \\ 0.16 & 0.72 & 0.43 & 0.85 \end{pmatrix}$$

$$E = \begin{pmatrix} 0.46 & 0.84 & 0.53 & 0.11 \\ 0.98 & 0.5 & 0.84 & 0.31 \\ 0.74 & 0.03 & 0.66 & 0.29 \\ 0.2 & 0.57 & 0.84 & 0.14 \end{pmatrix}$$

Вычислим заданное матричное выражение.

$$G := A^2 - B \cdot C \cdot (A + D^2 \cdot E)$$

Просмотрим полученную матрицу:

$$G = \begin{pmatrix} -15.76 & -14.8 & -20.24 & -6.39 \\ -19.56 & -18.17 & -25.09 & -8.19 \\ -19.33 & -17.65 & -24.83 & -7.74 \\ -19.65 & -18.24 & -25.22 & -8.33 \end{pmatrix}$$

Сложим каждый элемент матрицы G со скаляром $x := 52.3$

$$G + x = \begin{pmatrix} 36.54 & 37.5 & 32.06 & 45.91 \\ 32.74 & 34.13 & 27.21 & 44.11 \\ 32.97 & 34.65 & 27.47 & 44.56 \\ 32.65 & 34.06 & 27.08 & 43.97 \end{pmatrix}$$

Вычтем из каждого элемента скаляр $\underline{x} := -44.28$

$$G - x = \begin{pmatrix} 28.52 & 29.48 & 24.04 & 37.89 \\ 24.72 & 26.11 & 19.19 & 36.09 \\ 24.95 & 26.63 & 19.45 & 36.54 \\ 24.63 & 26.04 & 19.06 & 35.95 \end{pmatrix}$$

Вычислим определитель матрицы G:

Найдем обратную матрицу:

$$|G| = -0.086$$

$$G^{-1} = \begin{pmatrix} 11.76 & -48.564 & 2.823 & 36.096 \\ -2.992 & 0.979 & 1.694 & -0.241 \\ -7.572 & 36.914 & -3.735 & -27.009 \\ 1.748 & 0.611 & 0.943 & -2.939 \end{pmatrix}$$

Проверим результат: $G^{-1} * G = E$

$$G^{-1} \cdot G = \begin{pmatrix} 1 & -0 & -0 & -0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -0 & 0 & 1 & -0 \\ -0 & 0 & -0 & 1 \end{pmatrix}$$

Вычислим ранг матрицы с помощью функции rank:

$$\text{rank}(G) = 4$$

С помощью встроенных функций `eigenvals` и `eigenvecs` вычислим собственные числа и собственные векторы полученной матрицы:

$$Q := \text{eigenvals}(G) = \begin{pmatrix} -66.718 \\ -0.336 \\ 0.047 \\ -0.082 \end{pmatrix}$$

$$\underline{W} := \text{eigenvecs}(G) = \begin{pmatrix} 0.423 & 0.18 & 0.827 & -0.685 \\ 0.526 & 0.451 & -0.167 & -0.242 \\ 0.515 & -0.651 & -0.535 & 0.683 \\ 0.529 & 0.583 & 0.035 & 0.076 \end{pmatrix}$$

n -й столбец выходной матрицы – собственный вектор, соответствует n -му собственному числу, выданному `eigenvals`.

Выполним проверку: произведения матрицы на собственный вектор должно быть равно произведению собственного числа на собственный вектор.

Создадим диагональную матрицу из собственных чисел и умножим ее на матрицу собственных векторов. Полученная матрица должна быть равна произведению матрицы G на матрицу собственных значений:

$$\underline{W} \cdot \text{diag}(\underline{Q}) = \begin{pmatrix} -28.243 & -0.061 & 0.039 & 0.056 \\ -35.072 & -0.151 & -7.863 \times 10^{-3} & 0.02 \\ -34.327 & 0.219 & -0.025 & -0.056 \\ -35.288 & -0.196 & 1.632 \times 10^{-3} & -6.193 \times 10^{-3} \end{pmatrix}$$

$$\underline{G} \cdot \underline{W} = \begin{pmatrix} -28.243 & -0.061 & 0.039 & 0.056 \\ -35.072 & -0.151 & -7.863 \times 10^{-3} & 0.02 \\ -34.327 & 0.219 & -0.025 & -0.056 \\ -35.288 & -0.196 & 1.632 \times 10^{-3} & -6.193 \times 10^{-3} \end{pmatrix}$$

Определим векторы, которые состоят из элементов n -строки и m -столбца:

$$\underline{n} := 3 \quad \underline{m} := 4$$

$$\underline{B} := (\underline{G}^T)^{\langle \underline{n} \rangle} \quad \underline{A} := \underline{G}^{\langle \underline{m} \rangle}$$

Определим функцию `sum` для нахождения суммы координат заданных векторов.

Входные данные:

a, b – данные векторы

```

sum(a,b) := | k ← 0
              | for i ∈ 1..length(a)
              |   k ← k + ai
              | for i ∈ 1..length(b)
              |   k ← k + bi
              | k
sum(A,B) = -100.182

```

Найдем сумму координат заданных векторов.

Определим функцию для подсчета положительных и отрицательных координат заданных векторов.

Входные данные:

a, b – данные векторы.

Первый элемент вектора – число положительных координат, второй – отрицательных.

```

pod(a) := | k1 ← 0
           | k2 ← 0
           | for i ∈ 1..length(a)
           |   | k1 ← k1 + 1 if ai > 0
           |   | k2 ← k2 + 1 if ai < 0
           | k

```

Подсчитаем количество положительных и отрицательных координат заданных векторов:

$$\text{pod}(A) = \begin{pmatrix} 0 \\ 4 \end{pmatrix} \quad \text{pod}(B) = \begin{pmatrix} 0 \\ 4 \end{pmatrix}$$

Найдем скалярное произведение векторов:

$$A \cdot B = 524.497$$

Найдем угол между векторами:

$$\gamma := \arccos\left(\frac{A \cdot B}{|B| \cdot |A|}\right)$$

Найдем $\sin$ и $\cos$ между заданными векторами:

$$\sin(\gamma) = 0.384$$

$$\cos(\gamma) = 0.923$$

Вычислим длину векторного произведения векторов:

$$|A| \cdot |B| \cdot \sin(\gamma) = 218.125$$

Определим функцию `vec`, которая выдает вектор, координаты которого являются произведением соответствующих координат исходных векторов.

Входные данные:

a, b – исходные матрицы

$\text{vec}(a, b) := \left| \begin{array}{l} \text{for } i \in 1 \dots \text{length}(a) \\ \quad k_i \leftarrow a_i \cdot b_i \\ \quad k \end{array} \right.$

Найдем заданный вектор.

$$\text{vec}(A, B) = \begin{pmatrix} 123.478 \\ 144.435 \\ 192.158 \\ 64.426 \end{pmatrix}$$

Интегрирование. Определенный интеграл

Задание:

Даны два интеграла:

$$\int_{\ln(3)}^{\ln(8)} \frac{1}{\sqrt{e^x + 1}} dx$$

$$\int_{\ln(2)}^{\ln(6)} \frac{e^x \cdot \sqrt{e^x - 2}}{e^x + 2} dx$$

Построить графики подынтегральных функций на интервале интегрирования. Вычислить значения интегралов.

Решение:

Вычислим значения интегралов:

$$\int_{\ln(3)}^{\ln(8)} \frac{1}{\sqrt{e^x + 1}} dx = 0.405$$

$$\int_{\ln(2)}^{\ln(6)} \frac{e^x \cdot \sqrt{e^x - 2}}{e^x + 2} dx = 0.858$$

Определим первую подынтегральную функцию:

$$\underline{\underline{f}}(x) := \frac{1}{\sqrt{e^x + 1}}$$

Определим аргумент, изменяющийся в пределах интервала интегрирования с шагом 0.001:

$$\underline{\underline{x}} := \ln(3), \ln(3) + 0.001 \dots \ln(8)$$

Построим график функции на интервале интегрирования:



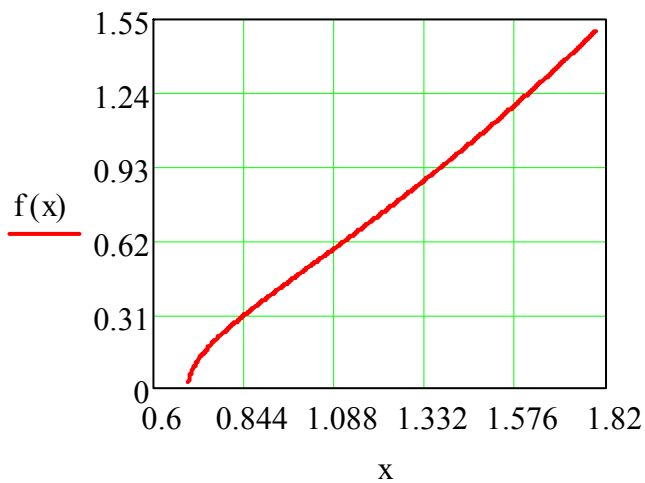
Определим вторую подынтегральную функцию:

$$f(x) := \frac{e^x \cdot \sqrt{e^x - 2}}{e^x + 2}$$

Определим аргумент, изменяющийся в пределах интервала интегрирования с шагом 0.001:

$$x := \ln(2), \ln(2) + 0.001 .. \ln(6)$$

Построим график функции на интервале интегрирования:



Неопределенный интеграл

Задание:

Даны два интеграла:

$$\int \frac{x}{x^2 - 1} dx$$

$$\int \frac{1}{x^5 \cdot (x^4 + 1)^2} dx$$

Найти ручную первообразную для подынтегральных функций. Вычислить неопределенный интеграл при помощи Mathcad.

Решение:

Переопределим x: x:=x

Вычислим неопределенный интеграл при помощи инструментов Mathcad.

$$\int \frac{x}{x^2 - 1} dx \rightarrow \frac{\ln(x^2 - 1)}{2}$$

Вычислим неопределенный интеграл при помощи инструментов Mathcad.

$$\int \frac{1}{x^5 \cdot (x^4 + 1)^2} dx \rightarrow \frac{\ln(x^4 + 1)}{2} - 2 \cdot \ln(x) - \frac{\frac{x^4}{2} + \frac{1}{4}}{x^8 + x^4}$$

Дифференцирование

Задание:

Даны две функции:

$$y = \frac{1}{2} \cdot \tan^2(\sin(x)) + \ln(\cos(\sin(x))), x_0 = \frac{\pi}{2}$$

$$y = \arccos(\sqrt{1 - 2^x}), x_0 = -3$$

Найти производную каждой заданной функции. Вычислить значение первой и второй производных в заданной точке.

Решение:

Переопределим x : $x := x$

Определим первую функцию:

$$y(x) := \frac{1}{2} \cdot (\tan(\sin(x)))^2 + \ln(\cos(\sin(x)))$$

Вычислим первую производную:

$$\frac{d}{dx} y(x) \rightarrow \cos(x) \cdot \tan(\sin(x)) \cdot (\tan(\sin(x))^2 + 1) - \frac{\cos(x) \cdot \sin(\sin(x))}{\cos(\sin(x))}$$

Найдем значение производной в точке

$$x := \frac{\pi}{2}$$

$$\frac{d}{dx} y(x) \rightarrow 0$$

Вычислим вторую производную в заданной точке:

$$\frac{d^2}{dx^2} y(x) \rightarrow \frac{\sin(1)}{\cos(1)} - \tan(1) \cdot (\tan(1)^2 + 1)$$

Переопределим x : $x := x$

Определим вторую функцию:

$$y(x) := \arccos(\sqrt{1 - 2^x})$$

Вычислим первую производную:

$$\frac{d}{dx} y(x) \rightarrow \frac{2^x \cdot \ln(2)}{2 \cdot \sqrt{2^x} \cdot \sqrt{1 - 2^x}}$$

Найдем значение производной в точке $x = -3$

$$\frac{d}{dx} y(x) \rightarrow \frac{\sqrt{7} \cdot \ln(2)}{14}$$

Вычислим вторую производную в заданной точке:

$$\frac{d^2}{dx^2}y(x) \rightarrow \frac{2 \cdot \sqrt{7} \cdot \ln(2)^2}{49}$$

Сплайн-интерполяция

Задание:

Для таблично заданной функции построить линейный, параболический и кубический сплайн.

Решение:

Исходные данные:

Значения аргумента:

3.141, 2.005, 9.478, 2.498, 8.662, 2.057, 7.533, 3.747, 6.307, 7.363.

Соответствующие значения функции:

−3.145, −6.176, −8.949, −7.299, −13.66, −6.191, −4.54, 0.9336, −6.006, −3.202.

Зададим массивы значений аргумента и функции:

$$X := \begin{pmatrix} 2.055 \\ 2.057 \\ 2.498 \\ 3.141 \\ 3.747 \\ 6.307 \\ 7.363 \\ 7.533 \\ 8.662 \\ 9.478 \end{pmatrix} \quad Y := \begin{pmatrix} -6.176 \\ -6.191 \\ -7.299 \\ -3.145 \\ 0.9336 \\ -6.006 \\ -3.202 \\ -4.54 \\ -13.66 \\ -8.949 \end{pmatrix}$$

Интерполяция линейным сплайном:

На основе исходных данных построим линейный сплайн:

$\text{Lin}(x) := \text{linterp}(X, Y, x)$

Интерполяция параболическим сплайном:

Вычислим вектор вторых производных:

$\text{Vtor} := \text{pspline}(X, Y)$

На основе вектора вторых производных построим параболический сплайн:

$\text{Par}(x) := \text{interp}(\text{Vtor}, X, Y, x)$

Интерполяция кубическим сплайном:

Вычислим вектор коэффициентов:

$\text{Kof} := \text{cspline}(X, Y)$

На основе вектора коэффициентов построим кубический сплайн:

$\text{Kub}(x) := \text{interp}(\text{Kof}, X, Y, x)$

Определим шаг и интервал изменения аргумента для построения сплайна:

$x := 2, 2 + 0.001 \dots 10$

Строим сплайны на одном графике:

