

Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«УФИМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ НЕФТЯНОЙ
ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Кафедра автоматизации технологических процессов и производств

Конспект лекций по электротехнике и электронике

Часть 1

Учебное пособие

Уфа

2018

Учебное пособие подготовлено в соответствии с рабочей программой дисциплины «Электротехника и электроника», преподаваемой бакалаврам факультета автоматизации производственных процессов направлений 15.03.04 – «Автоматизация технологических процессов и производств (бакалавры)», 27.03.04 – «Управление в технических системах (бакалавры)». Пособие поможет студентам закрепить теоретический материал, выполнить домашнее задание и лабораторные работы, а также подготовиться к сдаче экзамена. Пособие необходимо использовать совместно с рекомендуемой литературой.

Рекомендовано к регистрации в качестве электронного ресурса учебно-методическим советом кафедры АТПП.

Составители: Ишемгужин А.И, доц. каф. АТПП, канд. техн. наук
Валямова О.О., ассистент каф. АТПП

Рецензенты: Хорошавина Е.А., доц. каф. АТПП, канд. техн. наук
Федоров В.Н., зам. директора ООО ИВК «Грант» по научной работе, доктор. техн. наук, профессор

©Уфимский государственный нефтяной технический университет, 2018

© А.И. Ишемгужин, 2018

ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение	6
1 Электрические цепи постоянного тока	7
1.1 Электрическое напряжение	7
1.2 Электрический ток	7
1.3 Электрическое сопротивление	7
1.4 Последовательное и параллельное соединение резисторов	7
1.5 Мощность	8
1.6 Источники напряжения и тока	8
1.7 Законы Кирхгофа	9
1.8 Теорема об эквивалентном генераторе	10
1.9 Преобразование реального источника напряжения в реальный источник тока	11
1.10 Преобразование треугольника сопротивлений в эквивалентную звезду	12
1.11 Преобразование звезды сопротивлений в эквивалентный треугольник	13
2 Электрические цепи переменного тока	15
2.1 Конденсаторы	15
2.2 Конденсатор в цепи переменного синусоидального тока	16
2.3 Катушка индуктивности	166
2.4 Катушка индуктивности в цепи переменного синусоидального тока	177
2.5 Использование комплексных чисел для расчета электрических цепей переменного синусоидального тока	188
3 Анализ электрических цепей комплексным методом	21
3.1 Простейшие RC - цепи	21
3.1.1 Фильтр высокой частоты (ФВЧ)	21
3.1.2 Фильтр низкой частоты (ФНЧ)	22
3.2 Резонансные электрические цепи	23
3.2.1 Параллельное соединение L и C (резонанс токов)	23
3.2.2 Последовательное соединение L и C (резонанс напряжений)	24
4 Анализ сложных электрических цепей	27

4.1 Метод непосредственного применения законов Кирхгофа	27
4.2 Метод контурных токов.....	28
4.3 Метод узловых потенциалов	30
4.4 Метод двух узлов.....	32
5 Мощность цепи переменного тока	34
5.1 Мощность цепи переменного синусоидального тока.....	34
6 Переходные процессы в линейных электрических цепях.....	38
6.1 Общая характеристика переходных процессов.....	38
6.2 Классический метод расчета переходных процессов.....	38
7 Операторный метод расчета переходных процессов	42
7.1 Основные понятия	42
7.2 Свойства теоремы преобразования Лапласа	43
7.3 Операторный метод состоит из следующих операций:	44
8 Электрические цепи с источниками ЭДС и тока различной частоты	45
8.1 Метод наложения	45
8.2 Несинусоидальные периодические токи.	45
8.3 Максимальные, средние и действующие значения несинусоидальных токов.	47
8.4 Расчет цепей при несинусоидальных ЭДС и токах	49
8.5 Мощность цепи периодического несинусоидального тока	50
9 Трёхфазные цепи	52
9.1 Основные определения	52
9.2 Соединение «звездой»	53
9.3 Соединение «треугольником».....	54
9.4 Расчет трехфазной цепи, соединенной звездой	55
9.5 Мощность в трехфазных цепях.....	58
10 Получение переменного электрического тока	60
11 Электромагнетизм	66
11.1 Магнитное поле. Магнитная индукция.....	66
11.2 Магнитный поток. Закон Био - Савара	68
11.3 Магнитная проницаемость. Диамagnetные, парамагнитные и ферромагнитные вещества	70

11.4. Напряженность магнитного поля. Закон полного тока.....	71
11.5 Магнитное поле тороида	72
12 Электромагнитная индукция.....	74
12.1 Закон электромагнитной индукции.....	74
12.2 Движение прямолинейного проводника в магнитном поле. Принцип Ленца	75
12.3 Явление самоиндукции. Индуктивность	77
12.4 Индуктивность тороида	78
12.5 Явление взаимной индукции.....	79
12.6 Ферромагнетизм	81
12.7 Магнитная цепь. Ферромагнитные материалы	82
СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ.....	85
БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК.....	86

ВВЕДЕНИЕ

Электротехника – отрасль науки и техники, связанная с получением, преобразованием и использованием электрической энергии в практической деятельности человека, охватывающая вопросы применения электромагнитных явлений в различных отраслях промышленности и в быту.

В пособии рассмотрены основные электротехнические законы и методика анализа электрических цепей: постоянного тока, однофазных, трехфазных, а также магнитных и электронных цепей.

Предложенный в данной работе материал является сокращённым конспектом лекций. Для глубокого изучения материала необходимо воспользоваться литературой из списка рекомендуемой литературы.

1 ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ЦЕПИ ПОСТОЯННОГО ТОКА

1.1 Электрическое напряжение

Электрическое напряжение – это работа по перемещению положительного единичного заряда из точки “у” с низким потенциалом в точку “х” с высоким потенциалом (обозначается U_{xy} , $\varphi_x > \varphi_y$).

Напряжение между точками x и y : $U_{xy} = -U_{yx}$. Размерность напряжения:

$$[U] = \frac{Дж}{Кл} = В \text{ (Вольт)}.$$

На электрических схемах напряжение изображают стрелкой, направленной от x к y .

1.2 Электрический ток

Электрический ток – это направленное движение электрических зарядов. Сила тока $I = \Delta q / \Delta t$. Сила тока показывает количество заряда, проходящее через поперечное сечение проводника в единицу времени. Размерность тока:

$$[I] = \frac{[\Delta q]}{[\Delta t]} = \frac{Кл}{с} = А \text{ (Ампер)}.$$

Ток считается положительным, если он течет от большего потенциала к меньшему потенциалу.

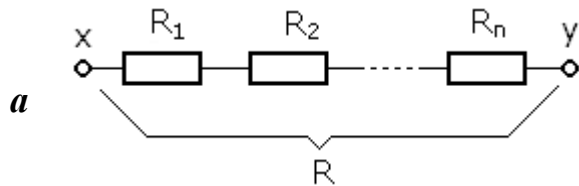
1.3 Электрическое сопротивление

Электрическое сопротивление показывает, какое напряжение нужно приложить к проводнику, чтобы через него протекал ток заданной силы:

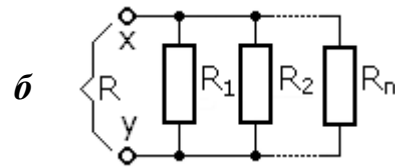
$$R = \frac{U}{I}, \quad U = R \cdot I, \quad [R] = \frac{[U]}{[I]} = Ом.$$

1.4 Последовательное и параллельное соединение резисторов

Схемы и расчетные формулы для последовательного и параллельного соединений резисторов представлены на рисунке 1.1



$$R = R_1 + R_2 + \dots + R_n = \sum_{i=1}^n R_i$$



$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_n} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{R_i}$$

Рисунок 1. 1 – Схемы соединений резисторов: последовательная (а) и параллельная (б)

1.5 Мощность

Мощность - работа электрического поля в единицу времени.

$$P = U \cdot I = I^2 \cdot R = \frac{U^2}{R}; \quad [P] = [U] \cdot [I] = \text{Вт (ватт)}.$$

Мощность расходуется на выделение тепла в проводниках, имеющих электрическое сопротивление.

1.6 Источники напряжения и тока

Работу по переносу зарядов, т.е. создание электрического тока, выполняют генераторы - источники ЭДС и тока. Обычно в теории электрических цепей их рассматривают либо как источник напряжения, либо как источник тока.

Реальный источник напряжения изображен на рисунке 1.2, где E_Γ – идеальный источник напряжения, R_Γ – внутреннее сопротивление источника, R_H – сопротивление нагрузки. Реальный источник тока изображен на рисунке 1.3. Источник тока отдает в нагрузку R_H ток:

$$I_H = I_\Gamma - \frac{U_H}{R_\Gamma} = I_\Gamma - \frac{I_\Gamma \cdot R_H}{R_\Gamma + R_H} = I_\Gamma \cdot \frac{R_\Gamma}{R_\Gamma + R_H}.$$

Идеальный источник напряжения имеет $R_\Gamma = 0$. Для него $U_H = E_\Gamma$ при любом R_H .

Идеальный источник тока имеет $R_\Gamma = \infty$. Для него всегда $I_H = I_\Gamma$ при любом R_H .

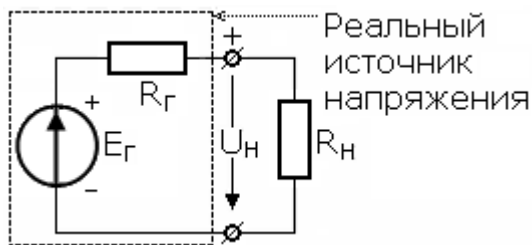


Рисунок 1.2 – Реальный источник напряжения с подключенной нагрузкой

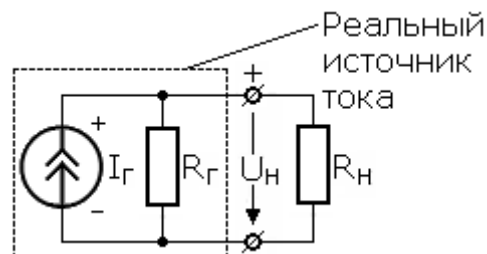


Рисунок 1.3 – Реальный источник тока с подключенной нагрузкой

Реальные генераторы тока и напряжения можно представить с использованием идеального источника напряжения, либо с использованием идеального источника тока. Выбор формы представления зависит от того, является ли внутреннее сопротивление $R_Г$ малым или большим по сравнению с сопротивлением нагрузки. Если $R_Г < R_Н$, то предпочтение отдается источнику напряжения. Если $R_Г > R_Н$, то предпочтение отдается источнику тока.

1.7 Законы Кирхгофа

Законы Кирхгофа формулируются следующим образом:

1) Алгебраическая сумма токов, втекающих в узел, равна нулю (рисунок 1.4): $I_1 + I_2 - I_3 = 0$.

2) Алгебраическая сумма падений напряжений в любом произвольном, замкнутом контуре электрической цепи равна алгебраической сумме ЭДС, действующих в этом контуре (рисунок 1.5):

$$E_1 = I_1 R_1 + I_3 R_3 + I_2 R_2,$$

$$E_2 = -I_3 R_3 - I_4 R_4 - I_5 R_5.$$

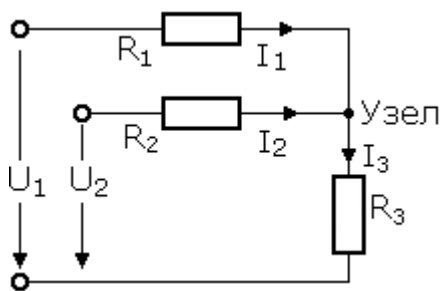


Рисунок 1.4 – К первому

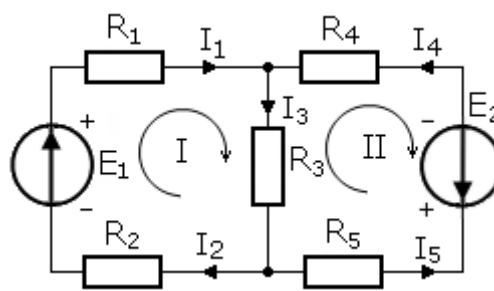


Рисунок 1.5 – Ко второму

1.8 Теорема об эквивалентном генераторе

Всякую электрическую цепь, состоящую из сопротивлений и источников ЭДС, можно представить в виде простейшей эквивалентной схемы, состоящей из одного резистора R_{Γ} и одного источника E_{Γ} (рисунок 1.6).

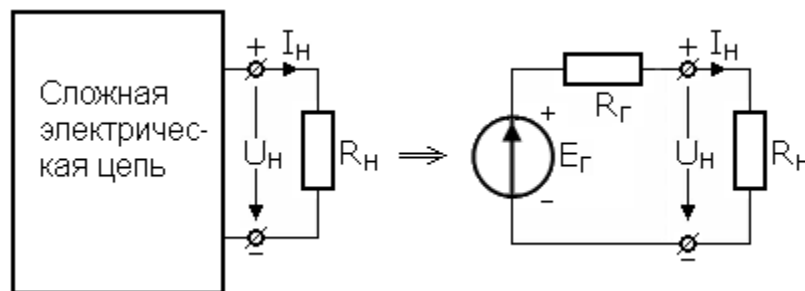


Рисунок 1.6 – Преобразование электрической цепи

Расчет электрической цепи с использованием данной теоремы проводится по так называемому методу «холостого хода и короткого замыкания». Этот метод включает в себя три шага:

- 1) отключают нагрузку, измеряют на освободившихся выводах напряжение (напряжение холостого хода): $U_{XX} = E_{\Gamma}$;
- 2) «закорачивают» нагрузку и измеряют ток в месте «закорачивания» (ток короткого замыкания – $I_{КЗ}$), определяют $R_{\Gamma} = U_{XX} / I_{КЗ}$;
- 3) осуществляют расчет простейшей электрической цепи.

В качестве примера рассмотрим электрическую цепь (рисунок 1.7).

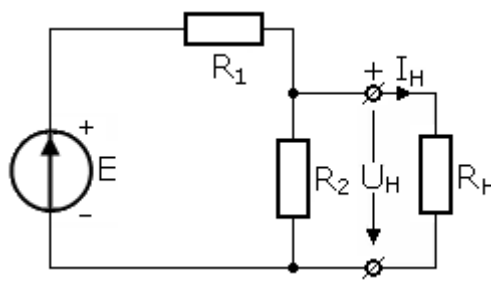


Рисунок 1.7 – Пример использования метода «холостого хода и короткого замыкания»

Известными величинами являются E, R_1, R_2, R_H . Необходимо найти U_H, I_H .

Расчет ведем в указанной выше последовательности:

- 1) определяем напряжение холостого хода в месте подключения нагрузки:

$$U_{xx} = \frac{E}{R_1 + R_2} \cdot R_2 = E_{\Gamma};$$

2) определяем ток короткого замыкания и внутреннее сопротивление:

$$I_{K3} = \frac{E}{R_1}, R_{\Gamma} = \frac{U_{xx}}{I_{K3}} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2};$$

3) осуществляем расчет простейшей электрической цепи (рисунок 1.6):

$$\begin{aligned} I_H &= \frac{E_{\Gamma}}{R_{\Gamma} + R_H} = E_{\Gamma} \cdot \frac{R_1 + R_2}{R_1 R_2 + R_1 R_H + R_2 R_H} = \\ &= \frac{E \cdot R_2}{R_1 R_2 + R_1 R_H + R_2 R_H}; U_H = \frac{E \cdot R_2 R_H}{R_1 R_2 + R_1 R_H + R_2 R_H}; \\ I_H &= \frac{U_H}{R_H} = E_{\Gamma} \frac{R_2}{R_1 \cdot R_2 + R_1 \cdot R_H + R_2 \cdot R_H}. \end{aligned}$$

1.9 Преобразование реального источника напряжения в реальный источник тока

Данное преобразование осуществляется по схеме (рисунок 1.8).

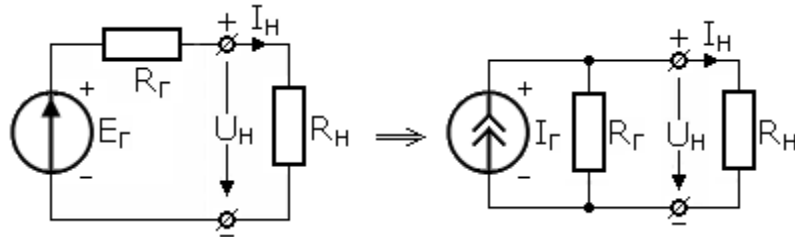


Рисунок 1.8 - Преобразование источника напряжения в источник тока

Расчетные формулы:

$$U_H = \frac{E_{\Gamma}}{R_{\Gamma} + R_H} \cdot R_H; \quad I_{\Gamma} = \frac{E_{\Gamma}}{R_{\Gamma}}; \quad U_H = I_{\Gamma} \cdot \frac{R_{\Gamma} \cdot R_H}{R_{\Gamma} + R_H} = E_{\Gamma} \frac{R_H}{R_{\Gamma} + R_H}.$$

Всякую электрическую цепь, состоящую из сопротивлений и источников, можно представить в виде эквивалентной схемы, состоящей из одного резистора R_{Γ} и одного источника I_{Γ} .

При расчетах электрических цепей с использованием эквивалентного генератора тока расчет происходит также в три шага:

1) «создается короткое замыкание» и определяется ток генератора $I_{\Gamma} = I_{K3}$;

- 2) на выходных зажимах «создается холостой ход» и измеряется напряжение холостого хода, определяется R_r ;
- 3) производится расчет простейшей эквивалентной схемы.

Используя эквивалентную схему с генератором тока, рассмотрим предыдущий пример (рисунок 1.7):

1) замыкаем выходные зажимы и определяем $I_r = E/R_1$;

2) на выходных зажимах «создаем холостой ход», измеряем напряжение «холостого хода», определяем R_r :

$$U_{xx} = \frac{E R_2}{R_1 + R_2}, R_r = \frac{U_{xx}}{I_r} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2};$$

3) рассчитываем простейшую эквивалентную схему (рисунок 1.9):

$$R_r = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}, U_H = E \cdot \frac{R_2 R_H}{R_1 R_2 + R_1 R_H + R_2 R_H};$$

$$I_H = \frac{E_r}{R_r + R_H} = E \cdot \frac{R_2}{R_1 R_2 + R_1 R_H + R_2 R_H}.$$

1.10 Преобразование треугольника сопротивлений в эквивалентную звезду

Встречаются схемы, в которых отсутствуют сопротивления, включенные последовательно или параллельно, например, мостовая схема, изображенная на рисунке 1.9.

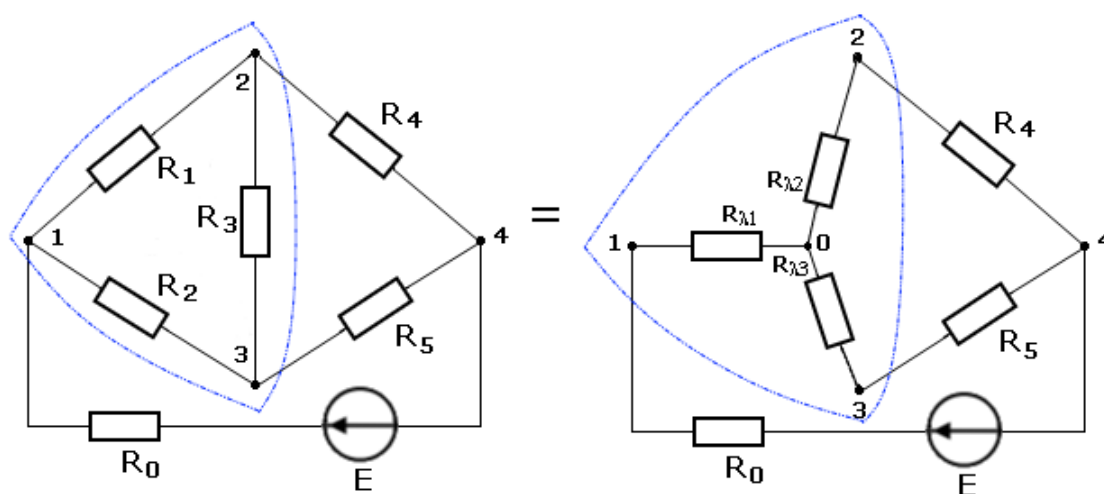


Рисунок 1.9 - Преобразование треугольника сопротивлений

Определить эквивалентное сопротивление этой схемы относительно ветви с источником ЭДС описанными выше методами сложно. Если же заменить треугольник сопротивлений $R_1 - R_2 - R_3$, включенный между узлами 1-2-3, трехлучевой звездой сопротивлений, лучи которой расходятся из точки 0 в те же узлы 1-2-3, эквивалентное сопротивление полученной схемы легко определяется.

Сопротивление луча эквивалентной звезды сопротивлений равно произведению сопротивлений прилегающих сторон треугольника, деленному на сумму сопротивлений всех сторон треугольника. В соответствии с данным правилом, сопротивления лучей звезды определяются по формулам:

$$R_{\lambda 1} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2 + R_3}; R_{\lambda 2} = \frac{R_1 \cdot R_3}{R_1 + R_2 + R_3}; R_{\lambda 3} = \frac{R_2 \cdot R_3}{R_1 + R_2 + R_3};$$

Эквивалентное соединение полученной схемы определяется по формуле

$$R_9 = R_0 + R_{\lambda 1} + \frac{(R_{\lambda 2} + R_4) \cdot (R_{\lambda 3} + R_5)}{R_{\lambda 2} + R_{\lambda 3} + R_4 + R_5}.$$

Сопротивления R_0 и $R_{\lambda 1}$ включены последовательно, а ветви с сопротивлениями $(R_{\lambda 1} + R_4)$ и $(R_{\lambda 3} + R_5)$ соединены параллельно.

1.11 Преобразование звезды сопротивлений в эквивалентный треугольник

Иногда для упрощения схемы полезно преобразовать звезду сопротивлений в эквивалентный треугольник. Рассмотрим схему на рисунке 1.10. Заменим звезду сопротивлений $R_1 - R_2 - R_3$ эквивалентным треугольником сопротивлений $R_{\Delta 1} - R_{\Delta 2} - R_{\Delta 3}$, включенных между узлами 1-2-3.

Сопротивление стороны эквивалентного треугольника сопротивлений равно сумме сопротивлений двух прилегающих лучей звезды плюс произведение этих же сопротивлений, деленное на сопротивление оставшегося (противолежащего) луча.

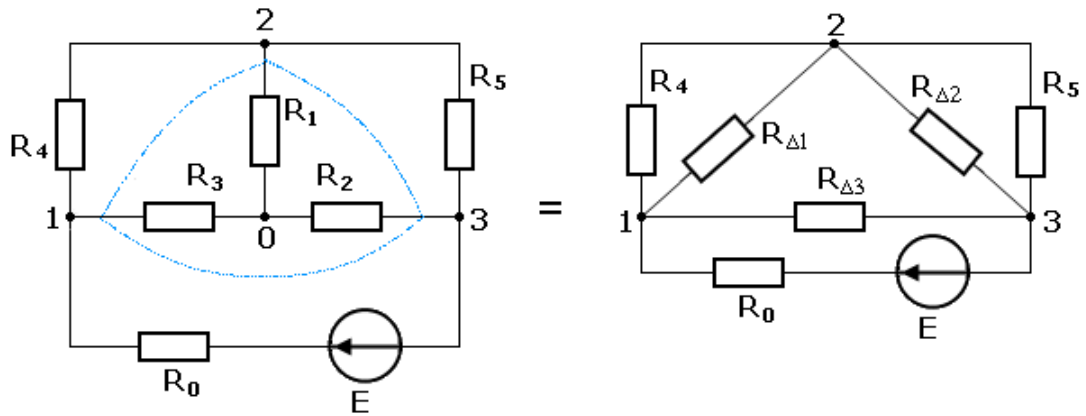


Рисунок 1.10 - Преобразование звезды сопротивлений

Сопротивления сторон треугольника определяются по формулам:

$$R_{\Delta 1} = R_1 + R_3 + \frac{R_1 \cdot R_3}{R_2}; R_{\Delta 2} = R_1 + R_2 + \frac{R_1 \cdot R_2}{R_3}; R_{\Delta 3} = R_2 + R_3 + \frac{R_2 \cdot R_3}{R_1}.$$

Эквивалентное сопротивление преобразованной схемы равно

$$R_{\text{э}} = R_0 + \frac{\left(\frac{R_4 \cdot R_{\Delta 1}}{R_4 + R_{\Delta 1}} + \frac{R_5 \cdot R_{\Delta 2}}{R_5 + R_{\Delta 2}} \right) \cdot R_{\Delta 3}}{\frac{R_4 \cdot R_{\Delta 1}}{R_4 + R_{\Delta 1}} + \frac{R_5 \cdot R_{\Delta 2}}{R_5 + R_{\Delta 2}} + R_{\Delta 3}}.$$

2 ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ЦЕПИ ПЕРЕМЕННОГО ТОКА

2.1 Конденсаторы

В простейшем случае конденсатор – это две металлические пластины, разделенные диэлектриком, с выводами от каждой пластины. Если к конденсатору приложить электрическое напряжение U , то на пластинах накопится электрический заряд $Q = CU$. Коэффициент пропорциональности C называется емкостью конденсатора. Размерность емкости:

$$[C] = \frac{[Q]}{[U]} = \frac{Kl}{B} = \Phi \text{ (фарада)}.$$

Основное соотношение для конденсатора

$$i_c = \frac{dQ}{dt} = C \frac{dU_c}{dt},$$

показывает взаимосвязь тока с изменением напряжения на конденсаторе. На электрических схемах конденсатор изображается как на рисунках 2.1 – 2.3.

Величина емкости C определяется геометрическими размерами конденсатора и физико-химическими свойствами материала, из которого он сделан.

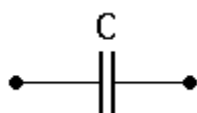


Рисунок 2.1 –
Условное
Обозначение
конденсатора

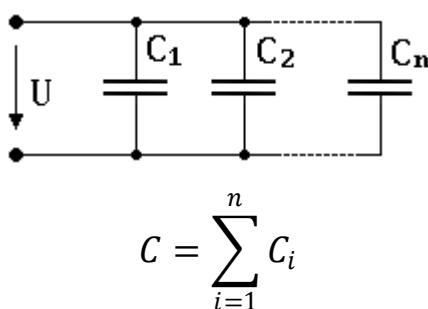


Рисунок 2.2 –
Параллельное
соединение
конденсаторов

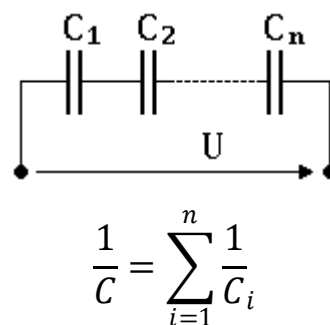


Рисунок 2.3 –
Последовательное
соединение конденсаторов

Электрическая энергия, накапливаемая на конденсаторе:

$$W = \frac{CU^2}{2}.$$

2.2 Конденсатор в цепи переменного синусоидального тока

Пусть к конденсатору подключено переменное синусоидальное напряжение $u_C(t) = U_m \sin(\omega t)$.

Определим ток в конденсаторе:

$$i_C(t) = C \frac{du_C(t)}{dt} = C \frac{d(U_m \sin(\omega t))}{dt} = CU_m \omega \cos(\omega t);$$

$$i_C(t) = I_m \cos \omega t, \quad i_C(t) = I_m \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right).$$

Из полученных соотношений следует:

- 1) амплитуды напряжения и тока в конденсаторе связаны соотношением $U_m = I_m(1/\omega C)$, где $X_C = 1/\omega C$ - емкостное сопротивление или сопротивление конденсатора в цепи переменного синусоидального тока;
- 2) ток в конденсаторе опережает напряжение на нем на угол $\pi/2$ (рисунок 2.4).

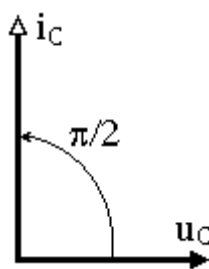


Рисунок 2.4

2.3 Катушка индуктивности

Катушка индуктивности представляет собой каркас, на который намотан провод. Внутри каркаса может находиться сердечник (из магнитного материала). Условное графическое изображение катушки индуктивности представлено на рисунке 2.5.



Рисунок 2.5

Напряжение на катушке индуктивности пропорционально скорости изменения тока через нее: $u_L = L \frac{di_L}{dt}$.

Коэффициент пропорциональности L называется индуктивностью. Размерность индуктивности: $[L] = B \cdot c / A = Гн (генри)$. При последовательном соединении катушек индуктивности общая индуктивность находится по формуле

$$L = \sum_{i=1}^n L_i.$$

При параллельном соединении – по формуле

$$\frac{1}{L} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{L_i}.$$

Энергия, запасаемая в катушке индуктивности:

$$W_L = \frac{L i_L^2}{2}.$$

2.4 Катушка индуктивности в цепи переменного синусоидального тока

Пусть через катушку индуктивности протекает переменный синусоидальный ток

$$i_L = I_m \cdot \sin(\omega t).$$

Определим изменение напряжения на катушке индуктивности

$$u_L = L \frac{di_L}{dt} = \omega L I_m \cos(\omega t) \Rightarrow u_L = \omega L I_m \sin(\omega t + \frac{\pi}{2}).$$

Из последнего выражения следует:

1) амплитуды напряжения и тока в катушке индуктивности связаны соотношением: $U_m = \omega L I_m$, где $X_L = \omega L$ - *индуктивное сопротивление* или *сопротивление катушки индуктивности в цепи переменного синусоидального тока*;

2) напряжение на катушке индуктивности опережает ток в ней на угол $\pi/2$ (рисунок 2.6).

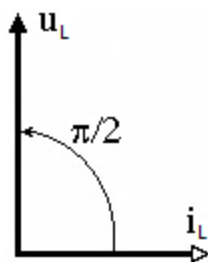


Рисунок 2.6

2.5 Использование комплексных чисел для расчета электрических цепей переменного синусоидального тока

Напряжение согласно рассматриваемому методу представляется следующим образом:

$$u = U_m \sin(\omega t + \varphi) \rightarrow U_m e^{j\varphi} = \dot{U}_m,$$

где $\dot{U}_m$ – так называемое комплексное изображение синусоидального напряжения (комплекс напряжения).

Ток представляется следующим образом:

$$i = I_m \sin(\omega t + \varphi) \rightarrow I_m e^{j\varphi} = \dot{I}_m,$$

где $\dot{I}_m$ – так называемое комплексное изображение синусоидального тока (комплекс тока).

Для обратного перехода от комплекса напряжения или тока необходимо:

- 1) умножить комплекс на $e^{j\omega t}$;
- 2) взять мнимую часть от полученного комплексного числа.

Метод расчета с помощью комплексных чисел заключается в замене реальных токов и напряжений их комплексными изображениями, расчете электрической цепи и последующем переходе от рассчитанных комплексов к мгновенным значениям токов и напряжений (к оригиналам).

Рассмотрим изображение производной:

$$u = U_m \sin(\omega t + \varphi) \Rightarrow \dot{U}_m; \quad \frac{du}{dt} = U_m \omega \sin(\omega t + \varphi + \frac{\pi}{2}) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow e^{j\frac{\pi}{2}} \omega U_m e^{j\varphi} \Rightarrow j\omega U_m e^{j\varphi} \Rightarrow |(j = \sqrt{-1})| \Rightarrow j\omega \dot{U}_m.$$

Дифференцирование синусоидальной функции соответствует умножению изображения этой синусоидальной функции на комплексное число $j\omega$.

Рассмотрим изображение интеграла:

$$\int U_m \sin(\omega t + \varphi) dt = U_m \frac{-1}{\omega} \cos(\omega t + \varphi) = \frac{U_m}{\omega} \sin(\omega t + \varphi - \frac{\pi}{2})$$

$$\Rightarrow e^{-j\frac{\pi}{2}} \frac{U_m}{\omega} e^{j\varphi} \Rightarrow -j \frac{\dot{U}_m}{\omega} = \frac{\dot{U}_m}{j\omega}.$$

Интегрирование синусоидальной функции соответствует делению изображения этой синусоидальной функции на комплексное число $j\omega$.

Найдем изображение тока через конденсатор:

$$i_C = C \frac{du_C}{dt}, u_C = \frac{1}{C} \int_0^t i_C dt \Rightarrow \dot{U}_{Cm} = \frac{1}{j\omega C} \dot{I}_{Cm}, \dot{U}_{Cm} = Z_C \dot{I}_{Cm},$$

где $Z_C = 1/j\omega C$ - комплексное сопротивление конденсатора.

Изображение напряжения на катушке индуктивности:

$$u_L = L \frac{di_L}{dt} \Rightarrow \dot{U}_{Lm} = j\omega L \dot{I}_{Lm}, \dot{U}_{Lm} = Z_L \dot{I}_{Lm},$$

где $Z_L = j\omega L$ - комплексное сопротивление катушки индуктивности.

Рассмотрим электрическую цепь на рисунке 2.7. Составим по второму закону Кирхгофа уравнение для мгновенных значений напряжения и тока в данной цепи:

$$e = iR + L \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} \int i dt.$$

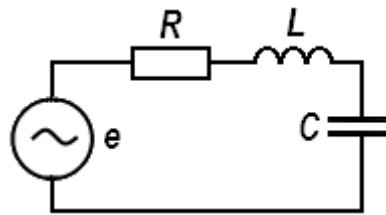


Рисунок 2.7

Используя комплексные изображения, получим

$$\dot{E}_m = \dot{I}_m R + j\omega L \dot{I}_m + \frac{\dot{I}_m}{j\omega C}.$$

Находим комплекс тока:

$$\dot{I}_m = \frac{\dot{E}_m}{R + j(\omega L - \frac{1}{\omega C})} = \frac{\dot{E}_m}{R + jX} = \frac{\dot{E}_m}{Z},$$

где X – реактивное сопротивление электрической цепи;

Z – полное комплексное сопротивление электрической цепи.

Выражение

$$\dot{I}_m = \dot{E}_m / Z$$

называется *законом Ома в комплексной форме*.

Таким образом, используя метод комплексных чисел, можно применять закон Ома для электрических схем переменного синусоидального тока. То же касается и законов Кирхгофа. По этим законам определяют комплексы величин. В конце расчета осуществляется переход от комплексов к мгновенным значениям (оригиналам) в соответствии с выражениями:

$$u(t) = \operatorname{Im}\{\dot{U}_m e^{j\omega t}\}, \quad i(t) = \operatorname{Im}\{\dot{I}_m e^{j\omega t}\}.$$

3 АНАЛИЗ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ КОМПЛЕКСНЫМ МЕТОДОМ

3.1 Простейшие RC - цепи

3.1.1 Фильтр высокой частоты (ФВЧ)

Схема фильтра высокой частоты приведена на рисунке 3.1.

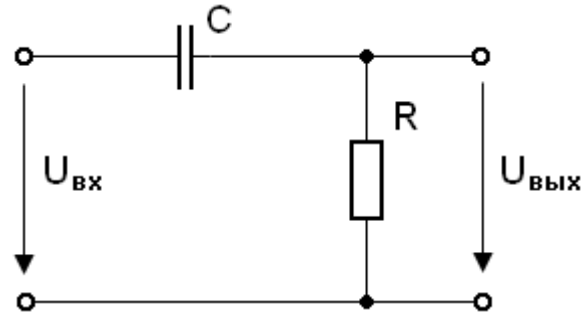


Рисунок 3.1 - Схема ФВЧ

Комплекс выходного напряжения:

$$\dot{U}_{вых} = \frac{\dot{U}_{вх}}{\frac{1}{j\omega C} + R} = \dot{U}_{вх} \cdot \left(\frac{R^2}{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2} + j \frac{\frac{R}{\omega C}}{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2} \right).$$

Коэффициент передачи напряжения для фильтра высокой частоты:

$$K(j\omega) = \frac{\dot{U}_{вых}}{\dot{U}_{вх}} = \frac{R^2}{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2} + j \frac{\frac{R}{\omega C}}{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2}.$$

Амплитудно-частотная характеристика (рисунок 3.2):

$$|K(j\omega)| = K(\omega) = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{1}{\omega RC}\right)^2}} \Rightarrow \omega_B = \frac{1}{RC} \Rightarrow K(\omega) = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega_B}{\omega}\right)^2}}.$$

Фазо-частотная характеристика (рисунок 3.3):

$$\varphi(\omega) = \arctg\left(\frac{\omega_B}{\omega}\right).$$

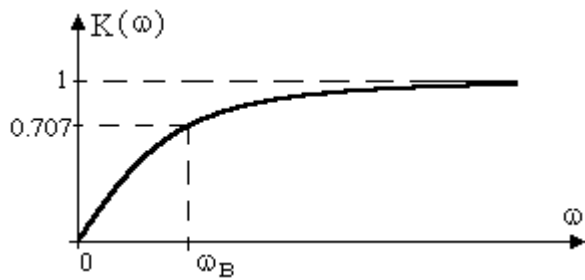


Рисунок 3.2 – Амплитудно-частотная характеристика ФВЧ

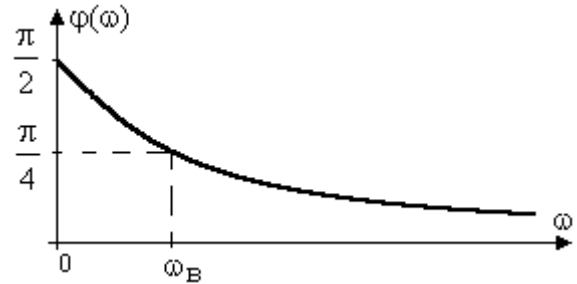


Рисунок 3.3 – Фазо-частотная характеристика ФВЧ

3.1.2 Фильтр низкой частоты (ФНЧ)

Схема фильтра низкой частоты приведена на рисунке 3.4.

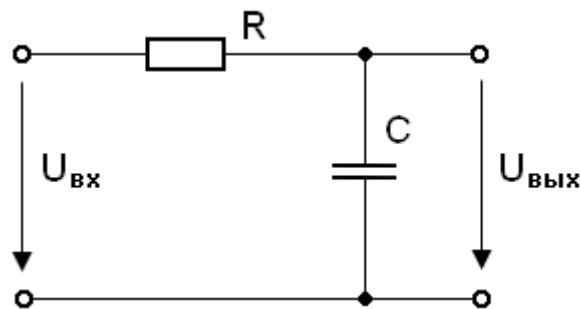


Рисунок 3.4 - Схема ФНЧ

Комплекс выходного напряжения:

$$\dot{U}_{\text{вых}} = \frac{\dot{U}_{\text{вх}} \frac{1}{j\omega C}}{\frac{1}{j\omega C} + R} = \dot{U}_{\text{вх}} \cdot \left(\frac{R^2}{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2} + j \frac{\frac{R}{\omega C}}{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2} \right).$$

Коэффициент передачи:

$$K(j\omega) = \frac{\dot{U}_{\text{вых}}}{\dot{U}_{\text{вх}}} = \frac{1/j\omega C}{R + 1/j\omega C} = \frac{\left(\frac{1}{\omega C}\right)^2 - j \frac{R}{\omega C}}{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2};$$

$$K(\omega) = \frac{1}{\sqrt{(\omega RC)^2 + 1}} \Rightarrow \left| \omega_H = \frac{1}{RC} \right| \Rightarrow K(\omega) = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{\omega}{\omega_H}\right)^2 + 1}}.$$

Фазо-частотная характеристика определяется выражением

$$\varphi(\omega) = -\arctg\left(\frac{\omega}{\omega_H}\right).$$

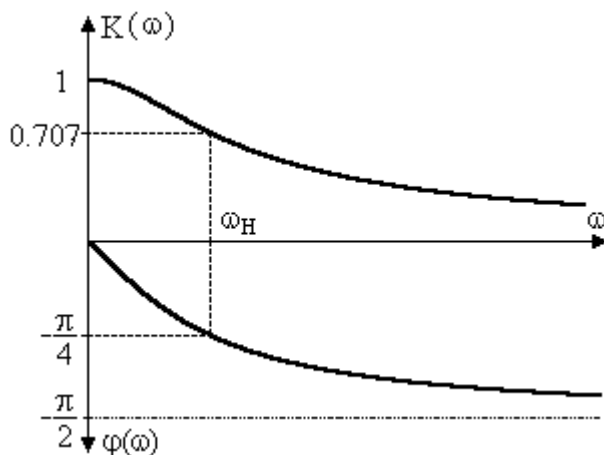


Рисунок 3.5 - Амплитудно-частотная характеристика ФНЧ

Рисунок 3.6 – Фазо-частотная характеристика ФНЧ

На рисунке 3.5 изображена амплитудно-частотная характеристика фильтра низкой частоты, а на рисунке 3.6 - его фазо-частотная характеристика.

3.2 Резонансные электрические цепи

3.2.1 Параллельное соединение L и C (резонанс токов)

Рассмотрим схему (рисунок 3.7)

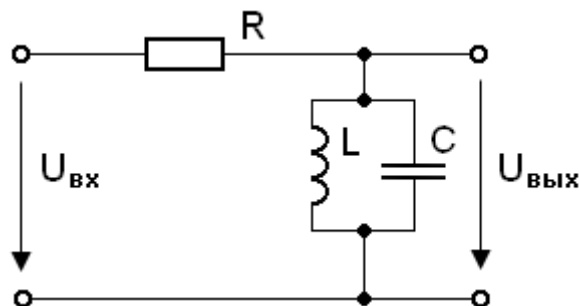


Рисунок 3.7 - Схема с параллельным соединением L и C

Определим реактивное сопротивление LC:

$$\frac{1}{jX_{LC}} = -\frac{1}{j\omega L} + j\omega C = j\left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right),$$

$$jX_{LC} = \frac{1}{j\left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right)}; \quad jX_{LC} = j\frac{1}{\frac{1}{\omega L} - \omega C}; \quad X_{LC} = \frac{1}{\frac{1}{\omega L} - \omega C}.$$

Определим комплекс выходного напряжения электрической цепи:

$$\dot{U}_{\text{вых}} = \dot{U}_{\text{вх}} \frac{jX_{LC}}{R + jX_{LC}}.$$

Коэффициент передачи будет равен

$$K(j\omega) = \frac{jX_{LC}}{R + jX_{LC}}.$$

Модуль частотного коэффициента передачи:

$$K(j\omega) = \frac{jX_{LC}}{R + jX_{LC}} \cdot \frac{R - jX_{LC}}{R - jX_{LC}} = \frac{X_{LC}^2 + jX_{LC}R}{R^2 + X_{LC}^2} = \frac{X_{LC}^2}{R^2 + X_{LC}^2} + j \frac{X_{LC}R}{R^2 + X_{LC}^2};$$

$$K(\omega) = \sqrt{\frac{X_{LC}^4}{(R^2 + X_{LC}^2)^2} + \frac{X_{LC}^2 R^2}{(R^2 + X_{LC}^2)^2}} = \frac{X_{LC}}{\sqrt{X_{LC}^2 + R^2}}.$$

$$K(\omega) = \frac{X_{LC}}{\sqrt{X_{LC}^2 + R^2}}.$$

Если $1/\omega L = \omega C$, то $\omega = \omega_0$, $K(\omega) \rightarrow 1$, $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$.

Если $\omega \rightarrow 0$, то $X_{LC} \rightarrow 0$, $K(\omega) \rightarrow 0$.

Если $\omega \rightarrow \infty$, то $X_{LC} \rightarrow 0$, $K(\omega) \rightarrow 0$

График $K(\omega)$ представлен на рисунке 3.8.

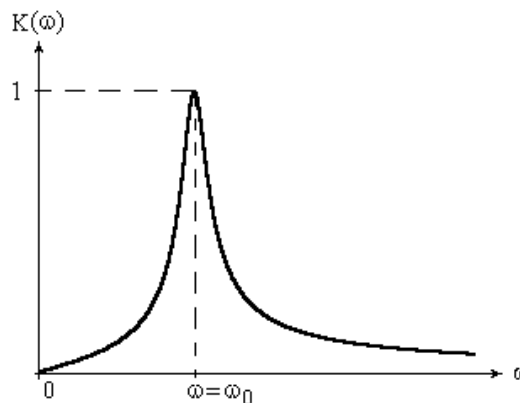


Рисунок 3.8 – Коэффициент передачи цепи с параллельным соединением L и C

Электрическая цепь обладает свойством избирательности, т.е. через эту цепь наилучшим образом проходят электрические сигналы с частотой ω_0 . Частота ω_0 называется резонансной частотой

3.2.2 Последовательное соединение L и C (резонанс напряжений)

Рассмотрим схему на рисунке 3.9.

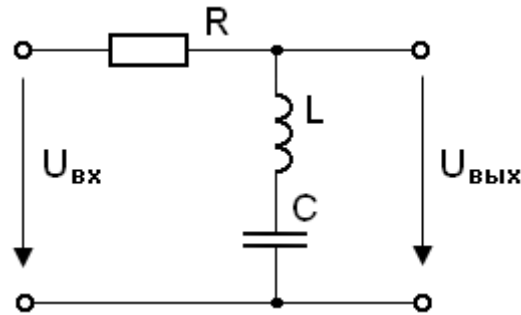


Рисунок 3.9 - Схема с последовательным соединением L и C

Определим комплексное (реактивное) сопротивление LC:

$$Z_{LC} = j\omega L - j\frac{1}{\omega C} = j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right); \quad X_{LC} = \omega L - \frac{1}{\omega C}.$$

Полное сопротивление

$$Z = R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right).$$

Ток в цепи

$$\dot{I} = \frac{\dot{U}_{ВХ}}{R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)}.$$

Выходное напряжение

$$\dot{U}_{ВЫХ} = \frac{\dot{U}_{ВХ}}{R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)} \cdot j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right).$$

Комплексный частотный коэффициент передачи

$$K(j\omega) = \frac{\dot{U}_{ВЫХ}}{\dot{U}_{ВХ}} = \frac{j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)}{R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)}.$$

Модуль частного коэффициента передачи:

$$K(\omega) = |K(j\omega)| = \left| \frac{j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)}{R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)} \cdot \frac{R - j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)}{R - j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)} \right| =$$

$$\left| \frac{\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2 - jR\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)}{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2} \right| \Rightarrow K(\omega) = \left| \frac{X_{LC}^2 - jRX_{LC}}{R^2 + X_{LC}^2} \right|;$$

$$K(\omega) = \sqrt{\frac{X_{LC}^4}{(R^2 + X_{LC}^2)^2} + \frac{R^2 X_{LC}^2}{(R^2 + X_{LC}^2)^2}} = \frac{X_{LC}}{\sqrt{R^2 + X_{LC}^2}};$$

$$K(\omega) = \frac{X_{LC}}{\sqrt{R^2 + X_{LC}^2}}.$$

На частотах резонанса $\omega_0 L = \frac{1}{\omega_0 C}$ и X_{LC} равно 0, т.е. $K(\omega_0) = 0$.

Если ω отлична от ω_0 , то $K(\omega)$ находится в пределах от 1 до 0 (рисунок 3.10).

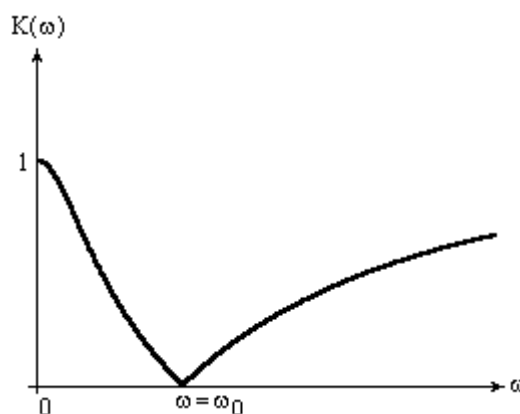


Рисунок 3.10. – Коэффициент передачи цепи с последовательным соединением L и C

4 АНАЛИЗ СЛОЖНЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ

4.1 Метод непосредственного применения законов Кирхгофа

На рис. 4.1 изображена схема разветвленной электрической цепи. Известны величины сопротивлений и ЭДС, необходимо определить токи.

В схеме имеются четыре узла, можно составить четыре уравнения по первому закону Кирхгофа. Укажем произвольно направления токов.

Запишем уравнения:

$$\left. \begin{array}{l} \text{для узла 1} \quad -I_1 - I_5 - I_4 = 0 \\ \text{для узла 2} \quad I_1 - I_2 + I_3 = 0 \\ \text{для узла 3} \quad I_2 + I_5 + I_6 = 0 \\ \text{для узла 4} \quad -I_3 - I_6 + I_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Сложим эти уравнения. Получим тождество $0 \equiv 0$. Система уравнений (4.1) является зависимой. Если в схеме имеется n узлов, количество независимых уравнений, которые можно составить по первому закону Кирхгофа, равно $n-1$. Для схемы на рис. 4.1 число независимых уравнений равно трем.

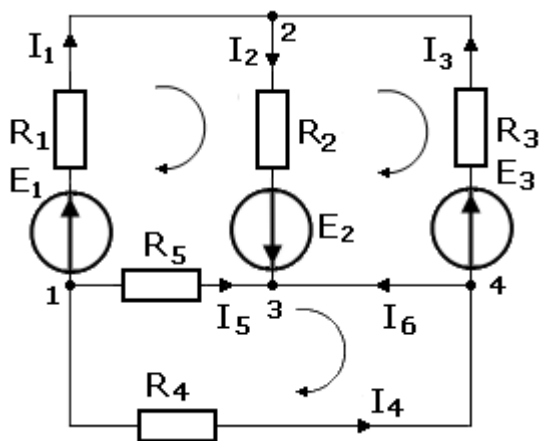


Рисунок 4.1 – Схема сложной электрической цепи

$$\left. \begin{array}{l} -I_1 - I_5 - I_4 = 0 \\ I_1 - I_2 + I_3 = 0 \\ I_2 + I_5 + I_6 = 0 \end{array} \right\}$$

Недостающее количество уравнений составляют по второму закону Кирхгофа. Уравнения по второму закону составляют для независимых контуров. Независимым является контур, в который входит хотя бы одна новая ветвь, не вошедшая в другие контуры.

Выберем три независимых контура и укажем направления обхода контуров. Запишем три уравнения по второму закону Кирхгофа.

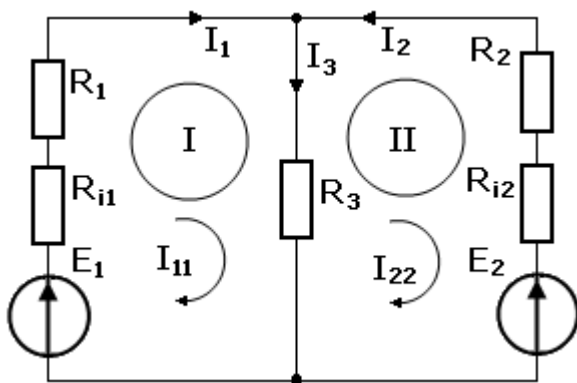
$$\left. \begin{array}{l} E_1 + E_2 = -I_5 \cdot R_5 + I_1 \cdot R_1 + I_2 \cdot R_2 \\ -E_2 - E_3 = -I_2 \cdot R_2 - I_3 \cdot R_3 \\ 0 = I_5 \cdot R_5 - I_4 \cdot R_4 \end{array} \right\}$$

Решив совместно две последние системы уравнений, определим токи в схеме. Ток в ветви может иметь отрицательное значение. Это означает, что действительное направление тока противоположно выбранному нами направлению.

4.2 Метод контурных токов

Метод непосредственного применения законов Кирхгофа громоздок. Имеется возможность уменьшить количество совместно решаемых уравнений системы.

Число уравнений, составленных по методу контурных токов, равно количеству уравнений, составляемых по второму закону Кирхгофа. Метод контурных токов заключается в том, что вместо токов в ветвях определяются, на основании второго закона Кирхгофа, так называемые контурные токи, замыкающиеся в контурах. На рисунке 4.2 в качестве примера изображена двухконтурная схема, в которой I_{11} и I_{22} – контурные токи.



Токи в сопротивлениях R_1 и R_2 равны соответствующим контурным токам. Ток в сопротивлении R_3 , являющийся общим для обоих контуров, равен разности контурных токов I_{11} и I_{22} , так как эти токи направлены в ветви с R_3 встречно.

Рисунок 4.2 – Двухконтурная схема

Порядок расчета

Выбираются независимые контуры, и задаются произвольные направления контурных токов. В нашем случае эти токи направлены по часовой стрелке. Направление обхода контура совпадает с направлением контурных токов. Уравнения для этих контуров имеют следующий вид:

$$\begin{aligned} I_{11} \cdot (R_1 + R_{i1}) + I_{11} \cdot R_3 - I_{22} \cdot R_3 &= E_1, \\ I_{22} \cdot (R_{i2} + R_2) + I_{22} \cdot R_3 - I_{11} \cdot R_3 &= -E_2. \end{aligned}$$

Перегруппируем слагаемые в уравнениях

$$I_{11} \cdot (R_1 + R_{i1} + R_3) - I_{22} \cdot R_3 = E_1 = E_{11},$$

$$-I_{11} \cdot R_3 + I_{22} \cdot (R_{i2} + R_2 + R_3) = -E_2 = E_{22}.$$

Суммарное сопротивление данного контура называется собственным сопротивлением контура. Собственные сопротивления контуров схемы:

$$R_{11} = R_1 + R_{i1} + R_3, \quad R_{22} = R_{i2} + R_2 + R_3.$$

Сопротивление R_3 , принадлежащее одновременно двум контурам, называется общим сопротивлением этих контуров.

$$R_{12} = R_{21} = R_3,$$

где

R_{12} – общее сопротивление между первым и вторым контурами;

R_{21} – общее сопротивление между вторым и первым контурами.

$E_{11} = E_1$ и $E_{22} = E_2$ – контурные ЭДС.

В общем виде уравнения для контурных токов записываются следующим образом:

$$\left. \begin{aligned} I_{11} \cdot R_{11} + I_{22} \cdot (-R_{12}) &= E_{11}, \\ I_{11} \cdot (-R_{21}) + I_{22} \cdot R_{22} &= E_{22}. \end{aligned} \right\}$$

Или в матричном виде:

$$\begin{bmatrix} R_{11} & -R_{12} \\ -R_{21} & R_{22} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} I_{11} \\ I_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_{11} \\ E_{22} \end{bmatrix}$$

Отсюда можем записать решение в матричном виде:

$$\boxed{\begin{bmatrix} I_{11} \\ I_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_{11} & -R_{12} \\ -R_{21} & R_{22} \end{bmatrix}^{-1} \times \begin{bmatrix} E_{11} \\ E_{22} \end{bmatrix}}$$

Собственные сопротивления всегда имеют знак "плюс". Общее сопротивление имеет знак "минус", если в данном сопротивлении контурные токи направлены встречно друг другу, и знак "плюс", если контурные токи в общем сопротивлении совпадают по направлению. Решая систему уравнения, определим контурные токи I_{11} и I_{22} , затем от контурных токов переходим к токам в ветвях. Ветви схемы, по которым протекает один контурный ток, называются внешними, а ветви, по которым протекают несколько контурных токов, называются общими.

Ток во внешней ветви совпадает по величине и по направлению с контурным током. Ток в общей ветви равен алгебраической сумме контурных токов, протекающих в этой ветви. В схеме на рис. 4.2

$$I_1 = I_{11}, I_2 = I_{22}, I_3 = I_{11} - I_{22}.$$

Рекомендации

1. Контурные выбирают произвольно, но целесообразно выбрать контуры таким образом, чтобы их внутренняя область не пересекалась, ни с одной ветвью, принадлежащей другим контурам.
2. Контурные токи желательно направлять одинаково (по часовой стрелке или против часовой стрелки).
3. Если нужно определить ток в одной ветви сложной схемы, необходимо сделать его контурным.
4. Если в схеме имеется ветвь с известным током, этот ток следует сделать контурным, благодаря чему количество уравнений становится на единицу меньше.

4.3 Метод узловых потенциалов

Метод узловых потенциалов позволяет составить систему уравнений, по которой можно определить потенциалы всех узлов схемы (рис.4.3). По известным разностям узловых потенциалов можно определить токи во всех ветвях. В схеме на рисунке 4.3 имеется четыре узла. Потенциал любой точки схемы можно принять равным нулю. Тогда у нас останутся неизвестными три потенциала. Узел, величину потенциала которого выбирают произвольно, называют базисным.

Укажем в схеме произвольно направления токов.

Примем для схемы $\varphi_4 = 0$.

Запишем уравнение по первому закону Кирхгофа для узла 1 (рис.4.3).

$$I_1 + J - I_2 = 0.$$

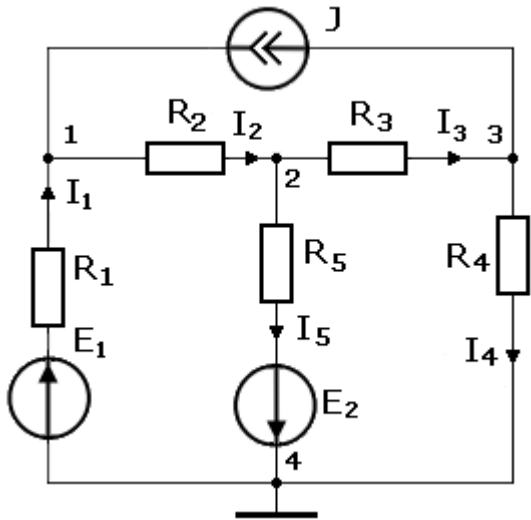


Рисунок 4.3 – Сложная электрическая цепь

В соответствии с законами Ома для активной и пассивной ветви

$$I_1 = \frac{\varphi_4 - \varphi_1 + E_1}{R_1} = (-\varphi_1 + E_1) \cdot g_1,$$

где $g_1 = 1/R_1$ – проводимость первой ветви.

$$I_2 = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{R_2} = (\varphi_1 - \varphi_2) \cdot g_2,$$

где $g_2 = 1/R_2$ – проводимость второй ветви.

Подставим выражения токов в уравнение для токов для узла 1.

$$-\varphi_1 g_1 + E_1 g_1 + J - \varphi_1 g_2 + \varphi_2 g_2 = 0,$$

$$\varphi_1 (g_1 + g_2) - \varphi_2 g_2 = E_1 g_1 + J,$$

$$\varphi_1 g_{11} - \varphi_2 g_{12} = E_1 g_1 + J, \quad (*)$$

где $g_{11} = g_1 + g_2$ – собственная проводимость узла 1.

Собственной проводимостью узла называется сумма проводимостей ветвей, сходящихся в данном узле.

Общей проводимостью между узлами 1 и 2 называют проводимость ветви, соединяющей узлы 1 и 2: $g_{12} = g_2$.

$(E_1 \cdot g_1 + J)$ – сумма токов источников, находящихся в ветвях, сходящихся в узле 1.

Если ток источника направлен к узлу, величина его записывается в правую часть уравнения со знаком "плюс", если от узла – со знаком "минус".

По аналогии запишем для узла 2:

$$\varphi_2 (g_2 + g_3 + g_5) - \varphi_1 g_2 - \varphi_3 g_3 = -E_2 g_5, \quad (**)$$

для узла 3:

$$\varphi_3 (g_3 + g_4) - \varphi_2 g_3 = -J. \quad (***)$$

Решив совместно уравнения (*), (**), (***), определим неизвестные потенциалы $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$, а затем по закону Ома для активной или пассивной ветви найдем токи.

Если число узлов схемы – n , количество уравнений по методу узловых потенциалов – $(n - 1)$.

В общем виде уравнения(*), (**), (***)записываются следующим образом:

$$\left. \begin{aligned} \varphi_1 g_{11} - \varphi_2 g_{12} - \varphi_3 g_{13} &= E_1 g_1 + J, \\ -\varphi_1 g_{21} + \varphi_2 g_{22} - \varphi_3 g_{23} &= -E_2 g_5, \\ -\varphi_1 g_{31} - \varphi_2 g_{32} + \varphi_3 g_{33} &= -J. \end{aligned} \right\}$$

Или в матричном виде:

$$\begin{bmatrix} g_{11} & -g_{12} & -g_{13} \\ -g_{21} & g_{22} & -g_{23} \\ -g_{31} & -g_{32} & g_{33} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \varphi_1 \\ \varphi_2 \\ \varphi_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_1 \\ J_2 \\ J_3 \end{bmatrix}$$

Отсюда можно записать решение в матричном виде:

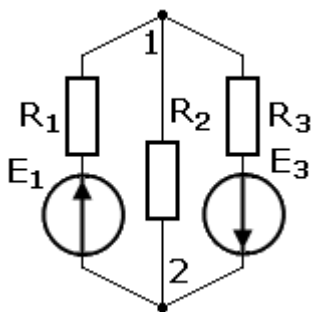
$$\begin{bmatrix} \varphi_1 \\ \varphi_2 \\ \varphi_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} g_{11} & -g_{12} & -g_{13} \\ -g_{21} & g_{22} & -g_{23} \\ -g_{31} & -g_{32} & g_{33} \end{bmatrix}^{-1} \times \begin{bmatrix} J_1 \\ J_2 \\ J_3 \end{bmatrix}$$

Замечание

Если в какой-либо ветви содержится идеальный источник ЭДС, необходимо один из двух узлов, между которыми включена эта ветвь, выбрать в качестве базисного, тогда потенциал другого узла окажется известным и равным величине ЭДС. Количество составляемых узловых уравнений становится на одно меньше.

4.4 Метод двух узлов

Схема на рис. 4.4 имеет два узла. Потенциал точки 2 примем равным



нулю: $\varphi_2 = 0$. Составим узловое уравнение для узла 1:

$$\begin{aligned} \varphi_1 \cdot (g_1 + g_2 + g_3) - \varphi_2 \cdot (g_1 + g_2 + g_3) &= \\ = E_1 g_1 - E_3 g_3, \end{aligned}$$

$$U_{12} = \varphi_1 - \varphi_2 = \varphi_1 = \frac{E_1 g_1 - E_3 g_3}{g_1 + g_2 + g_3},$$

где $g_1 = 1/R_1$, $g_2 = 1/R_2$, $g_3 = 1/R_3$ – проводимости ветвей.

Рисунок 4.4 – Схема с двумя узлами

В общем виде:

$$U_{12} = \varphi_1 - \varphi_2 = \varphi_1 = \frac{\sum E \cdot g_{E\Sigma}}{\sum g_{\Sigma}}.$$

В знаменателе формулы – сумма проводимостей параллельно включенных ветвей. В числителе – алгебраическая сумма произведений ЭДС источников на проводимости ветвей, в которые эти ЭДС включены. ЭДС в формуле записывается со знаком "плюс", если она направлена к узлу 1, и со знаком "минус", если направлена от узла 1. После вычисления величины потенциала φ_1 находим токи в ветвях, используя закон Ома для активной и пассивной ветви.

5 МОЩНОСТЬ ЦЕПИ ПЕРЕМЕННОГО ТОКА

5.1 Мощность цепи переменного синусоидального тока

Средняя потребляемая (активная) мощность для электрической цепи переменного синусоидального тока определяется выражением

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T u(t)i(t)dt.$$

Определим по этой формуле мощность, рассеиваемую на резисторе:

$$\begin{aligned} P_R &= \frac{1}{T} \int_0^T U_m I_m \sin^2(\omega t) dt = \frac{U_m I_m}{T} \int_0^T \sin^2(\omega t) dt = \frac{U_m I_m}{T} \int_0^T \frac{1 - \cos(2\omega t)}{2} dt = \\ &= \frac{U_m \cdot I_m}{T \cdot 2} \int_0^T 1 dt - \frac{U_m \cdot I_m}{T} \int_0^T \frac{\cos(2\omega t)}{2} dt = \frac{U_m \cdot I_m}{2}. \end{aligned}$$

Обозначим:

$$U = \frac{U_m}{\sqrt{2}}, \quad I = \frac{I_m}{\sqrt{2}},$$

где U и I - действующие значения напряжения и тока. Получим

$$P_R = UI.$$

Можно показать, что с использованием комплексных величин (комплексов тока и напряжения) средняя потребляемая мощность находится в соответствии с выражением

$$P_R = \operatorname{Re}\{\dot{U} \cdot (\dot{I})^*\}$$

т.е. средняя потребляемая мощность определяется как действительная часть от произведения комплексных величин: комплекс напряжения на сопряженный комплекс тока.

Средняя (активная) мощность конденсатора и катушки индуктивности:

$$P_C = \operatorname{Re}\left\{\dot{U} \cdot (\dot{I})^*\right\} = \operatorname{Re}\left\{\left(\dot{I} \frac{1}{j\omega C}\right) \cdot (\dot{I})^*\right\} = 0. \quad P_L = \operatorname{Re}\left\{\dot{U} \cdot (\dot{I})^*\right\} = \operatorname{Re}\left\{j\omega L \cdot \dot{I} \cdot (\dot{I})^*\right\} = 0.$$

В конденсаторе и в катушке индуктивности, активная мощность равна нулю, то есть этими элементами активная мощность не выделяется.

При расчете мощности в цепи переменного тока используют понятие ***комплексной мощности***, которая определяется следующим выражением:

$$\dot{S} = \frac{1}{2} \cdot \dot{U}_m \cdot (\dot{I}_m)^*.$$

Вещественная составляющая комплексной мощности $\dot{S}$ равна средней (активной) мощности цепи:

$$P = \operatorname{Re} \left\{ \frac{1}{2} \cdot \dot{U}_m \cdot (\dot{I}_m)^* \right\} = \operatorname{Re} \left\{ \dot{U} \cdot (\dot{I})^* \right\}$$

Мнимая составляющая называется **реактивной мощностью цепи**:

$$Q = \operatorname{Im} \left\{ \frac{1}{2} \cdot \dot{U}_m \cdot (\dot{I}_m)^* \right\} = \operatorname{Im} \left\{ \dot{U} \cdot (\dot{I})^* \right\}.$$

Реактивная мощность характеризует наличие в цепи реактивных элементов – катушек индуктивности и конденсаторов. Если цепь содержит только резисторы, то между токами и напряжениями на любых участках этой цепи фазовые сдвиги равны нулю и $Q = 0$. Если цепь содержит только конденсаторы или только катушки индуктивности, то значения Q максимальны. Реактивная мощность измеряется в «варах» (Var).

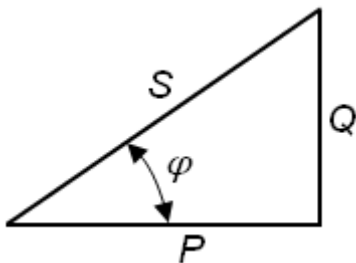


Рисунок 5.1 – Треугольник мощностей

Максимально допустимая реактивная мощность указывается в технических данных на конденсаторы и на некоторые катушки индуктивности.

Комплексную мощность можно представить на комплексной плоскости в виде треугольника мощностей (рисунок 5.1).

Полная мощность измеряется в вольт-амперах (ВА). Полная мощность это значение модуля комплексной мощности. Полную мощность указывают в технических данных на электрогенераторы переменного тока.

В электрической цепи с энергетической точки зрения есть две разновидности элементов: генераторы, которые генерируют электрическую энергию (источники тока и источники напряжения), и потребители, которые потребляют энергию. Катушка индуктивности и конденсатор могут часть периода

отдавать энергию во внешнюю цепь, но генераторами не являются, так как отдают энергию, накопленную за предыдущую часть периода.

В цепях с источниками ЭДС и потребителями электрической энергии (пассивными элементами) действует закон сохранения энергии. Уравнение баланса полных комплексных мощностей записывается следующим образом:

$$\sum_{(k)} \dot{S}_{pk} = \sum_{(p)} \dot{S}_{Ep},$$

где $\dot{S}_{Ep}$ – полная комплексная мощность p – го источника, а $\dot{S}_{pk}$ – полная комплексная мощность, потребляемая k – м элементом.

Уравнение баланса мощностей можно разбить на два уравнения – для активных и реактивных мощностей:

$$\sum_{(k)} P_{pk} = \sum_{(p)} P_{Ep}, \quad \sum_{(k)} Q_{pk} = \sum_{(p)} Q_{Ep}.$$

Рассмотрим электрическую цепь (рисунок 5.2).

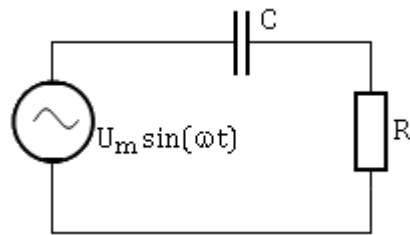


Рисунок 5.2

Комплексное сопротивление цепи и комплексный ток цепи равны:

$$Z = R - j \frac{1}{\omega C}, \quad \dot{I} = \frac{\dot{U}}{Z} = \frac{\dot{U}}{R - j \frac{1}{\omega C}} = \frac{\dot{U} \cdot \left(R + j \frac{1}{\omega C} \right)}{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C} \right)^2}.$$

Комплексная и активная мощности цепи:

$$\dot{U} \cdot (\dot{I})^* = \frac{U^2 \left(R - j \frac{1}{\omega C} \right)}{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C} \right)^2}, \quad P = \operatorname{Re} \left\{ \dot{U} \cdot (\dot{I})^* \right\} = \frac{U^2 R}{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C} \right)^2}.$$

Определим полную мощность:

$$\left| \dot{U} \cdot (\dot{I})^* \right| = \left| \frac{U^2 \left(R - j \frac{1}{\omega C} \right)}{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C} \right)^2} \right| = \frac{U^2}{\sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C} \right)^2}}.$$

Найдем отношение:

$$\frac{P}{\left| \dot{U} \cdot (\dot{I})^* \right|} = \frac{\frac{U^2 R}{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C} \right)^2}}{U^2} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C} \right)^2}} = \cos \varphi.$$

Данное отношение $\cos \varphi$ называется коэффициентом мощности. Для уменьшения реактивных токов стремятся коэффициент мощности сделать как можно больше.

6 ПЕРЕХОДНЫЕ ПРОЦЕССЫ В ЛИНЕЙНЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЯХ

6.1 Общая характеристика переходных процессов

При коммутациях в электрической цепи возникают переходные процессы, т.е. процессы изменения токов и напряжений от одного установившегося значения к другому. Этим процессам соответствуют изменения электрической и магнитной энергии, сосредоточенной в конденсаторах и катушках индуктивностей электрической цепи.

Первый закон коммутации. В любой ветви с индуктивностью ток не может изменяться скачком и в момент коммутации сохраняет то значение, которое он имел непосредственно перед моментом коммутации

$$i_L(0_+) = i_L(0_-),$$

где $i_L(0_+)$ – ток в ветви с индуктивностью сразу после коммутации. Время переходного процесса отсчитывается от момента коммутации;

$i_L(0_-)$ – ток в индуктивности непосредственно перед коммутацией.

Второй закон коммутации. Напряжение на емкости сразу после коммутации сохраняет то значение, которое оно имело непосредственно перед моментом коммутации.

$$u_C(0_+) = u_C(0_-),$$

где $u_C(0_+)$ – напряжение на емкости сразу после коммутации;

$u_C(0_-)$ – напряжение на емкости непосредственно перед коммутацией.

Допущения, применяемые при анализе переходных процессов.

1. Считают, что замыкание и размыкание ключа (рубильника) происходит мгновенно, без образования электрической дуги.
2. Принимают, что к моменту коммутации предыдущие переходные процессы в цепи закончились.

6.2 Классический метод расчета переходных процессов

Классический метод расчета переходных процессов основан на решении дифференциальных уравнений, описывающих поведение электрической цепи в

переходном режиме. Переходный ток в ветви схемы представляют в виде суммы установившегося (принужденного) и свободного токов.

$$i(t) = i_y(t) + i_{cs}(t),$$

где $i_y(t)$ – установившийся ток, определяется в установившемся режиме после коммутации.

$i_{cs}(t)$ – свободный ток, определяется в схеме после коммутации, из которой исключен внешний источник ЭДС.

Установившейся (принужденный) ток создается внешним источником питания. Если в цепь включен источник постоянной ЭДС, принужденный ток будет постоянным. Если в цепи действует источник синусоидальной ЭДС, принужденный ток изменяется по периодическому, синусоидальному закону.

Свободный ток создается за счет ЭДС самоиндукции индуктивности или напряжением заряженной емкости.

Свободный ток определяют по формуле:

$$i_{cs}(t) = A_1 \cdot e^{p_1 t} + A_2 \cdot e^{p_2 t} + \dots$$

Количество слагаемых в формуле равно числу реактивных элементов (индуктивностей и емкостей) в схеме, p_1, p_2 – корни характеристического уравнения, A_1, A_2 – постоянные интегрирования, определяются с помощью **начальных условий**. Начальные условия – это переходные токи и напряжения в момент времени $t = 0_+$. Начальные условия могут быть **независимыми** или **зависимыми**. Независимые начальные условия это напряжение на емкости $u_c(0)$ и ток в ветви с индуктивностью $i_L(0)$ в момент коммутации. Остальные начальные условия: напряжение и ток в ветви с сопротивлением $u_R(0_+)$ и $i_R(0_+)$, напряжение на индуктивности $u_L(0_+)$, ток в ветви с емкостью $i_c(0_+)$ – это зависимые начальные условия. Они не подчиняются законам коммутации и могут изменяться скачком.

При анализе цепей N - го порядка (K - индуктивных элементов и $(N - K)$ - емкостных элементов) с источниками постоянной ЭДС классический метод расчета переходных процессов в цепях производится по следующему алгоритму:

- 1) Определить значения токов через индуктивные элементы $i_{Lk}(0_-)$ и

напряжений на ёмкостных элементах $u_{Cn}(0_-)$ в электрической цепи до коммутации ($t < 0$), где $k = 1, 2 \dots K; n = 1, 2 \dots (N - K)$. Статический режим до коммутации рассчитывают при соответствующем состоянии ключа (до коммутации), заменяя индуктивные элементы в цепи перемычками, а ёмкостные разрывами между точками их подключения.

2) Определить значения напряжений на индуктивных элементах $u_{Lk}(0_+)$ и токов через ёмкостные элементы цепи $i_{Cn}(0_+)$ непосредственно после коммутации ($t = 0_+$).

Для этого индуктивные элементы цепи нужно заменить источниками тока со значениями $J_{Lk} = i_{Lk}(0_-)$, а ёмкостные элементы - источниками ЭДС со значениями $E_{Cn} = u_{Cn}(0_-)$.

3) Определить значения токов через индуктивные элементы $i_{Lk}(\infty)$ и напряжений на ёмкостных элементах $u_{Cn}(\infty)$ в электрической цепи в установившемся режиме после коммутации ($t = \infty$), выполнив замену элементов аналогичную п. 1.

4) Составить характеристическое уравнение и определить его корни.

Для этого нужно разорвать любую ветвь электрической цепи в послекоммутационном состоянии и определить комплексное сопротивление относительно точек разрыва. При этом нужно заменить источники ЭДС и тока их эквивалентными сопротивлениями, т.е. заменить источники ЭДС перемычкой, а источники тока разрывом между точками подключения. После чего, заменить в выражении комплексного сопротивления произведения $j\omega$ на p и, приравняв полученное выражение нулю, решить уравнение относительно p .

5) Представить мгновенные значения токов через индуктивные элементы и напряжений на ёмкостных элементах в виде:

а) Если все корни характеристического уравнения вещественные и разные

$$\begin{aligned} i_{Lk}(t) &= i_{Lk}(\infty) + A_1 \cdot e^{p_1 t} + A_2 \cdot e^{p_2 t} + \dots + A_N \cdot e^{p_N t}, \\ u_{Cn}(t) &= u_{Cn}(\infty) + B_1 \cdot e^{p_1 t} + B_2 \cdot e^{p_2 t} + \dots + B_N \cdot e^{p_N t}. \end{aligned}$$

б) Если среди корней есть пара одинаковых $p_1 = p_2 = \delta$

$$i_{Lk}(t) = i_{Lk}(\infty) + (A_1 t + A_2) e^{p_1 t} + A_3 \cdot e^{p_3 t} + \dots + A_N \cdot e^{p_N t},$$

$$u_{Cn}(t) = u_{Cn}(\infty) + (B_1 t + B_2)e^{p_1 t} + B_3 \cdot e^{p_3 t} + \dots + B_N \cdot e^{p_N t}.$$

в) Если среди корней есть пара комплексно-сопряженных $p_{1,2} = \delta \pm j\omega$

$$i_{Lk}(t) = i_{Lk}(\infty) + [A_1 \sin(\omega t) + A_2 \cos(\omega t)]e^{\delta t} + A_3 \cdot e^{p_3 t} + \dots + A_N \cdot e^{p_N t},$$

$$u_{Cn}(t) = u_{Cn}(\infty) + [B_1 \sin(\omega t) + B_2 \cos(\omega t)]e^{\delta t} + B_3 \cdot e^{p_3 t} + \dots + B_N \cdot e^{p_N t}.$$

6) Составить систему из N уравнений Кирхгофа для состояния цепи в момент времени ($t = 0_-$) и определить постоянные интегрирования $A_1 \dots A_N$, $B_1 \dots B_N$ с учётом значений, полученных в п.2:

$$u_{Lk}(0_+) = L_k(di_{Lk}/dt)|_{t=0_+},$$

$$i_{Cn}(0_+) = C_n(du_{Cn}/dt)|_{t=0_+}.$$

7) С помощью законов Ома и Кирхгофа определить, если требуется, остальные токи и напряжения в цепи.

7 ОПЕРАТОРНЫЙ МЕТОД РАСЧЕТА ПЕРЕХОДНЫХ ПРОЦЕССОВ

7.1 Основные понятия

Идея операторного метода заключается в том, что расчет переходного процесса переносится из области функций действительной переменной (времени t) в область функций комплексного переменного s ($s = \sigma + j\omega$).

Сначала дифференциальные уравнения преобразуются в алгебраические уравнения (прямое преобразование). Затем полученные алгебраические уравнения решаются относительно преобразованных неизвестных величин. Полученные решения преобразуются в область действительного переменного (обратное преобразование).

Для прямого преобразования функций времени применяется преобразование Лапласа

$$F(s) = \int_0^{\infty} e^{-st} f(t) dt,$$

что сокращенно записывается так:

$$F(s) = L\{f(t)\},$$

где $f(t)$ – функция времени, называемая оригиналом, она определена при $t > 0$, интегрируема в интервале времени $t \in [0, \infty)$ и равна нулю при $t < 0$; $F(s)$ – функция комплексного переменного s , называемая лапласовым изображением.

Принимается, что начало переходного процесса в цепи соответствует моменту времени $t = 0$.

Таблица 1 – Изображения функций по Лапласу

Оригинал	Изображение
1	$1/s$
t	$1/s^2$
e^{pt}	$\frac{1}{s - p}$

$e^{pt} \cdot \sin(\omega t)$	$\frac{\omega}{(s-p)^2 + \omega^2}$
$e^{pt} \cdot \cos(\omega t)$	$\frac{s-p}{(s-p)^2 + \omega^2}$

7.2 Свойства (теоремы) преобразования Лапласа

Теорема о линейности преобразования Лапласа:

$$L\{a_1 f_1(t) + a_2 f_2(t)\} = a_1 L\{f_1(t)\} + a_2 L\{f_2(t)\}.$$

Теорема об интегрировании:

$$L\left\{\int_0^t f(t)dt\right\} = \frac{1}{s} F(s).$$

Теорема о дифференцировании:

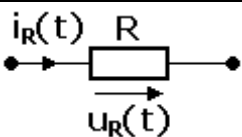
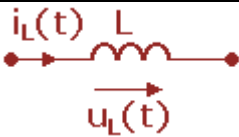
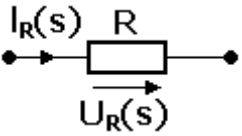
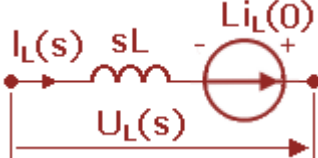
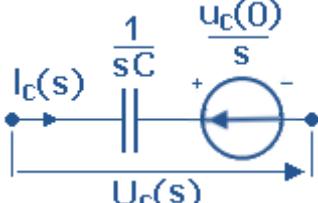
$$L\left\{\frac{df(t)}{dt}\right\} = sF(s) - f(0_+).$$

Теорема запаздывания:

$$L\{f(t-T)\} = e^{-sT} L\{f(t)\} = e^{-sT} F(s).$$

Преобразование Лапласа позволяет получить для резистивного, индуктивного и емкостного элементов соотношения между напряжением и током в операторной форме (таблица 2).

Таблица 2 - Операторные схемы замещения

		
$u_R(t) = R \cdot i_R(t)$	$u_L(t) = L \frac{di_L}{dt}$	$u_C(t) = \frac{1}{C} \int_0^t i_C(t)dt + u_C(0)$
		

$U_R(s) = R \cdot I_R(s)$	$U_L(s) = sL \cdot I_L(s) - L \cdot i_L(0)$	$U_C(s) = \frac{1}{sC} I_C(s) + \frac{u_C(0)}{s}$
---------------------------	---	---

Операторный метод *расчета с помощью эквивалентных схем* широко используется при расчете переходных процессов в простых цепях.

7.3 Операторный метод состоит из следующих операций:

- рассчитывают установившийся режим в схеме до коммутации для вычисления $i_L(0), u_C(0)$;
- составляют эквивалентную операторную схему для цепи после коммутации;
- определяют изображение искомых величин с использованием способов расчета установившихся режимов цепи;
- от изображений искомых величин переходят к оригиналам (функциям времени).

8 ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ЦЕПИ С ИСТОЧНИКАМИ ЭДС И ТОКА РАЗЛИЧНОЙ ЧАСТОТЫ

8.1 Метод наложения

Для линейных электрических цепей справедлив *принцип суперпозиции*:

Реакция электрической цепи на суммарное воздействие равно сумме отдельных реакций на элементарные воздействия, входящих в состав этого суммарного воздействия.

Под реакцией электрической цепи понимаются токи и напряжения в ней, вызываемые действием ЭДС источников электрической энергии.

Метод наложения непосредственно следует из принципа суперпозиции и заключается в том, что ток в любой ветви линейной электрической цепи можно определить в виде суммы токов, создаваемых каждым источником в отдельности.

Рассмотрим электрическую схему на рисунке 8.1. Сначала предполагают, что действует только ЭДС E_1 . ЭДС E_3 приравнивается к нулю.

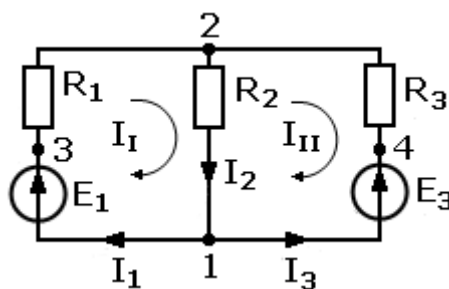


Рисунок 8.1

Определяются токи $I_1^{(1)}, I_2^{(1)}, I_3^{(1)}$ от действия ЭДС E_1 . Повторяют расчет, считая действующей ЭДС E_3 ($E_1 = 0$) и определяют токи $I_1^{(3)}, I_2^{(3)}, I_3^{(3)}$. Алгебраическое суммирование дает значение действительных токов в ветвях:

$$I_1 = I_1^{(1)} + I_1^{(3)}; \quad I_2 = I_2^{(1)} + I_2^{(3)}; \quad I_3 = I_3^{(1)} + I_3^{(3)}.$$

8.2 Несинусоидальные периодические токи

Для анализа цепей при несинусоидальных периодических токах применяется разложение функции в тригонометрический ряд Фурье. Пусть ток

или напряжение описывается периодической функцией $x(t)$, которая удовлетворяет условиям Дирихле, т.е. является кусочно-непрерывной, кусочно-монотонной в пределах периода T , а в точках разрыва принимает конечные значения.

Такую функцию можно представить в виде ряда Фурье:

$$x(t) = d_0 + \sum_{k=1}^{\infty} (a_k \cos(k\omega_1 t) + b_k \sin(k\omega_1 t)),$$

где

k – номер гармонической составляющей

$\omega_1 = \frac{2\pi}{T}$ – круговая частота периодического сигнала,

$d_0 = \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} x(t) dt$ – постоянная составляющая (среднее значение) сигнала,

$a_k = \frac{2}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} x(t) \cos(k\omega_1 t) dt$ – амплитуды косинусоидальных составляющих сигнала,

$b_k = \frac{2}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} x(t) \sin(k\omega_1 t) dt$ – амплитуды синусоидальных составляющих сигнала.

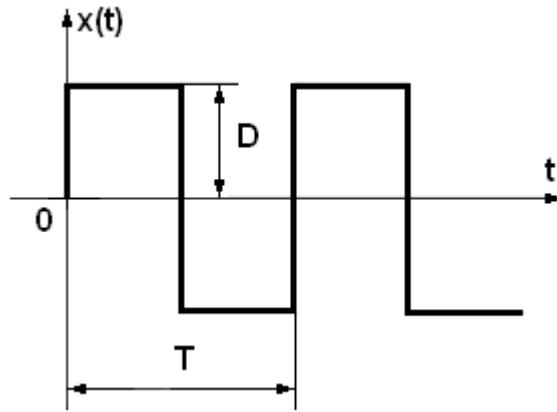
Ряд Фурье можно так же представить в виде

$$x(t) = d_0 + \sum_{k=1}^{\infty} d_k \sin(k\omega_1 t + \theta_k),$$

где

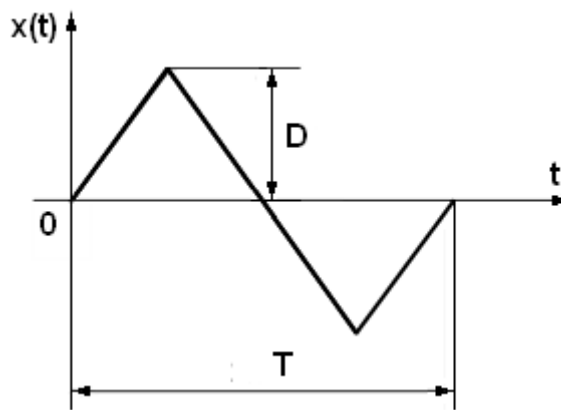
$$d_k = \sqrt{a_k^2 + b_k^2}, \quad \theta_k = \arctg\left(\frac{a_k}{b_k}\right)$$

Разложения в ряд прямоугольной и треугольной функций:



$$x(t) = \frac{4D}{\pi} \left[\sin(\omega_1 t) + \frac{1}{3} \sin(3\omega_1 t) + \dots + \frac{1}{k} \sin(k\omega_1 t) + \dots \right],$$

где $k = 2 \cdot n + 1, n \in (0, 1, 2, 3, \dots)$.



$$x(t) = \frac{8D}{\pi^2} \left[\sin(\omega_1 t) - \frac{1}{9} \sin(3\omega_1 t) + \frac{1}{25} \sin(5\omega_1 t) - \dots + (-1)^{\frac{k-1}{2}} \frac{1}{k^2} \sin(k\omega_1 t) + \dots \right],$$

где $k = 2 \cdot n + 1, n \in (0, 1, 2, 3, \dots)$.

8.3 Максимальные, средние и действующие значения несинусоидальных токов

Под максимальным значением $A_{\max}$ понимают наибольшее значение функции за период.

Среднее значение определяется как среднее по модулю:

$$A_{cp} = \frac{1}{T} \int_0^T |f(t)| dt$$

В случае если за весь период функция ни разу не меняет знака, среднее по модулю значение равно постоянной составляющей.

Обычно в расчетах пользуются действующим значением ЭДС, токов, и напряжений, которые определяются по формуле:

$$A = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T [f(t)]^2 dt}$$

Разложив заданную функцию в ряд и подставив в выражение для действующего значения, получим:

$$A = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T \left[\sum_{k=0}^{\infty} A_{mk} \sin(k\omega_1 t + \theta_k) \right]^2 dt} = \sqrt{A_0^2 + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{A_{mk}^2}{2}} = \sqrt{\sum_{k=0}^{\infty} A_k^2}$$

Возведение ряда в квадрат здесь возможно, так как ряд абсолютно сходится при любом значении ω_1 .

Окончательно

$$A = \sqrt{\sum_{k=0}^{\infty} A_k^2}.$$

Для токов, ЭДС и напряжений:

$$I = \sqrt{I_0^2 + I_1^2 + I_2^2 + \dots},$$

$$E = \sqrt{E_0^2 + E_1^2 + E_2^2 + \dots},$$

$$U = \sqrt{U_0^2 + U_1^2 + U_2^2 + \dots}.$$

В электроэнергетике, где кривые обычно симметричны относительно оси абсцисс, для оценки несинусоидальности пользуются:

коэффициентом формы:

$$k_{\phi} = \frac{A}{A_{cp}} \text{ (для синусоиды } k_{\phi\sim} = \frac{\pi}{2\sqrt{2}} \cong 1.11)$$

коэффициентом амплитуды:

$$k_a = \frac{A_{max}}{A} \text{ (для синусоиды } k_{a\sim} = \sqrt{2} \cong 1.41)$$

коэффициентом искажения:

$$k_H = \frac{A_1}{A} \text{ (для синусоиды } k_{H\sim} = 1)$$

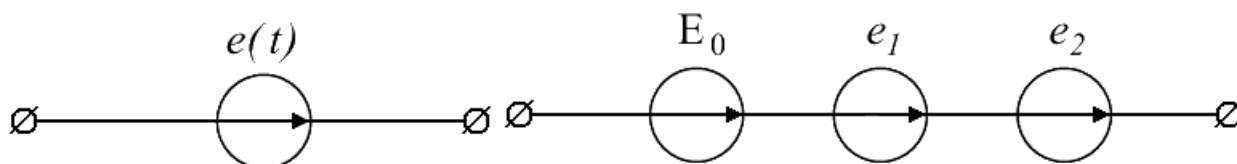
По стандарту напряжение промышленной сети считается практически синусоидальным, если действующее значение всех высших гармоник не превышает 5% действующего значения напряжения основной частоты. Коэффициент искажения такой кривой с точностью до долей процента равен единице.

В электронике и радиотехнике для оценки искажений пользуются коэффициентом гармоник:

$$k_{\Gamma} = \left(\sqrt{\sum_{k=2}^{\infty} A_k^2} \right) / A_1.$$

8.4 Расчет цепей при несинусоидальных ЭДС и токах

1. Заданная несинусоидальная ЭДС раскладывается на гармонические составляющие.



Например:

$$e(t) = E_0 + E_{1m} \sin(\omega_1 t + \theta_1) + E_{2m} \sin(\omega_2 t + \theta_2).$$

2. В соответствии с принципом наложения производится расчет токов и напряжений на участках при действии каждой ЭДС в отдельности. При расчете следует учитывать, что реактивные сопротивления зависят от частоты:

$$X_{Lk} = k\omega L = kX_{L(1)}, X_{Ck} = \frac{1}{k\omega C} = \frac{X_{C(1)}}{k}.$$

Если источник несинусоидальной ЭДС подключается непосредственно к катушке индуктивности, то ток в ней равен:

$$i_k = \frac{E_{km}}{X_k} \sin\left(k\omega t + \psi_k + \frac{\pi}{2}\right),$$

где

$$X_k = k\omega L.$$

Отсюда следует, что в индуктивности несинусоидальность тока меньше, чем у напряжения. Расчет цепи для каждой из гармоник в отдельности может производиться символическим методом и любыми другими, на нем основанными.

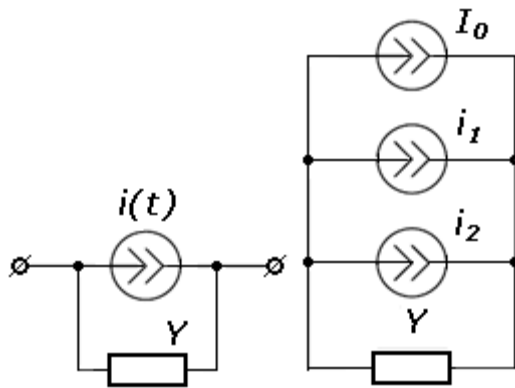
3. Результаты расчета рассматриваются совместно. При этом мгновенное значение любой величины определяется как сумма мгновенных значений составляющих гармоник. Например, для тока:

$$i = I_0 + I_{1m} \sin(\omega_1 t + \psi_1 - \varphi_1) + I_{2m} \sin(\omega_2 t + \psi_2 - \varphi_2),$$

а его действующее значение

$$I = \sqrt{I_0^2 + (I_{1m}/\sqrt{2})^2 + (I_{2m}/\sqrt{2})^2}.$$

При задании источников тока принцип решения остается тем же.



Источник несинусоидального тока представляется в виде параллельного соединения ряда источников гармонического тока:

$$i = I_0 + I_{1m} \sin(\omega_1 t + \alpha_1) + I_{2m} \sin(\omega_2 t + \alpha_2).$$

8.5 Мощность цепи периодического несинусоидального тока

Активная мощность цепи несинусоидального тока определяется так же, как для цепи синусоидального тока, т.е. как среднее значение мгновенной мощности за период:

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T p dt = \frac{1}{T} \int_0^T u i dt$$

Подставляя в эту формулу выражения для напряжения и тока, получим:

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T \left[U_0 + \sum_{k=1}^{\infty} U_{mk} \sin(k\omega t + \phi_{uk}) \right] \times \left[I_0 + \sum_{k=1}^{\infty} I_{mk} \sin(k\omega t + \phi_{ik}) \right] dt =$$

$$= U_0 I_0 + \sum_{k=1}^{\infty} U_k I_k \cos \varphi_k = \sum_{k=0}^{\infty} P_k.$$

Таким образом, активная мощность при несинусоидальном токе равна сумме активных мощностей отдельных гармоник, включая постоянную составляющую, как гармонику с нулевой частотой ($\omega_0 = 0$; $\varphi_0 = 0$).

По аналогии с синусоидальным током можно ввести понятие реактивной мощности, как суммы реактивных мощностей гармонических составляющих, т.е.

$$Q = \sum_{k=1}^{\infty} U_k I_k \sin \varphi_k = \sum_{k=1}^{\infty} Q_k.$$

Также по аналогии вводится понятие полной мощности, как произведение действующих значений напряжения и тока

$$S = UI.$$

Необходимо отметить, что при несинусоидальных токах

$$S \geq \sqrt{P^2 + Q^2},$$

причем равенство достигается, только в случае синусоидального тока.

Отношение активной мощности к полной называется коэффициентом мощности и его можно приравнять косинусу некоторого угла φ , т.е.

$$P/S = \cos \varphi.$$

9 ТРЁХФАЗНЫЕ ЦЕПИ

9.1 Основные определения

Трёхфазная цепь является совокупностью трех электрических цепей, в которых действуют синусоидальные ЭДС одинаковой частоты, сдвинутые относительно друг друга по фазе на 120° . Трёхфазная цепь состоит из трехфазного генератора, соединительных проводов и приемников, которые бывают однофазными или трехфазными.

Трёхфазный генератор представляет собой синхронную машину. На статоре генератора размещены обмотки, состоящие из трех частей или фаз, пространственно смещенных относительно друг друга на 120° . В фазах генератора индуцируется симметричная трехфазная система ЭДС, в которой электродвижущие силы одинаковы по амплитуде и различаются по фазе на 120° . Мгновенные значения и комплексы действующих значений ЭДС:

$$e_A = E_m \cdot \sin(\omega t), e_B = E_m \cdot \sin(\omega t - 120^\circ), e_C = E_m \cdot \sin(\omega t + 120^\circ),$$
$$\dot{E}_A = E, \dot{E}_B = E \cdot e^{-j120^\circ}, \dot{E}_C = E \cdot e^{j120^\circ}.$$

Сумма электродвижущих сил симметричной трехфазной системы в любой момент времени равна нулю:

$$\begin{aligned}\dot{E}_A + \dot{E}_B + \dot{E}_C &= E \cdot (1 + e^{-j120^\circ} + e^{j120^\circ}) = \\ &= E \cdot (1 + \cos 120^\circ - j \cdot \sin 120^\circ + \cos 120^\circ + j \cdot \sin 120^\circ) = \\ &= E \cdot (1 - 1/2 - 1/2) = 0.\end{aligned}$$

Соответственно $e_A + e_B + e_C = 0$.

На схемах трехфазных цепей начала фаз обозначают первыми буквами латинского алфавита (А, В, С), а концы – последними буквами (Х, Y, Z). Направления ЭДС указывают от конца фазы обмотки генератора к ее началу. Если каждую фазу нагрузки соединить с фазой генератора двумя проводами: прямым и обратным, то получается несвязанная трехфазная система, в которой имеется шесть соединительных проводов. Для уменьшения числа соединительных проводов, используют трехфазные цепи, соединенные звездой или треугольником.

9.2 Соединение «звездой»

Трехфазная цепь, соединенная звездой, изображена на рисунке 9.1. Провода, идущие от источника к нагрузке, называют *линейными* проводами, провод, соединяющий общие точки источников N приемников N' называют *нейтральным* (нулевым) проводом. Сопротивление нейтрального провода обозначено Z_N .

Напряжения между началами фаз или между линейными проводами называют *линейными* напряжениями. Напряжения между началом и концом фазы или между линейным проводом и нейтральными проводами называются *фазными* напряжениями.

Токи в фазах приемника или источника называют *фазными* токами, токи в линейных проводах – *линейными* токами.

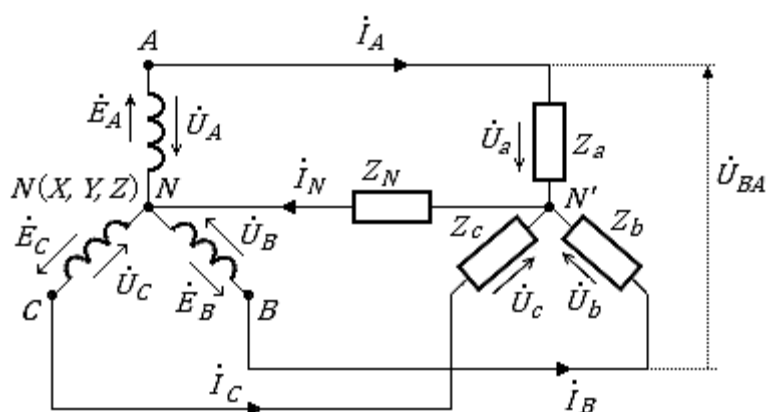


Рисунок 9.1

Линейные провода соединены последовательно с фазами источника и приемника, поэтому линейные токи при соединении звездой являются одновременно и фазными токами:

$$I_l = I_\phi.$$

Линейные напряжения равны геометрическим разностям соответствующих фазных напряжений

$$\dot{U}_{AB} = \dot{U}_A - \dot{U}_B, \quad \dot{U}_{BC} = \dot{U}_B - \dot{U}_C, \quad \dot{U}_{CA} = \dot{U}_C - \dot{U}_A. \quad (7.1)$$

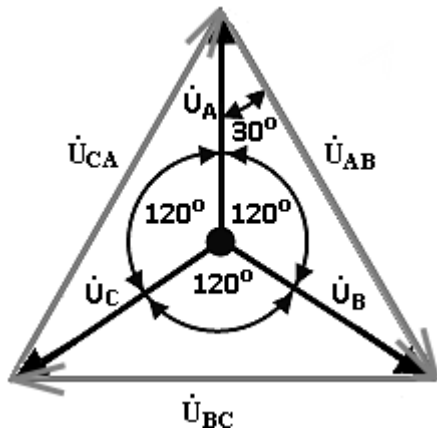


Рисунок 9.2

На рис. 9.2 изображена векторная диаграмма фазных и линейных напряжений симметричного источника. Из векторной диаграммы видно, что

$$\dot{U}_l = \dot{U}_{AB} = 2\dot{U}_\phi \cdot \cos 30^\circ = 2\dot{U}_\phi \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3} \cdot \dot{U}_\phi.$$

При симметричной системе ЭДС источника линейное напряжение больше фазного в $\sqrt{3}$ раз: $\dot{U}_l = \sqrt{3}\dot{U}_\phi$.

9.3 Соединение «треугольником»

Если конец каждой фазы обмотки генератора соединить с началом следующей фазы, образуется соединение в треугольник. К точкам соединений обмоток подключают три линейных провода, ведущие к нагрузке.

На рисунке 9.3 изображена трехфазная цепь, соединенная треугольником.

Из рисунка 9.3 следует, что в трехфазной цепи, соединенной треугольником, фазные и линейные напряжения одинаковы: $\dot{U}_l = \dot{U}_\phi$. I_A, I_B, I_C - линейные токи; I_{ab}, I_{bc}, I_{ca} - фазные токи.

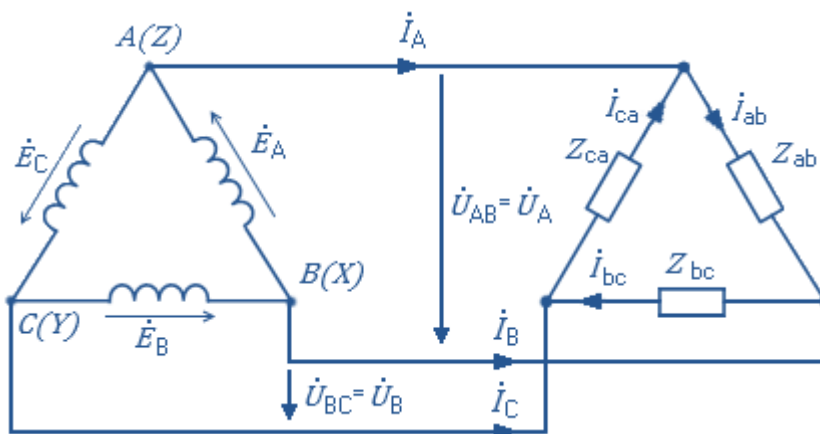


Рисунок 9.3

Линейные и фазные токи нагрузки связаны между собой первым законом Кирхгофа для узлов a, b, c :

$$I_A = I_{ab} - I_{ca}, \quad I_B = I_{bc} - I_{ab}, \quad I_C = I_{ca} - I_{bc}.$$

Линейный ток равен геометрической разности соответствующих фазных токов. На рисунке 9.4 изображена векторная диаграмма трехфазной цепи, соединенной треугольником. Пусть нагрузка является симметричной и состоящей из обычных активных сопротивлений - резисторов. Нагрузка называется симметричной, если сопротивления фаз одинаковы. Векторы фазных токов совпадают по направлению с векторами соответствующих фазных напряжений.

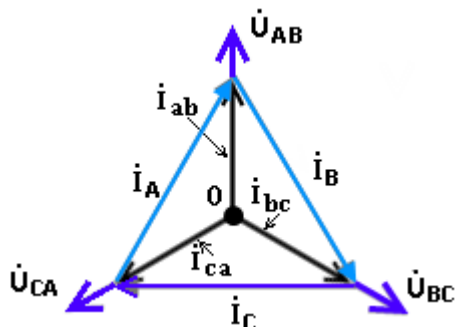


Рисунок 9.4

Из векторной диаграммы видно, что при симметричной нагрузке

$$I_L = 2I_\phi \cdot \cos 30^\circ = 2I_\phi \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3} \cdot I_\phi,$$

$$I_L = \sqrt{3} \cdot I_\phi.$$

Трехфазные цепи, соединенные звездой, получили большее распространение. Это объясняется тем, что, во-первых, в цепи, соединенной звездой, можно получить два напряжения: линейное и фазное. Во-вторых, если фазы обмотки электрической машины, соединенной треугольником, находятся в неодинаковых условиях, в обмотке появляются дополнительные токи, нагружающие ее. Такие токи отсутствуют в фазах электрической машины, соединенных по схеме "звезда".

9.4 Расчет трехфазной цепи, соединенной звездой

Трехфазную цепь, соединенную звездой, удобнее всего рассчитать методом двух узлов.

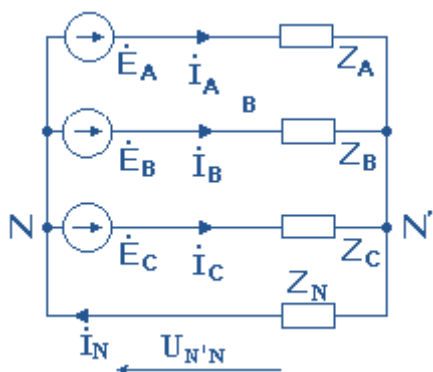


Рисунок 9.5

На рисунке 9.5 изображена трехфазная цепь при соединении звездой. В общем случае сопротивления фаз нагрузки неодинаковы ($Z_A \neq Z_B \neq Z_C$). Нейтральный провод имеет конечное сопротивление Z_N . В схеме между нейтральными точками источника и нагрузки возникает узловое напряжение или напряжение смещения нейтрали.

Это напряжение определяется по формуле

$$\dot{U}_{N'N} = \frac{\dot{E}_A \cdot \frac{1}{Z_A} + \dot{E}_B \cdot \frac{1}{Z_B} + \dot{E}_C \cdot \frac{1}{Z_C}}{\frac{1}{Z_A} + \frac{1}{Z_B} + \frac{1}{Z_C} + \frac{1}{Z_N}}.$$

Фазные токи определяются по формулам (в соответствии с законом Ома для активной ветви):

$$\begin{aligned} i_A &= \frac{\dot{E}_A - \dot{U}_{N'N}}{Z_A} = \frac{\dot{U}_A - \dot{U}_{N'N}}{Z_A} = \frac{\dot{U}_a}{Z_A}, \\ i_B &= \frac{\dot{E}_B - \dot{U}_{N'N}}{Z_B} = \frac{\dot{U}_B - \dot{U}_{N'N}}{Z_B} = \frac{\dot{U}_b}{Z_B}, \\ i_C &= \frac{\dot{E}_C - \dot{U}_{N'N}}{Z_C} = \frac{\dot{U}_C - \dot{U}_{N'N}}{Z_C} = \frac{\dot{U}_c}{Z_C}. \end{aligned}$$

Ток в нейтральном проводе

$$\dot{I}_N = \dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C = \dot{U}_{N'N}/Z_N$$

Частные случаи

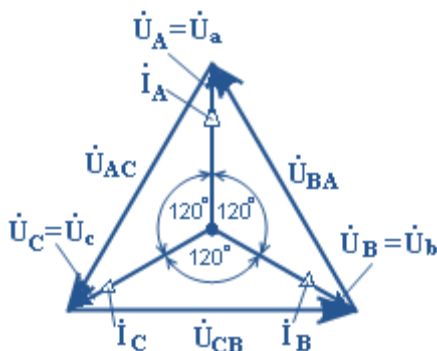
1. *Симметричная нагрузка.* Сопротивления фаз нагрузки одинаковы и равны некоторому сопротивлению $R = Z_A = Z_B = Z_C$. Узловое напряжение

$$\dot{U}_{N'N} = \frac{\dot{E}_A \cdot \frac{1}{Z_A} + \dot{E}_B \cdot \frac{1}{Z_B} + \dot{E}_C \cdot \frac{1}{Z_C}}{\frac{1}{Z_A} + \frac{1}{Z_B} + \frac{1}{Z_C} + \frac{1}{Z_N}} = \frac{\frac{1}{R} \cdot (\dot{E}_A + \dot{E}_B + \dot{E}_C)}{\frac{3}{R} + \frac{1}{Z_N}} = 0,$$

потому что трехфазная система ЭДС симметрична, $\dot{E}_A + \dot{E}_B + \dot{E}_C = 0$. Напряжения фаз нагрузки и генератора одинаковы:

$$\dot{U}_A = \dot{U}_a, \quad \dot{U}_B = \dot{U}_b, \quad \dot{U}_C = \dot{U}_c.$$

Фазные токи одинаковы по величине и совпадают по фазе со своими фазными напряжениями. Ток в нейтральном проводе отсутствует: $\dot{I}_N = \dot{U}_{N'N}/Z_N = 0$.



На рисунке 9.6 изображена векторная диаграмма трехфазной цепи для симметричной нагрузки. В трехфазной системе, соединенной звездой, при симметричной нагрузке нейтральный

Рисунок 9.6

провод не задействован.

2. *Нагрузка несимметричная*, $R_A < R_B = R_C$, но сопротивление нейтрального провода равно нулю: $Z_N = 0$, $1/Z_N = \infty$. Напряжение смещения нейтрали

$$\dot{U}_{N'N} = \frac{\dot{E}_A \cdot \frac{1}{R_A} + \dot{E}_B \cdot \frac{1}{R_B} + \dot{E}_C \cdot \frac{1}{R_C}}{\frac{1}{R_A} + \frac{1}{R_B} + \frac{1}{R_C} + \infty} = 0.$$

Фазные напряжения нагрузки и генератора одинаковы

$$\dot{U}_A = \dot{U}_a, \dot{U}_B = \dot{U}_b, \dot{U}_C = \dot{U}_c.$$

Фазные токи определяются по формулам

$$\dot{I}_A = \frac{\dot{U}_A}{R_A}, \dot{I}_B = \frac{\dot{U}_B}{R_B}, \dot{I}_C = \frac{\dot{U}_C}{R_C}.$$

Вектор тока в нейтральном проводе равен геометрической сумме векторов фазных токов.

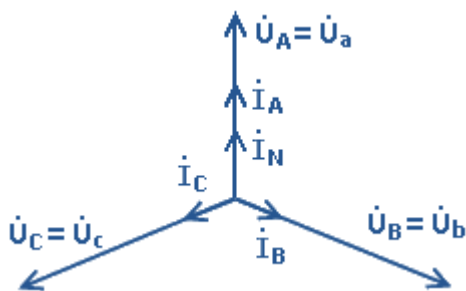


Рисунок 9.7

На рисунке 9.7 приведена векторная диаграмма трехфазной цепи, соединенной звездой, с нейтральным проводом, имеющим нулевое сопротивление, нагрузкой которой являются неодинаковые по величине активные сопротивления.

3. *Нагрузка несимметричная*, $R_A < R_B = R_C$, нейтральный провод отсутствует, $Z_N = \infty$, $1/Z_N = 0$. В схеме появляется напряжение смещения нейтрали, вычисляемое по формуле:

$$\dot{U}_{N'N} = \frac{\dot{E}_A \cdot \frac{1}{R_A} + \dot{E}_B \cdot \frac{1}{R_B} + \dot{E}_C \cdot \frac{1}{R_C}}{\frac{1}{R_A} + \frac{1}{R_B} + \frac{1}{R_C}} \neq 0.$$

Система фазных напряжений генератора остается симметричной. Это объясняется тем, что источник трехфазных ЭДС имеет практически бесконечно большую мощность, в сравнении с потребителем. Не симметрия нагрузки не влияет на систему напряжений генератора. Из-за напряжения смещения нейтрали фазные напряжения нагрузки становятся неодинаковыми. Фазные напряжения генератора и нагрузки отличаются друг от друга. При отсутствии нейтрального провода

геометрическая сумма фазных токов равна нулю. На рисунке 9.8 изображена схема и векторная диаграмма трехфазной цепи с несимметричной нагрузкой и оборванным нейтральным проводом.

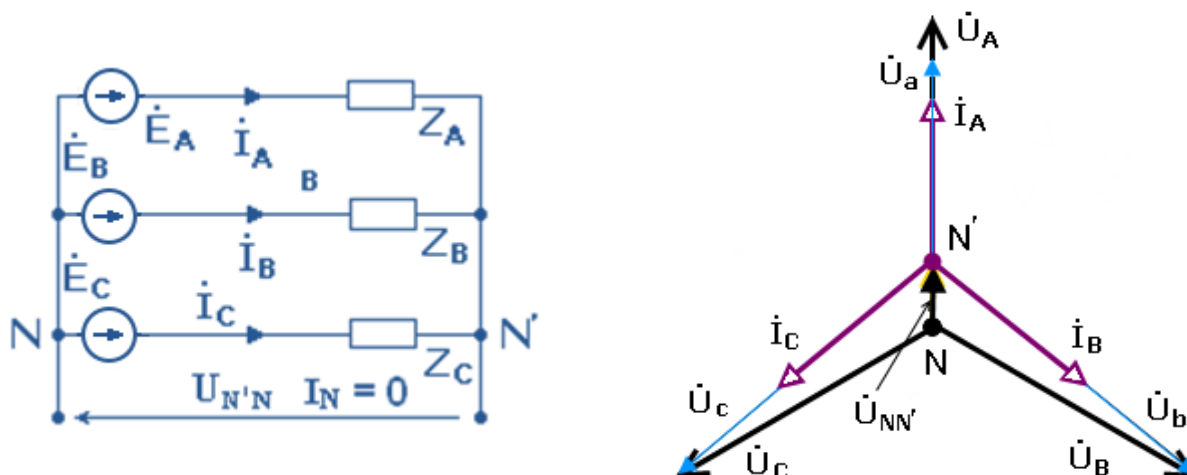


Рисунок 9.8

Векторы фазных токов совпадают по направлению с векторами соответствующих фазных напряжений нагрузки.

Нейтральный провод с нулевым сопротивлением в схеме с несимметричной нагрузкой выравнивает не симметрию фазных напряжений нагрузки, т.е. с включением нейтрального провода фазные напряжения нагрузки становятся одинаковыми. При обрыве нейтрального провода в одной из фаз напряжение уменьшится, в другой оно может увеличиться и существенно превысит номинальное, т. е. создается аварийная ситуация. Чтобы уменьшить вероятность обрыва нейтрального провода, в его линию не включают предохранители и коммутационные элементы.

9.5 Мощность в трехфазных цепях

Трехфазная цепь является обычной цепью синусоидального тока с несколькими источниками. Активная мощность трехфазной цепи равна сумме активных мощностей фаз

$$P = P_A + P_B + P_C = U_A \cdot I_A \cdot \cos \varphi_A + U_B \cdot I_B \cdot \cos \varphi_B + U_C \cdot I_C \cdot \cos \varphi_C.$$

Формула используется для расчета активной мощности в трехфазной цепи при несимметричной нагрузке. При симметричной нагрузке:

$$P = 3 \cdot P_\phi = 3 \cdot U_\phi \cdot I_\phi \cdot \cos \varphi_\phi.$$

При соединении в треугольник симметричной нагрузки:

$$U_{\phi} = U_{л}, \quad I_{\phi} = I_{л}/\sqrt{3}.$$

При соединении в звезду:

$$U_{\phi} = U_{л}/\sqrt{3}, \quad I_{\phi} = I_{л}.$$

В обоих случаях:

$$P = \sqrt{3} \cdot U_{л} \cdot I_{л} \cdot \cos \varphi.$$

10 ПОЛУЧЕНИЕ ПЕРЕМЕННОГО ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ТОКА

Более 95 % электроэнергии на электростанциях мира производится при помощи *синхронных генераторов переменного тока*. Такой генератор состоит из трех одинаковых изолированных друг от друга обмоток, расположенных на статоре и разнесенных в пространстве на 120° . В центре статора вращается электромагнит - ротор (рисунок 10.1).

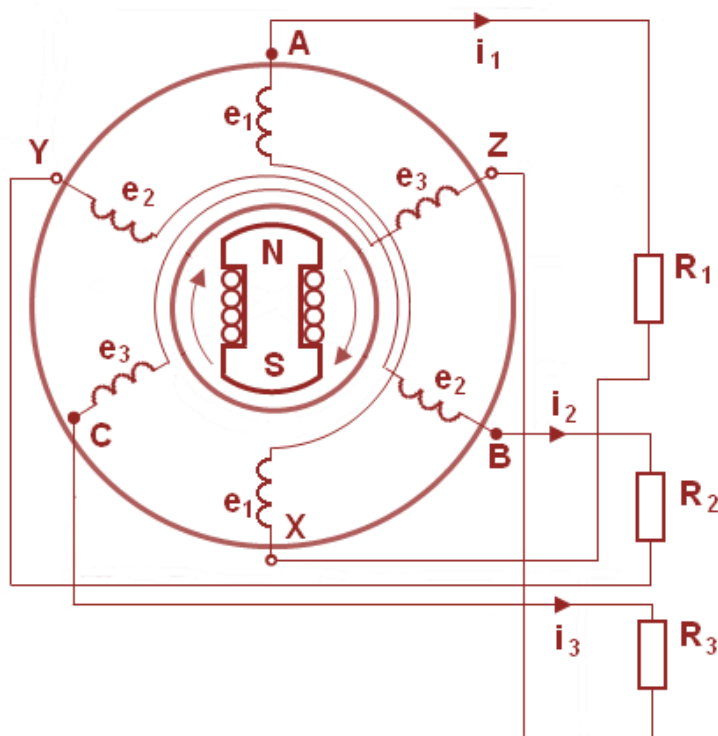


Рисунок 10.1 – Принцип построения синхронного генератора

Форма электромагнита такова, что магнитный поток, пронизывающий каждую катушку, изменяется по косинусоидальному закону. В соответствии с законом электромагнитной индукции, в катушках будут индуцироваться синусоидальные ЭДС равной амплитуды и частоты, отличающиеся друг от друга по фазе на 120° :

$$\left. \begin{aligned} e_1 &= E_{mA} \sin(\omega t); \\ e_2 &= E_{mB} \sin(\omega t - 2\pi/3); \\ e_3 &= E_{mC} \sin(\omega t - 4\pi/3). \end{aligned} \right\}$$

На рисунке 10.2 изображены временная (рисунок 10.2, а) и векторная (рисунок 10.2, б) диаграммы e_1, e_2, e_3 . Как видно из диаграмм, сумма этих трех

ЭДС равна нулю. Отдельные фазные катушки соединяют либо «звездой» либо «треугольником».

Вращающийся электромагнит (*индуктор*) создает в генераторах вращающееся магнитное поле, наводящее в статорной обмотке переменную ЭДС, частота которой точно соответствует частоте вращения электромагнита (находится в синхронизме с частотой вращения индуктора). Если индуктор, например, имеет два полюса и вращается с частотой 3000 об/мин (50 об/с), то в каждой фазе статорной обмотки индуцируется переменная ЭДС частотой 50 Гц.

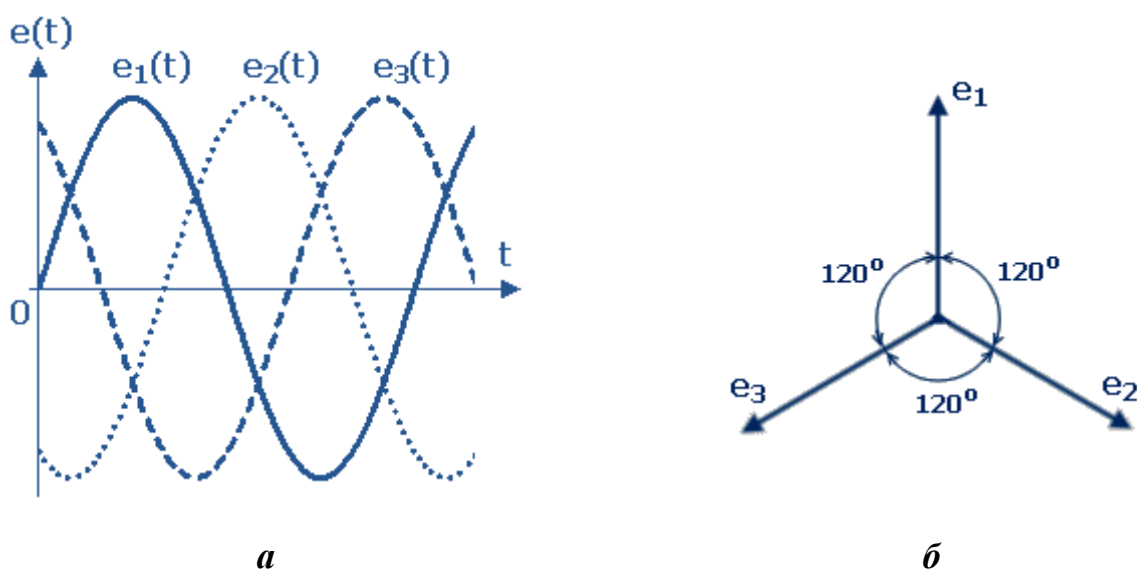


Рисунок 10.2 – Система трехфазных ЭДС

Конструктивное исполнение синхронного генератора упрощенно изображено на рисунке 10.3.

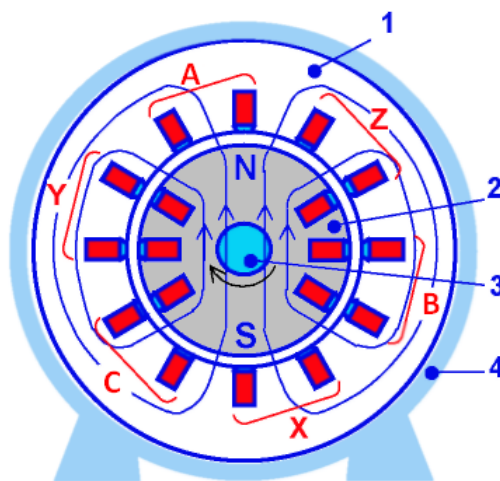


Рисунок 10.3 - Принцип устройства двухполюсного синхронного генератора.

1 - статор (якорь), 2 - ротор (индуктор), 3 - вал, 4 - корпус. А-Х, В-У, С-З – размещенные в пазах статора части обмоток трех фаз

Магнитная система статора представляет собой спрессованный пакет тонких стальных листов, в пазах которого располагается статорная обмотка. Обмотка состоит из трех фаз, сдвинутых друг относительно друга на $1/3$ периметра статора. В фазных обмотках индуцируются ЭДС, сдвинутые друг относительно друга на 120° . Обмотка каждой фазы, в свою очередь, состоит из многовитковых катушек, соединенных между собой последовательно или параллельно.

Один из наиболее простых вариантов конструктивного исполнения трехфазных обмоток двухполюсного генератора упрощенно представлен на рисунке 10.4 (обычно число катушек в каждой фазе больше, чем показано на рисунке). Части катушек, которые находятся вне пазов, на лобовой поверхности статора, называются лобовыми соединениями.

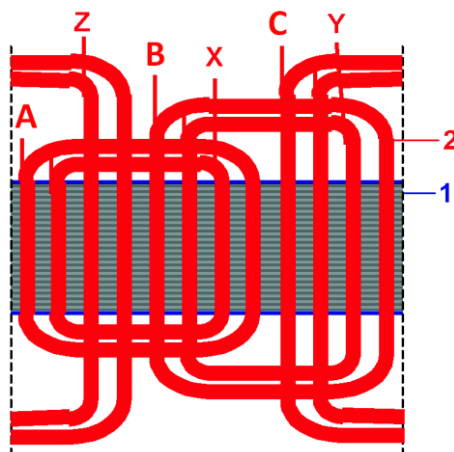


Рисунок 10.4 - Принцип устройства статорной обмотки трехфазного двухполюсного синхронного генератора в случае двух катушек в каждой фазе.

1 - развертка поверхности магнитной системы статора, 2 - катушки обмотки, А, В, С - начала фазных обмоток, Х, Y, Z - концы фазных обмоток.

Полусов индуктора и, в соответствии с этим, полюсных делений статора, может быть и больше двух. Чем медленнее вращается ротор, тем больше должно быть при заданной частоте тока число полюсов. Если, например, ротор вращается с частотой 300 об/мин, то число полюсов генератора, для получения частоты переменного тока 50 Гц, должно быть 20. Обмотка возбуждения двух - или четырехполюсного генератора размещается, как показано на рисунке 10.3, в пазах массивного стального сердечника ротора. Подобная конструкция ротора необходима в случае быстроходных турбогенераторов, работающих при частоте

вращения в 3000 или 1500 об/мин, так как при большой скорости вращения на обмотку ротора действуют значительные центробежные силы.

При большем числе полюсов каждый полюс имеет отдельную обмотку возбуждения (рисунок 10.5).

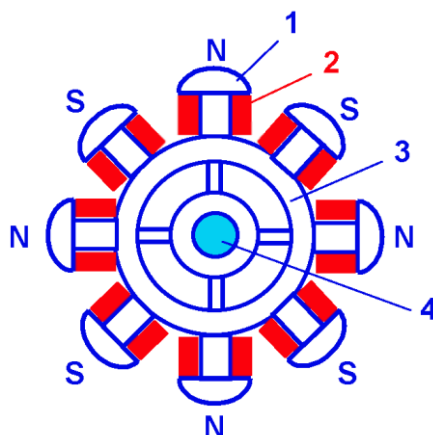


Рисунок 10.5 – Принцип устройства ротора тихоходного синхронного генератора, 1 - полюс, 2 - обмотка возбуждения, 3 - колесо крепления, 4 – вал.

Такой явнополюсный принцип устройства ротора применяется в случае тихоходных гидрогенераторов, предназначенных для соединения с гидротурбинами, работающими обычно при частоте вращения от 60 об/мин до 600 об/мин. Гидрогенераторы, в соответствии с конструктивным исполнением мощных гидротурбин, часто выполняются с вертикальным валом.

Частота генерируемой переменной синусоидальной ЭДС определяется формулой

$$f = n \frac{p}{60}, \text{ Гц},$$

где n – скорость вращения ротора, об/мин,

p – число пар полюсов электромагнита ротора,

f – частота переменной синусоидальной ЭДС, Гц.

Обмотку возбуждения синхронного генератора обычно питают постоянным током от внешнего источника через контактные кольца на валу ротора.

Если для создания магнитного поля использовать постоянные магниты, то источник тока возбуждения отпадает и генератор становится значительно проще и надежнее, но в то же время и дороже. Поэтому постоянные магниты применяются обычно в относительно маломощных генераторах (мощностью до нескольких сотен киловатт).

Конструкция турбогенераторов, благодаря цилиндрическому ротору относительно малого диаметра, очень компактна. Их удельная масса составляет обычно $0,5 \dots 1$ кг/кВт, и их номинальная мощность может достигать 1600 МВт. Устройство гидрогенераторов сложнее, диаметр ротора велик и их удельная масса, поэтому обычно $3,5 \dots 6$ кг/кВт. Они изготавливались номинальной мощностью до 800 МВт.

При работе генератора в нем возникают потери энергии, вызванные активным сопротивлением обмоток (потери в меди), вихревыми токами и гистерезисом в активных частях магнитной системы (потери в стали) и трением в подшипниках вращающихся частей (потери на трение). Несмотря на то, что суммарные потери обычно не превышают $1 \dots 2$ % мощности генератора, отвод тепла, освобождающегося в результате потерь, может оказаться затруднительным. Упрощенно можно считать, что масса генератора пропорциональна его мощности, его линейные размеры пропорциональны кубическому корню мощности, а поверхностные размеры – мощности в степени $2/3$. Следовательно, поверхность теплоотвода растет медленнее, чем номинальная мощность генератора. Поэтому при больших мощностях переходят на принудительную вентиляцию и, начиная примерно со 100 МВт, используют вместо воздуха водород. При еще больших мощностях (например, более 500 МВт) необходимо дополнить водородное охлаждение водным. У крупных генераторов надо специально охлаждать и подшипники, обычно используя для этого циркуляцию масла. Тепловыделение генератора можно значительно уменьшить путем применения сверхпроводящих обмоток возбуждения. Первый такой генератор (мощностью 4 МВт), предназначенный для применения на судах, изготовила в 2005 году немецкая электротехническая фирма Сименс (*Siemens AG*).

Номинальное напряжение синхронных генераторов, в зависимости от мощности, находится обычно в пределах от 400 В до 24 кВ. Использовались и более высокие номинальные напряжения (до 150 кВ), но чрезвычайно редко.

Трехфазную систему переменного тока разработали в 1888–1890 годах сербский электротехник Никола Тесла (*Nikola Tesla*, 1856–1943) - владелец собственной научно-исследовательской лаборатории Тесла-Электрик,

эмигрировавший в США и главный инженер фирмы AEG, русский электротехник Михаил Доливо-Добровольский (1862–1919), эмигрировавший в Германию.

11 ЭЛЕКТРОМАГНЕТИЗМ

11.1 Магнитное поле. Магнитная индукция

Опыт показывает, что два проводника по которым текут электрические токи, воздействуют друг на друга с некоторой механической силой F (рисунок 11.1). Взаимодействие обнаруживается не только в среде, заполненной атомами и молекулами вещества, но и в вакууме. Ясно, что взаимодействие удаленных друг от друга проводников может осуществляться только посредством некоторой материальной субстанции. Этот особый вид материи принято называть **магнитным полем**.

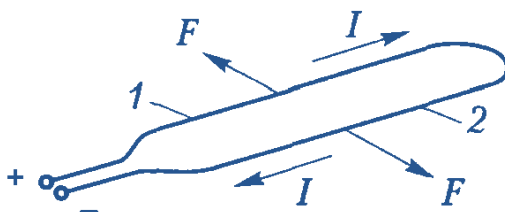


Рисунок 11.1

Каждый из проводников 1 и 2 (см. рисунок. 11.1), по которым протекает ток I , создает свое магнитное поле. Результирующее, реально существующее магнитное поле, мы можем рассматривать как результат наложения магнитных полей всех движущихся зарядов.

На рисунке 11.2 изображено магнитное поле, интенсивность которого характеризуется некоторой величиной $\mathbf{B}$, называемой магнитной индукцией. В это магнитное поле помещен проводник, по которому протекает ток I . Назовем активной длиной l проводника ту его часть, которая находится в магнитном поле. Через α обозначен угол между осью проводника и направлением магнитной индукции.

Опыт показывает, что на прямолинейный проводник с током, помещенный в однородное магнитное поле, действует сила F .

Направление силы F определяется правилом левой руки, а ее величина равна

$$F = IlB \sin \angle(l, B); F = IlB \sin \alpha \quad (1)$$

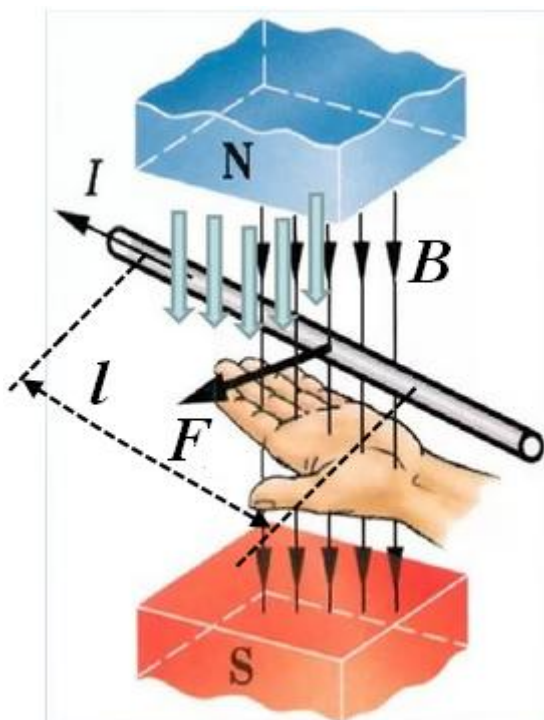


Рисунок 11.2

Формула (1) выражает физический закон, открытый французским физиком А. Ампером в 1820 г. **Опытный закон Ампера** позволяет ввести понятие индукции магнитного поля ***B*** как величины, характеризующей физическую реальность - магнитное поле, участвующую в создании механической силы.

Магнитное поле всегда может быть обнаружено по силе, с которой оно действует на движущиеся заряженные частицы. Направление этой силы совпадает с перпендикуляром к направлению поля и к вектору скорости частицы в каждый момент времени.

В соответствии с формулой (1) магнитная индукция ***B*** равна механической силе, с которой однородное магнитное поле действует на 1 метр длины прямолинейного проводника, когда по нему течет ток силой 1 ампер и когда проводник расположен так, что указанная механическая сила максимальна ($\sin \alpha = 1$). Механическая сила - векторная величина, следовательно, и индукция магнитного поля в каждой его точке должна изображаться вектором. Таким образом, вектор магнитной индукции характеризует как интенсивность, так и направление магнитного поля.

В дифференциальной форме закон Ампера записывается следующим образом:

$$dF = IBdl \sin \angle(dl, B) \quad (2)$$

Размерность единицы измерения магнитной индукции

$$[B] = \frac{B \cdot c}{m^2} = \frac{B\bar{b}}{m^2} = Tл.$$

Для характеристики энергетических свойств электрического поля была введена важная величина - электрический потенциал (разность потенциалов). Аналогичного понятия для магнитного поля ввести нельзя - *магнитное поле не относится к числу потенциальных полей.*

11.2 Магнитный поток. Закон Био – Савара

Потоком вектора магнитной индукции равномерного магнитного поля через некоторую плоскость, перпендикулярную к вектору B назовем произведение модуля (абсолютной величины) вектора на площадь, которую он пронизывает. Поток вектора магнитной индукции принято кратко называть магнитным потоком (обозначается буквой Φ). В однородном магнитном поле магнитный поток Φ через некоторую площадь S определяется формулой

$$\Phi = B \cdot S \quad (3)$$

где B - магнитная индукция, а площадка S перпендикулярна вектору B .

Если поле неоднородно, то вначале следует найти магнитный поток через элементарную площадку dS , а магнитный поток через всю поверхность найти интегрированием:

$$d\Phi = \overline{BdS} = BdS \cos \angle(\bar{B}, d\bar{S});$$

$$\Phi = \int_s \overline{BdS}$$

Магнитные силовые линии непрерывны, поэтому магнитный поток через любую замкнутую поверхность равен нулю:

$$\oint_s \overline{BdS} = 0.$$

Формула (3) позволяет найти единицу измерения магнитного потока:

$$[\Phi] = [B][S] = \frac{B\bar{b}}{m^2} m^2 = B\bar{b}.$$

Магнитный поток измеряется в веберах или вольт-секундах. Иногда используют более мелкую единицу - максвелл:

$$1 \text{ Мкс} = 10^{-8} \text{ Вб}.$$

Магнитная индукция, магнитный поток создаются движением электрических зарядов - электрическим током. Количественная связь между магнитной индукцией и электрическим током определяется **законом Био – Савара**, который является обобщением опытных наблюдений. Рассмотрим рисунок 11.3.

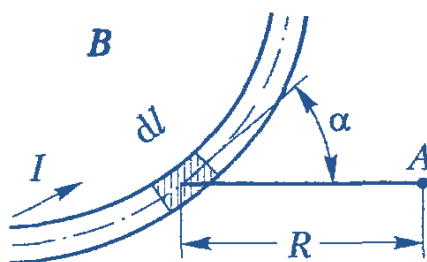


Рисунок 11.3

По проводнику течет ток I ; dl - элемент длины проводника; R - расстояние между элементом dl и точкой A ; α - угол между осью элемента dl и направлением на точку A . Элементарная магнитная индукция dB , создаваемая в точке A элементом dl , определяется следующей формулой:

$$dB = \frac{\mu}{4\pi} \frac{I dl}{R^2} \sin \alpha \quad (4)$$

Если возникает необходимость определить магнитную индукцию в точке A , создаваемую конечным участком проводника, то необходимо просуммировать индукции в точке A , создаваемые малыми отрезками этого конечного участка. Если малые отрезки заменить бесконечно малыми элементами dl , то суммирование сводится к интегрированию выражения (4) по всей длине конечного участка проводника.

В формулу (4), выражающую закон Био - Савара, входит коэффициент μ . Необходимость введения этого коэффициента объясняется тем, что индукция в точке A зависит не только от силы тока, но, как показывает опыт, и от свойства среды, в которой находится точка A и проводник с током.

Под воздействием внешнего магнитного поля отдельные малые области среды ориентируются определенным образом, в результате чего проявляется

собственное магнитное поле среды, которое накладывается на внешнее магнитное поле. Воздействие среды на магнитное поле тока и характеризуется коэффициентом μ . Кроме того, в выражение (4) введен коэффициент 4π , который обеспечивает рационализацию системы единиц измерения.

11.3 Магнитная проницаемость. Диамагнитные, парамагнитные и ферромагнитные вещества

Коэффициент μ , входящий в выражение закона Био - Савара, определяет воздействие среды на магнитное поле, создаваемое движущимися зарядами (электрическим током). Коэффициент μ называют **абсолютной магнитной проницаемостью** вещества. Абсолютная магнитная проницаемость измеряется в единицах, размерность которых можно найти, используя закон Био - Савара (Гн/м).

Абсолютную магнитную проницаемость пустоты (вакуума) называют магнитной постоянной и обозначают μ_0 :

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Гн/м.}$$

Безразмерную величину, показывающую, во сколько раз абсолютная магнитная проницаемость вещества больше или меньше магнитной постоянной, называют **относительной магнитной проницаемостью** или просто **магнитной проницаемостью** μ_r :

$$\mu_r = \mu / \mu_0.$$

На практике магнитные свойства вещества чаще всего характеризуют именно магнитной проницаемостью μ_r .

При этом все вещества принято делить на три большие группы.

Вещества, у которых магнитная проницаемость $\mu_r < 1$, называются **диамагнитными**; к таким веществам относятся, например, вода, стекло, висмут, медь. Вещества, у которых магнитная проницаемость $\mu_r > 1$, называются **парамагнитными** (воздух, алюминий, платина, марганец и др.).

Кроме того, выделяют группу **ферромагнитных веществ**.

Магнитная проницаемость диамагнитных и парамагнитных веществ мало отличается от единицы. Вещества, у которых магнитная проницаемость измеряется тысячами и десятками тысяч единиц ($\mu_r \gg 1$), называются ферромагнитными. В качестве примера ферромагнитных веществ можно назвать кобальт, чугун, никель, железо, сталь, железоникелевые сплавы (пермаллой). Важная особенность этих веществ состоит в том, что их магнитная проницаемость зависит от магнитной индукции внешнего поля и их предыдущего магнитного состояния.

В настоящее время считают, что ферромагнитные вещества состоят из небольших (10^{-3} мм) намагниченных областей - доменов. При отсутствии внешнего магнитного поля домены расположены хаотически и их магнитные поля взаимно компенсируются. В присутствии внешнего магнитного поля домены ориентируются преимущественно вдоль магнитных силовых линий.

11.4. Напряженность магнитного поля. Закон полного тока

Напряженность магнитного поля принято обозначать буквой H . Это расчетная величина, определяемая соотношениями:

$$H = \frac{B}{\mu}; B = \mu H \quad (5)$$

Напряженность магнитного поля измеряется в амперах, деленных на метры:

$$[H] = \frac{A}{m}.$$

Понятие напряженности позволяет в наиболее простой форме записать закон полного тока, широко применяемый при расчете магнитных цепей.

Для случай произвольного контура, охватывающего произвольную систему токов, **закон полного тока**:

$$\oint_l H dl = \sum I. \quad (6)$$

Интеграл по замкнутому контуру вектора напряженности магнитного поля равен полному току через поверхность, ограниченную этим контуром.

Закон полного тока очень широко применяется для расчета магнитных полей. На основе этого закона строятся методы расчета магнитных цепей электрических машин и аппаратов.

Так же, как и закон Био - Савара, закон полного тока устанавливает количественную связь между характеристикой магнитного поля и током, создающим это поле. Однако во многих случаях на практике простую зависимость (6) удобнее использовать, чем более сложную (4).

11.5 Магнитное поле тороида

На рисунке 11.4 изображена катушка, имеющая форму тороида; w — число витков катушки; I — ток, протекающий по обмотке.

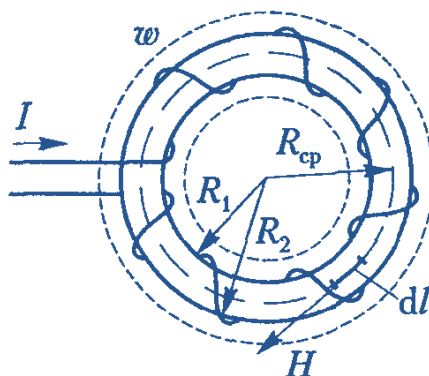


Рисунок 11.4

Выберем контур интегрирования в виде окружности с радиусом R_{cp} . Применим закон полного тока. По соображениям симметрии заключаем, что вектор H во всех точках выбранного контура направлен по касательной и постоянен по величине. Поэтому левая часть выражения (6) принимает вид

$$\oint_l \overline{H} dl = \oint_l H dl = H \oint_l dl = Hl = H2\pi R_{cp}.$$

Сумму токов, пронизывающих поверхность, ограниченную контуром интегрирования, выразим через ток и число витков катушки, тогда правая часть выражения (6) будет записана следующим образом:

$$Hl = wI.$$

В соответствии с законом полного тока

$$H2\pi R_{cp} = wI.$$

Отсюда

$$H = \frac{wI}{2\pi R_{cp}} = \frac{wI}{l} = \frac{wI}{\pi(R_1 + R_2)}, \quad (7)$$

где l - длина окружности:

$$l = 2\pi R_{cp} = 2\pi \frac{R_1 + R_2}{2} = \pi(R_1 + R_2).$$

Зная напряженность магнитного поля и материал тороидального сердечника, нетрудно найти магнитную индукцию внутри катушки

$$B = \mu H = \frac{\mu wI}{l}. \quad (8)$$

12 ЭЛЕКТРОМАГНИТНАЯ ИНДУКЦИЯ

12.1 Закон электромагнитной индукции

Электрическое и магнитное поля взаимосвязаны. В 1831 г. Фарадей открыл, что при всяком изменении магнитного потока, пронизывающего замкнутый контур, в этом контуре возникает, или, как говорят, индуктируется (наводится) электродвижущая сила. В проводящем контуре под действием индуктированной ЭДС течет электрический ток. Это явление, получившее название *электромагнитной индукции*, имеет чрезвычайно важное значение для понимания работы и конструирования абсолютного большинства электротехнических и радиотехнических устройств. Количественная зависимость индуктированной ЭДС от характеристик магнитного поля выражается законом электромагнитной индукции: электродвижущая сила вдоль замкнутого контура, не содержащего других источников ЭДС, пропорциональна скорости изменения магнитного потока, пронизывающего этот контур (рисунок 12.1):

$$e = - \frac{d\Phi}{dt} \quad (1)$$

Если контур состоит из w витков и все витки пронизываются одним и тем же магнитным потоком, то величина индуктированной в контуре ЭДС оказывается в w раз больше ЭДС, индуктируемой в одном витке:

$$e = -w \frac{d\Phi}{dt}. \quad (2)$$

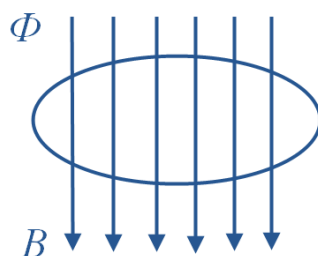


Рисунок 12.1

Если витки катушки пронизываются различными по величине магнитными потоками, то целесообразно ввести новое понятие - *потокосцепления*. Потокосцеплениями Ψ катушки называют сумму магнитных потоков, пронизывающих каждый виток:

$$\Psi = \Phi_1 + \Phi_2 + \dots + \Phi_n.$$

Используя понятие потокоцеплений, можно дать наиболее общую формулировку *закона электромагнитной индукции*:

$$e = - \frac{d\Psi}{dt} \quad (3)$$

Нетрудно убедиться, что формулы (1) и (2) являются частными случаями формулы (3).

12.2 Движение прямолинейного проводника в магнитном поле.

Принцип Ленца

Рассмотрим рисунок 12.2, где изображен южный полюс магнита и входящие в него линии магнитной индукции. Над полюсом расположен проводник, к концам которого подсоединен вольтметр.

Проводник, вольтметр и соединительные провода образуют замкнутый контур. Длину проводника, который находится в магнитном поле, назовем активной длиной l . Проводник расположен так, что его ось перпендикулярна линиям магнитной индукции $\mathbf{B}$. Пусть за время dt проводник переместился на расстояние dx в направлении, образующем прямой угол с осью проводника и линиями магнитной индукции.

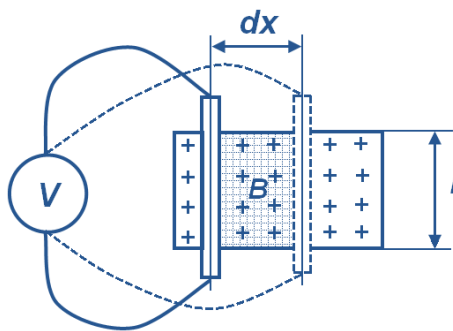


Рисунок 12.2

Из рис. 12.2. очевидно, что при этом магнитный поток, пронизывающий контур, увеличится на величину $d\Phi = B dS$, где dS - заштрихованная площадь, равная ldx . Таким образом,

$$d\Phi = B dS = B l dx. \quad (4)$$

Обозначим через v - скорость движения проводника. Тогда пройденный путь dx может быть выражен через скорость и время:

$$dx = vdt.$$

Подставим в (4) значение dx :

$$d\Phi = Blvdt.$$

Отсюда находим

$$\frac{d\Phi}{dt} = Blv \quad (5)$$

Сравнивая (1) и (5), получаем

$$|e| = Blv.$$

Последнее выражение записывают в виде:

$$e = Blv. \quad (6)$$

Формула (6) является второй формой записи закона электромагнитной индукции.

Обе формулировки выражают один и тот же физический закон и поэтому естественно, что одна может быть получена из другой путем формальных логических рассуждений.

Направление ЭДС, индуктированной в соответствии с формулой (6), определяется *правилом правой руки (рисунок 3)*.

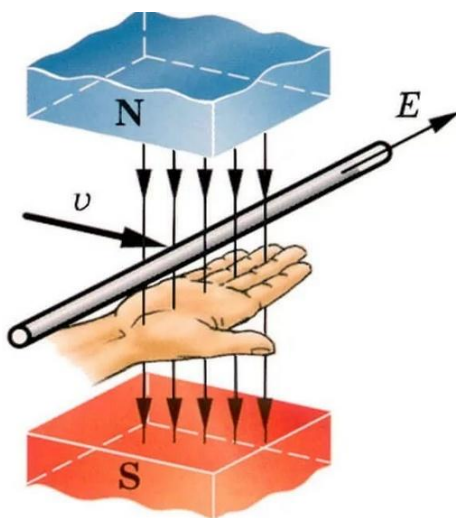


Рисунок 12.3

Для определения направления индуктированной ЭДС и тока можно использовать также *принцип Ленца*, в соответствии с которым индуктированный

ток имеет такое направление, что создаваемый им магнитный поток и возникающие механические силы обязательно препятствуют изменению потокосцеплений контура.

Принцип Ленца отражает явление электромагнитной инерции: потокосцепления контура не могут измениться скачком, так же как не может измениться скачком положение тела в пространстве.

12.3 Явление самоиндукции. Индуктивность

Если ток в контуре изменяется, то изменяется созданный током магнитный поток и потокосцепление самоиндукции. При этом в силу закона электромагнитной индукции (3) в контуре возникает электродвижущая сила. Явление возбуждения электродвижущей силы в электрической цепи в результате изменения тока в этой же цепи называют самоиндукцией. Для количественной характеристики явления самоиндукции вводят коэффициент L , который называют индуктивностью.

Индуктивность характеризует связь потокосцепления самоиндукции с током в рассматриваемой электрической цепи. Индуктивность равна отношению потокосцепления самоиндукции к току, протекающему в этой цепи:

$$L = \Psi / I \quad (7)$$

Для заданной цепи (контура) индуктивность – величина постоянная. Она зависит только от геометрических размеров контура, его конфигурации и магнитной проницаемости окружающей среды, но не зависит, ни от тока в контуре, ни от магнитного потока, пронизывающего контур.

Единицу измерения индуктивности называют *генри* (Гн). Размерность этой единицы определяется из выражения (15):

$$[L] = \frac{[\Psi]}{[I]} = \frac{B \cdot c}{A} = \text{Ом} \cdot c = \text{Гн}.$$

Из выражений (3) и (7) получаем:

$$e = -L \frac{di}{dt}. \quad (8)$$

Это формула используется при расчете электрических цепей на переменных токах.

12.4 Индуктивность тороида

На рисунке 12.4 изображен тороидальный сердечник, длина которого l , площадь поперечного сечения S . Магнитная проницаемость сердечника μ . На сердечнике намотана обмотка, имеющая число витков w .

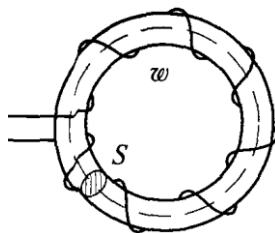


Рисунок 12.4

Умножим левую и правую части уравнения (11.8) на S , а потом умножим левую и правую части полученного уравнения на w :

$$B = \mu H = \frac{\mu w I}{l}. \quad (11.8)$$

$$\Phi = BS = \frac{\mu w I S}{l}; \quad \Psi = w \Phi = \frac{\mu w^2 I S}{l}.$$

Из последнего уравнения находим:

$$\frac{\Psi}{I} = \frac{\mu w^2 S}{l}.$$

Сравнивая с (7), получаем

$$L = \frac{\mu w^2 S}{l}. \quad (9)$$

Индуктивность тороида зависит от магнитной проницаемости сердечника μ . Изменяя μ , можно в широких пределах менять индуктивность тороида. Индуктивность тороида не зависит от потокосцепления обмотки и тока (при условии, что сердечник не насыщается и магнитная проницаемость μ при всех режимах работы остается постоянной).

Выведенные формулы с большой степенью точности применимы не только в случае тороидального сердечника, но и замкнутых сердечников другой формы.

Погрешности возникают за счет потоков рассеяния. Поскольку у замкнутых сердечников потоки рассеяния малы, то и погрешности оказываются небольшими и ими можно пренебречь.

12.5 Явление взаимной индукции

Если два контура расположены поблизости один от другого, то даже в том случае, когда они электрически не связаны, они воздействуют друг на друга через магнитное поле.

Назовем потокосцеплением взаимной индукции потокосцепление одной электрической цепи, обусловленное электрическим током в другой электрической цепи. Если ток в соседней электрической цепи меняется, то изменяется потокосцепление рассматриваемой электрической цепи.

При этом в рассматриваемой цепи возникает так называемая ЭДС **взаимной индукции**. Явление возбуждения электродвижущей силы в электрической цепи при изменении потокосцепления в ней за счет другой цепи называют **явлением взаимной индукции**.

На рисунке 12.5 изображены две катушки с числом витков w_1 и w_2 , и токами I_1 и I_2 .

Обозначим:

Φ_1 - магнитный поток, созданный током I_1 и сцепленный с витками только первой катушки;

Φ_2 - магнитный поток, созданный током I_2 , сцепленный с витками только второй катушки;

Φ_{12} - магнитный поток, созданный током первой катушки и сцепленный с витками, как первой, так и второй катушек;

Φ_{21} - магнитный поток, созданный током второй катушки, сцепленный с витками второй и первой катушек.

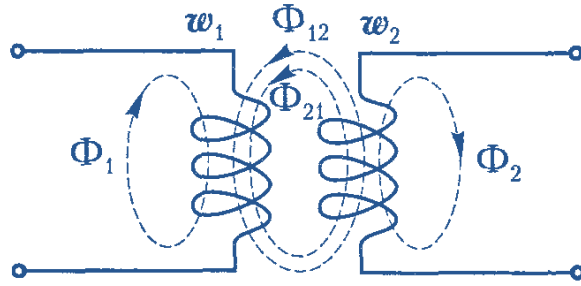


Рисунок 12.5

В соответствии с данными выше определениями запишем:

$$\Psi_1 = w_1 \Phi_{21},$$

$$\Psi_2 = w_2 \Phi_{12}.$$

Здесь через Ψ_1 обозначено потокосцепление взаимной индукции первой катушки, а через Ψ_2 – потокосцепление взаимной индукции второй катушки.

Явление взаимной индукции количественно характеризуют взаимной индуктивностью M . Понятие взаимной индуктивности M определяется следующими равенствами:

$$M = \frac{\Psi_1}{I_2}; M = \frac{\Psi_2}{I_1}.$$

Размерность единицы измерения взаимной индуктивности M совпадает с размерностью единицы измерения индуктивности L . Таким образом, взаимная индуктивность измеряется в генри (Гн).

В отличие от индуктивности L , которая является положительной величиной, взаимная индуктивность может быть как положительной, так и отрицательной.

M считается положительной, если магнитный поток взаимной индукции складывается с собственным магнитным потоком катушки. M считается отрицательной, если поток взаимной индукции и собственный магнитный поток катушки направлены встречно.

ЭДС взаимной индукции выражаются формулами, аналогичными формуле (8):

$$e_1 = -M \frac{di_2}{dt},$$

$$e_2 = -M \frac{di_1}{dt}.$$

Электродвижущая сила $\mathcal{E}_1$ индуцируется в первом контуре при изменении тока во втором контуре; $\mathcal{E}_2$ индуцируется во втором контуре при изменении тока в первом.

Контур (цепи), в которых выражено явление взаимной индукции, называются магнитосвязанными. Степень магнитной связи характеризуют двумя коэффициентами: коэффициентом связи K и коэффициентом рассеяния σ . Эти коэффициенты легко подсчитываются, если известны индуктивности каждого из контуров L_1 , и L_2 , и взаимная индуктивность M .

12.6 Ферромагнетизм

В ферромагнитных материалах зависимость между индукцией и напряженностью магнитного поля не подчиняется линейному закону, а имеет сложную форму, которую трудно выразить аналитически. Эта зависимость впервые была исследована известным русским ученым А. Г. Столетовым и изображена им в виде графика, получившего название петли магнитного гистерезиса (рисунок 6).

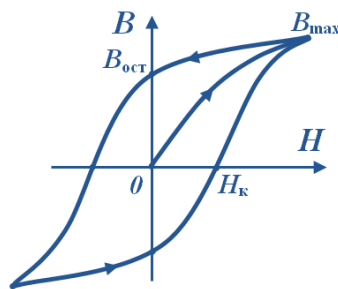


Рисунок 12.6

Из рисунка 12.6 очевидно, что одному и тому же значению напряженности магнитного поля соответствуют различные значения магнитной индукции в зависимости от того, намагничивается или размагничивается материал. В неоднозначности функции $B = f(H)$ и проявляется магнитный гистерезис, под которым понимают явление зависимости магнитной индукции в ферромагнитном веществе при данной напряженности магнитного поля, от предшествующих магнитных состояний вещества.

При намагничивании ферромагнитного материала домены ориентируются (поворачиваются) вдоль силовых линий внешнего поля. При изменении направления силовых линий внешнего поля (при перемагничивании вещества) изменяется и ориентация доменов. На поворот доменов затрачивается энергия. Эту энергию называют потерями на гистерезис. Потери на гистерезис тем больше, чем больше частота перемагничивания и чем больше вес перемагничиваемого образца. Потери на гистерезис пропорциональны площади петли гистерезиса.

С целью уменьшения потерь на гистерезис в электрических машинах и трансформаторах применяют материалы с очень узкой петлей гистерезиса, так что на графике обе ветви петли почти сливаются. В таких случаях материал характеризуют некоторой усредненной кривой намагничивания (рисунок 12.7).

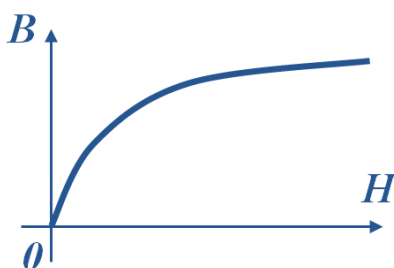


Рисунок 12.7

Магнитные материалы, имеющие узкую петлю гистерезиса, принято называть магнитомягкими. Магнитотвердые материалы с широкой петлей гистерезиса также находят применение. Они используются для изготовления постоянных магнитов. Во многих случаях важное значение имеет форма петли гистерезиса. Широкое применение находят материалы с прямоугольной формой петли.

К магнитомягким материалам относятся: электротехническая сталь. Из магнитотвердых материалов наибольшее распространение получили кобальтовые стали и ряд других материалов.

12.7 Магнитная цепь. Ферромагнитные материалы

Магнитной цепью называют сочетание деталей из ферромагнитного материала и воздушных зазоров, через которые замыкается магнитный поток. Отдельные участки магнитной цепи могут быть выполнены из различных материалов и иметь различную длину и сечение. Размеры и материал отдельных

участков магнитной цепи обычно определяются конструктивными соображениями. При этих условиях задача расчета магнитной цепи сводится к вычислению параметров обмотки по заданной величине магнитного потока или, наоборот, к определению величины магнитного потока по заданным параметрам обмотки при выбранных размерах, конфигурации и материале цепи.

Расчет неразветвленных магнитных цепей производится на основании закона полного тока. При расчете разветвленных магнитных цепей помимо закона полного тока используют следующее утверждение: в месте разветвления магнитной цепи алгебраическая сумма магнитных потоков равна нулю. Это утверждение является непосредственным следствием закона непрерывности линий магнитной индукции.

Так, для магнитной цепи, изображенной на рисунке 8, справедливо равенство $\Phi - \Phi_1 - \Phi_2 = 0$.

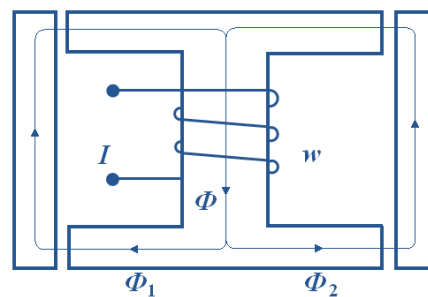


Рисунок 12.8

Магнитные цепи в основном изготавливаются из магнитомягких материалов. Для характеристики магнитомягких материалов, которые используются в качестве магнитопроводов в магнитных цепях электромагнитов, трансформаторов, электрических машин и др., наибольшее значение имеет магнитная проницаемость μ_r и магнитная индукция насыщения B_{max} . Чем больше магнитная проницаемость, тем меньшее сопротивление прохождению магнитного потока оказывает материал, тем лучше его магнитопроводящие свойства. Магнитная индукция насыщения B_{max} показывает, при каких индукциях материал еще сохраняет хорошие проводящие (по отношению к магнитному потоку) свойства. При достижении индукцией значений, превышающих B_{max} , магнитная проницаемость материала резко уменьшается. Что касается

коэрцитивной силы H_k , то у магнитомягких материалов она незначительна, имеет значение от единиц до нескольких десятков А/м.

Основные характеристики магнитотвердых материалов – коэрцитивная сила H_k и остаточная индукция $B_{ост}$. Чем больше коэрцитивная сила и остаточная индукция материала, из которого изготовлен постоянный магнит, тем более сильное магнитное поле способен создавать этот магнит в воздушном зазоре.

СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

- 1 Касаткин, А. С. Курс электротехники: учеб. для вузов/А. С. Касаткин, М. В. Немцов. – М.: Высш. шк., 2009. – 542 с.
- 2 Беневоленский С.Б. Основы электротехники: учебное пособие для втузов/С.Б. Беневоленский, А.Л. Марченко. – М.: Издательство Физико-математической литературы, 2011. – 568 с.
- 3 Прянишников В. А. Электротехника и ТОО в примерах и задачах: практическое пособие/В. А. Прянишников, Е. А. Петров, Ю. М. Осипов. – СПб.: КОРОНА – Век, 2007. – 336 с.
- 4 Панфилов Д. И. Электротехника и электроника в экспериментах и упражнениях: в 2-х т. /Д. И. Панфилов, В. С. Иванов, И. Н. Чепурнин. – М.: ДОДЕКА, 2008.
- 5 Кузовкин В. А. Электротехника. Карманная энциклопедия студента: учебн. пособие для студентов высших учебных заведений/В. А. Кузовкин. – М.: Логос, 2004. – 192 с.
- 6 Новгородцев А. Б. Теоретические основы электротехники. 30 лекций по теории электрических цепей/А. Б. Новгородцев. – СПб.: Питер, 2006. – 576 с.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

- 1 Касаткин, А. С. Курс электротехники: учеб. для вузов/А. С. Касаткин, М. В. Немцов. – М.: Высш. шк., 2009. – 542 с.
- 2 Беневоленский С.Б. Основы электротехники: учебное пособие для втузов/С.Б. Беневоленский, А.Л. Марченко. – М.: Издательство Физико-математической литературы, 2011. – 568 с.
- 3 Новгородцев А. Б. Теоретические основы электротехники. 30 лекций по теории электрических цепей/А. Б. Новгородцев. – СПб.: Питер, 2006. – 576 с.