

В каждой лабораторной работе необходимо выполнить *все* задания для самостоятельной работы.

Scilabможно свободно загрузить отсюда:

<https://www.scilab.org/download/scilab-6.1.1>

Вместо Scilabможно использовать GNUOctave:

<https://octave.org/download#ms-windows>

В третьей работе программу необходимо сделать **самостоятельно!!!**

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №1

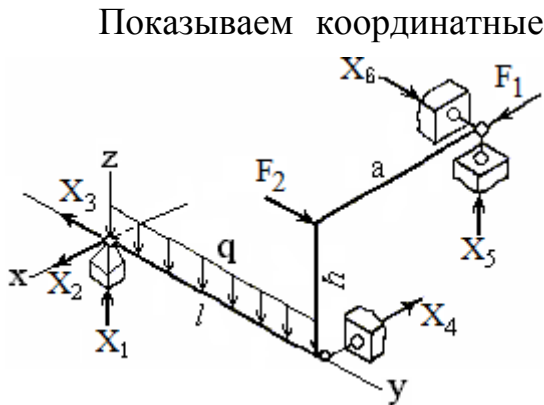
Определение реакций опор из алгебраической системы уравнений

Составить уравнения равновесия для пространственной стержневой системы. Определить реакции опор из системы алгебраических уравнений с помощью вычислительного комплекса SCILAB (GNU OCTAVE).

Исходные данные:

Шифр	a м	h м	l м	F ₁ кН	F ₂ кН	q кН/м
31-6	1,3	2,2	3,5	4	6	2,3

Решение



Показываем координатные оси x, y, z , общие для всей расчётной схемы. В шарнирно-неподвижной опоре возникают три опорные реакции X_1, X_2, X_3 . Остальные опоры шарнирно-подвижные, поэтому в них возникает по одной опорной реакции: X_4, X_5, X_6 . Направления реакций выбираются произвольно. С целью определения реакций опор составим уравнения равновесия всей системы

- 1) $\sum F_{kx} = 0, \quad X_2 - X_4 + F_1 = 0,$
- 2) $\sum F_{ky} = 0, \quad -X_3 + F_2 + X_6 = 0,$
- 3) $\sum F_{kz} = 0, \quad X_1 - q l + X_5 = 0,$
- 4) $\sum m_x(\bar{F}_k) = 0, \quad -q l / 2 - F_2 h - X_6 h + X_5 l = 0,$
- 5) $\sum m_y(\bar{F}_k) = 0, \quad X_5 a + F_1 h = 0,$
- 6) $\sum m_z(\bar{F}_k) = 0, \quad X_4 l - X_6 a - F_1 l = 0.$

Уравнения 1)-6) образуют неоднородную систему линейных алгебраических уравнений, которую представим в матрично-векторной форме

$$AX = b,$$

где A – квадратная матрица порядка $n=6$, X, b – 6-тимерные векторы.

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{16} & \cdots & a_{66} \end{pmatrix}, \quad X = \begin{pmatrix} X_1 \\ \vdots \\ X_6 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} b_1 \\ \vdots \\ b_6 \end{pmatrix}$$

Ненулевые элементы матрицы A и компоненты вектора b в силу уравнений 1) – 6) имеют вид:

$$\begin{aligned} a_{12}=1, \quad a_{14}=-1, \quad a_{23}=-1, \quad a_{26}=1, \quad a_{31}=1, \quad a_{35}=1, \\ a_{45}=l, \quad a_{46}=-h, \quad a_{55}=a, \quad a_{64}=l, \quad a_{66}=-a; \\ b_1 = -F_1, \quad b_2 = -F_2, \quad b_3 = ql, \quad b_4 = ql^2/2 + F_2 h, \quad b_5 = -F_1 h, \quad b_6 = F_1 l. \end{aligned}$$

Компьютерная программа на алгоритмическом языке SCILAB (GNU OCTAVE) выдала вектор решения:

$$X = \{ 14.819, -8.607, -17.173, -4.607, -6.7692, -23.173 \} \text{ кН}$$

Листинг программы

```
% Иванов И.И. 01.01.2023
% Решается система алгебраических уравнений AX=b
clear;
disp('начало_____')
% Исходные данные:
a=1.3; h=2.2; l=3.5; F1=4; F2=6; q=2.3;
n=6; A=zeros(n,n); b=zeros(n,1); X=zeros(n,1);

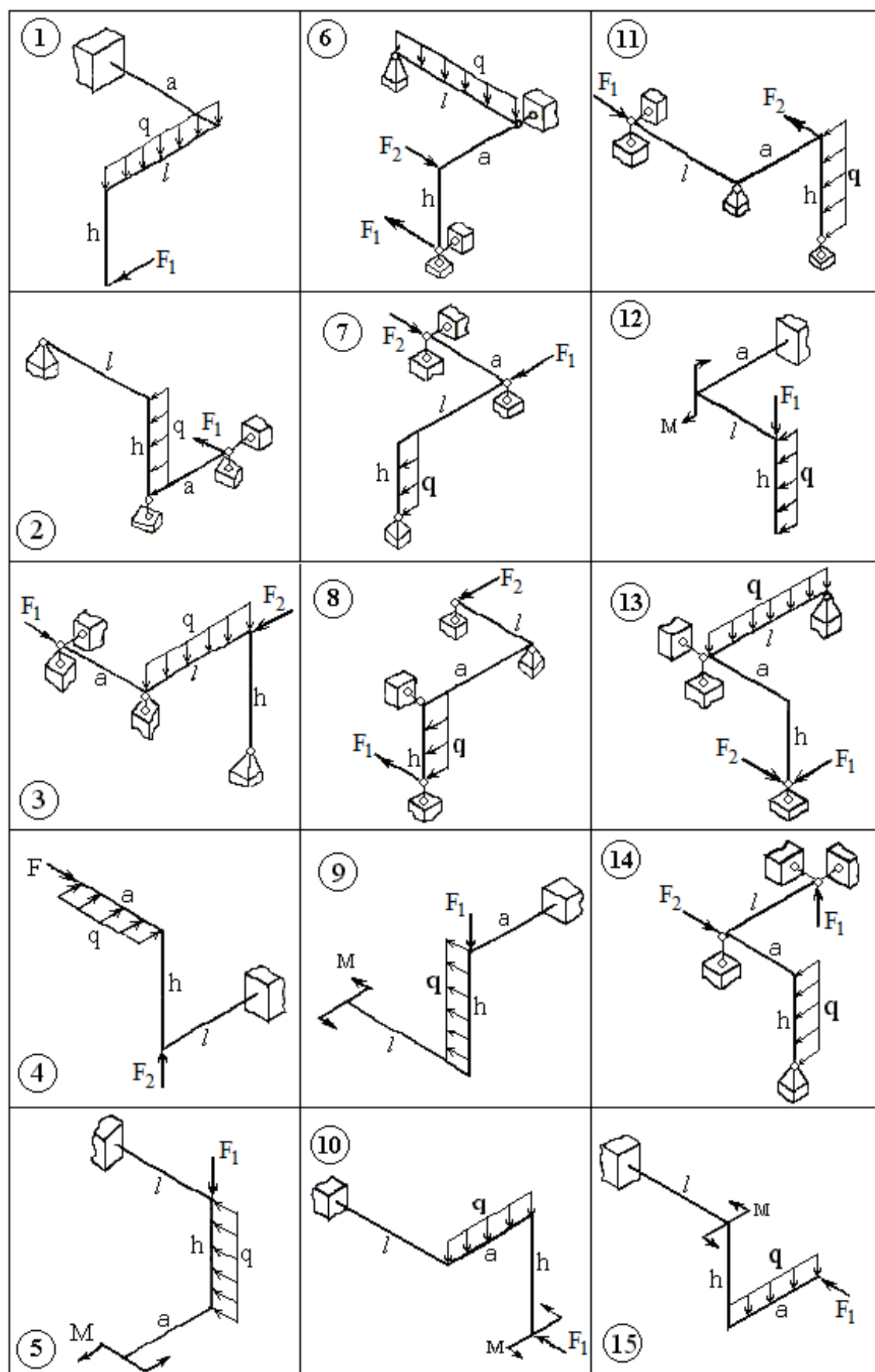
% Элементы матрицы A
A(1,2)=1; A(1,4)=-1; A(2,3)=-1; A(2,6)=1;
A(3,1)=1; A(3,5)=1; A(4,5)=1; A(4,6)=-h;
A(5,5)=a; A(6,4)=1; A(6,6)=-a;

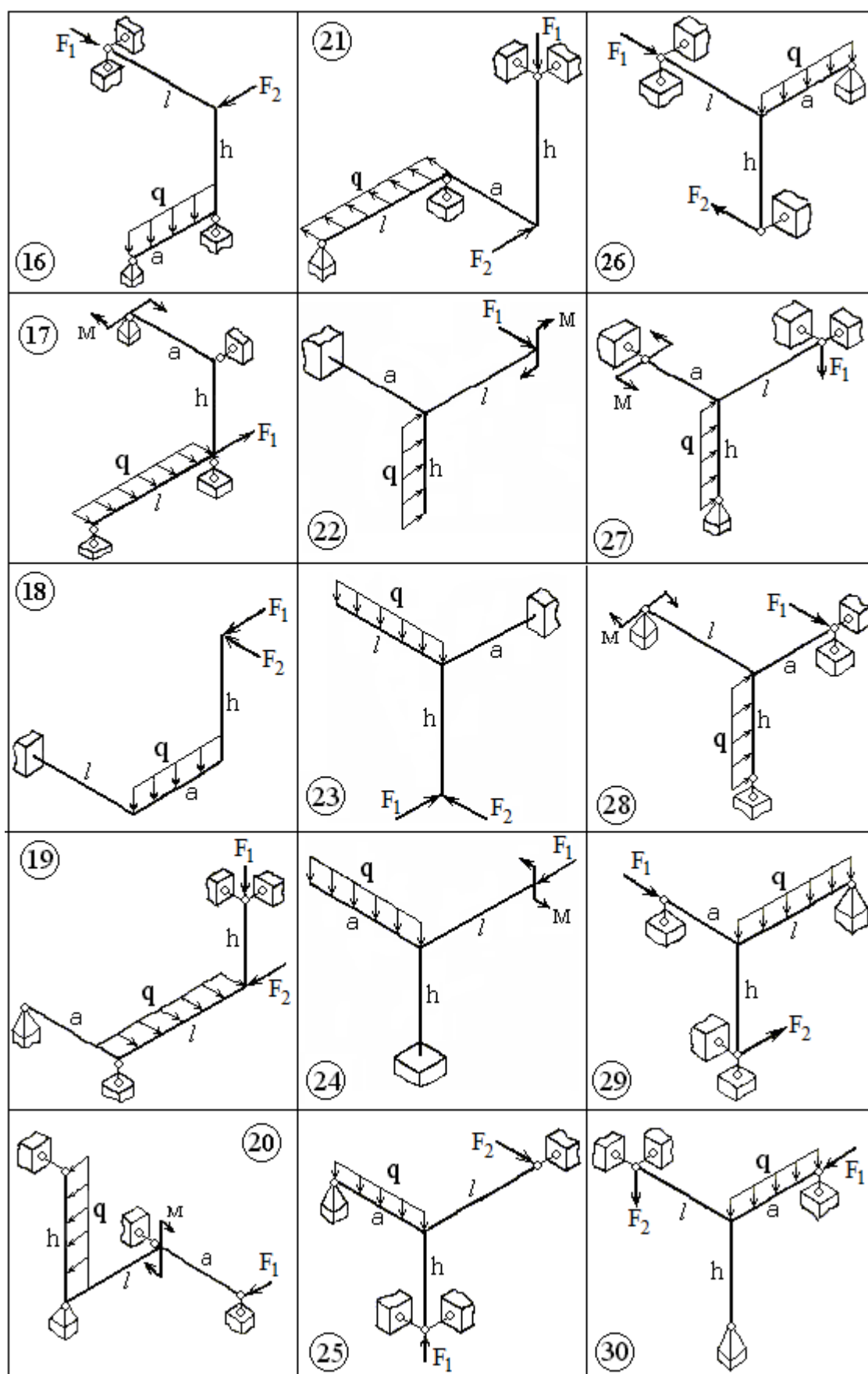
% Компоненты вектора b
b(1)=-F1; b(2)=-F2; b(3)=q*l;
b(4)=q*l^2/2+F2*h; b(5)=-F1*h; b(6)=F1*l;

% Решение системы уравнений: AX=b
X=A\b
disp('конец_____')
```

Данные к задачам

Второе число шифра	a м	h м	l м	F ₁ кН	F ₂ кН	q кН/м
1	1,2	2,4	3,4	5	8	2,3
2	1,3	2,3	3,8	4	7	2,2
3	1,4	2,5	3,7	6	5	2,5
4	1,6	2,6	3,6	3	6	2,8
5	1,5	2,4	3,5	5	4	2,6





ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №2

Расчёт плоской фермы

Определить реакции опор и усилия в стержнях плоской фермы с помощью вычислительного комплекса SCILAB (GNU OCTAVE).

Исходные данные

Шифр	a м	h м	F ₁ кН	F ₂ кН
31–6	2,7	3,3	7	6

Исходная схема

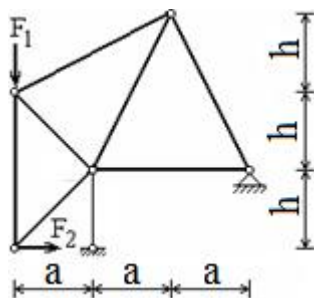


Рис. 1

Расчётная схема

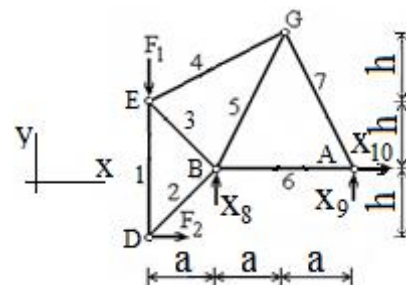


Рис. 2

Решение

У заданной фермы (рис. 1) имеются шарнирно-неподвижная опора (две неизвестные реакции) и опорный стержень в точке В (одна неизвестная реакция). Ферма находится под действием плоской системы сил, для которой имеются три уравнения равновесия. Количество неизвестных реакций опор равно количеству уравнений. Это значит, что ферма в целом статически определима. Кроме того, должно быть соблюдено условие статической определённости в виде соотношения между количествами стержней и узлов фермы:

$$C = 2Y - 3.$$

Количество стержней $C = 7$, количество узлов $Y = 5$. Очевидно, что условие выполняется.

Изобразим расчётную схему (рис. 2). Покажем координатные оси x, y , обозначим узлы A, B, D, E, G , перенумеруем стержни 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7. Далее будем обозначать усилия в с поперечных сечениях стержней $X_1, X_2, X_3, X_4, X_5, X_6, X_7$. По принципу освобождения от связей мысленно отбросим опоры и введём реакции X_8, X_9, X_{10} вместо шарнирно-неподвижной опоры и вместо опорного стержня. Для определения реакций опор рассмотрим равновесие всей фермы в целом как единого твёрдого тела. Тогда соответствующие уравнения равновесия плоской системы сил принимают вид:

$$\sum F_{kx} = 0, \quad F_2 + X_{10} = 0. \quad (1)$$

$$\sum F_{ky} = 0, \quad -F_1 + X_8 + X_9 = 0. \quad (2)$$

$$\sum m_A(\bar{F}_k) = 0, \quad F_2 h + F_1 3a - X_8 2a = 0. \quad (3)$$

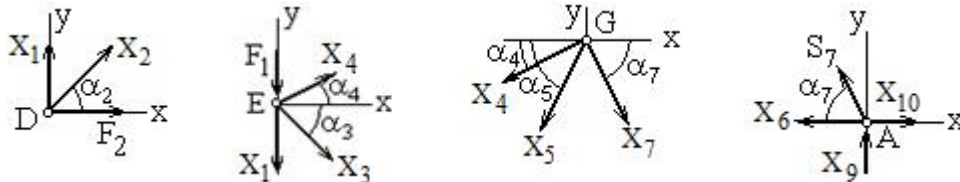
Теперь приступим к определению усилий в стержнях методом вырезания узлов. Обозначим на расчётной схеме узлы: А, В, D, E, G и стержни: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7. Далее в расчётах понадобятся углы наклона стержней к координатным осям. Найдём углы наклона стержней к оси х-ов и необходимые значения тригонометрических функций:

$$\alpha_1 = \pi/2, \quad \operatorname{tg} \alpha_2 = \operatorname{tg} \alpha_3 = h/a, \quad \operatorname{tg} \alpha_4 = h/2a, \quad \operatorname{tg} \alpha_5 = \operatorname{tg} \alpha_7 = 2h/a, \quad \operatorname{tg} \alpha_6 = 0.;$$

Тригонометрические функции, требующиеся далее при составлении уравнений равновесия, легко определяются по известным формулам их соотношений:

$$\cos \alpha = 1/(1 + \operatorname{tg}^2 \alpha), \quad \sin \alpha = \sqrt{1 - \cos^2 \alpha}.$$

Рассмотрим каждый узел.



Узел D. Предполагая сходящиеся к нему стержни 1 и 2 растянутыми, изобразим узел и силы, приложенные к нему. Составим уравнения равновесия в виде равенства нулю сумм проекций сил на координатные оси x, y:

$$X_2 \cos \alpha_2 + F_2 = 0. \quad (4)$$

$$X_1 + X_2 \sin \alpha_2 = 0, \quad (5)$$

Узел E. Аналогично составляем уравнения равновесия:

$$X_3 \cos \alpha_3 + X_4 \cos \alpha_4 = 0, \quad (6)$$

$$-X_1 - X_3 \sin \alpha_3 - F_1 + X_4 \sin \alpha_4 = 0. \quad (7)$$

Узел G. Уравнения равновесия имеют вид:

$$-X_4 \cos \alpha_4 - X_5 \cos \alpha_5 + X_7 \cos \alpha_7 = 0, \quad (8)$$

$$-X_4 \sin \alpha_4 - X_5 \sin \alpha_5 - X_7 \sin \alpha_7 = 0. \quad (9)$$

Узел A. Неизвестным является только одно усилие – X_6 . Поэтому составляется только одно уравнение равновесия:

$$-X_6 - X_7 \cos \alpha_7 + X_{10} = 0. \quad (10)$$

Компьютерная программа на алгоритмическом языке SCILAB (GNU OCTAVE) выдала вектор решения:

$$X = \{34.123 \quad -34.646 \quad -18.195 \quad 41.737 \quad -72.193 \\ -29.641 \quad 41.595 \quad 14.167 \quad -7.1667 \quad -6\} \text{ кН.}$$

Отрицательным значениям соответствуют сжатые стержни.

Листинг программы

```
% Иванов И.И. 01.01.2023
% Расчёт плоской фермы
% Решается система алгебраических уравнений    AX=b
clear;
disp('начало_____')

% Исходные данные:
a=2.7;  h=3.3;  F1=7;  F2=6;
n=10; A=zeros(n,n); b=zeros(n,1);  X=zeros(n,1);
X=zeros(n,1);
tg(2)=h/a; tg(3)=h/a;  tg(4)=h/2/a;
tg(5)=2*h/a; tg(6)=0; tg(7)=2*h/a;
for i=2:7;
co(i)=1/(1+tan(i)^2); si(i)=sqrt(1-co(i)^2);
end;

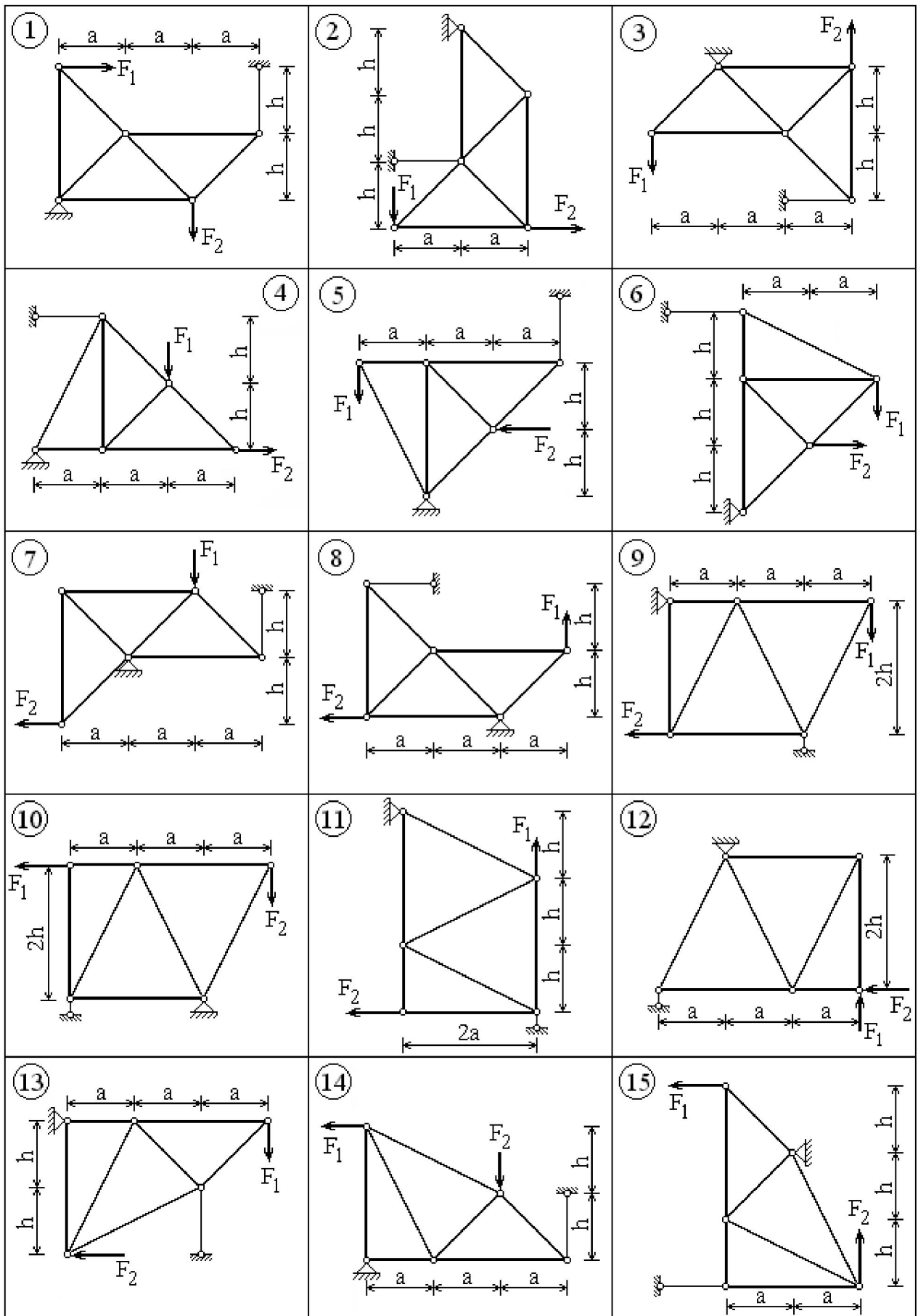
% Элементы матрицы A и вектора b

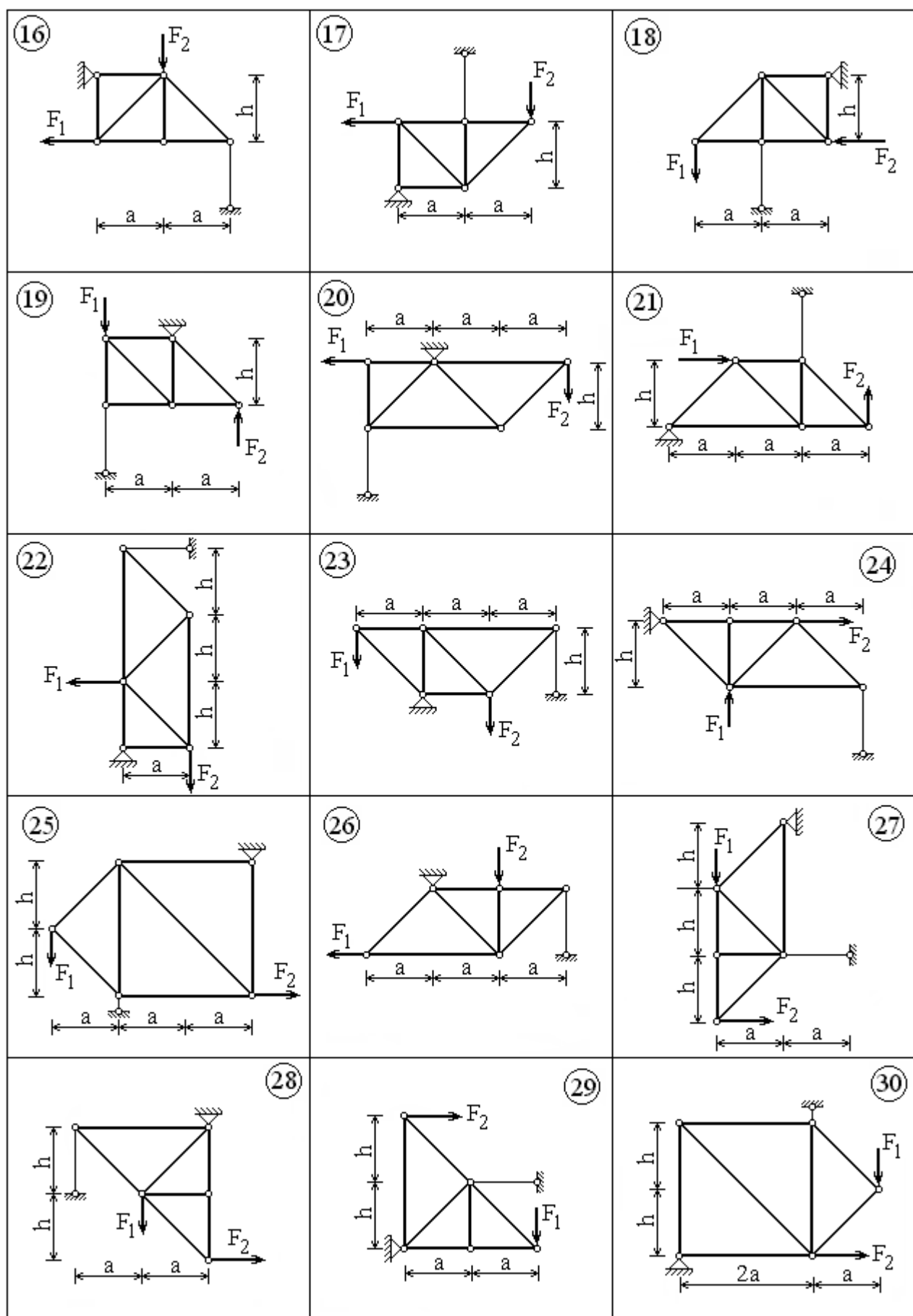
A(1,10)=1;          b(1)=-F2;
A(2,8)=1; A(2,9)=1;          b(2)=F1;
A(3,8)=-2*a;          b(3)=-F2*h-F1*3*a;
A(4,2)=co(2);          b(4)=-F2;
A(5,1)=1; A(5,2)=si(2);          %нет
A(6,3)=co(3); A(6,4)=co(4);          %нет
A(7,1)=-1; A(7,3)=si(3); A(7,4)=si(4); % нет;
A(8,4)=-co(4); A(8,5)=co(5); A(8,7)=co(7); % нет;
A(9,4)=si(4); A(9,5)=si(5); A(9,7)=si(7); % нет;
A(10,6)=-1; A(10,7)=-co(7); A(10,10)=1; % нет;

% Решение системы уравнений: AX=b
X=A\b
disp('конец_____')
```

Данные к задачам

Второе число шифра	a м	h м	F ₁ кН	F ₂ кН
1	2,8	3,0	8	6
2	3,2	3,4	6	8
3	3,4	3,2	5	7
4	2,9	3,1	7	5
5	2,6	2,8	5	8





ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №3

Характеристики плоского движения точки.

В таблицах 1, 2 заданы уравнения движения точки М и численные значения параметров к ним. Требуется с помощью вычислительного комплекса SCILAB (GNU OCTAVE). установить траекторию и для момента времени $t = t_1$ найти положение точки на ней. Вычислить скорость, полное, касательное и нормальное ускорения точки М (показать их на рисунке), радиус кривизны траектории.

Заданы уравнения движения точки М:

$$x(t) = at+b; \quad y(t) = dt^2+c \quad (1)$$

Исходные данные

Шифр	a м/с	b м	c м/с ²	d м	t ₁ с
31–6	2	4	3	1	0,9

Решение

После подстановки численных значений уравнения (1) приобретают вид:

$$x(t) = 2t+4, \quad y(t) = t^2+3. \quad (2)$$

Чтобы получить уравнение траектории в координатной форме, исключим время t из уравнений (2). С этой целью выразим время из первого уравнения и подставим во второе:

$$t = (x-4) / 2, y = 0,25(x-4)^2 + 3 = 0,25x^2 - 2x + 7. \quad (3)$$

Таким образом, получено уравнение параболы.

Положение точки М на траектории в момент времени t_1 находим по функциям (2):

$$x(0,9) = 2 \cdot 0,9 + 4 = 5,8 \text{ м}, \quad y(0,9) = 0,9^2 + 3 = 3,81 \text{ м}.$$

Для построения траектории точки, являющейся кривой линией (часть параболы), необходимо определить положения точки М ещё при нескольких моментах времени вблизи $t = t_1$. Эти вычисления и график выполнены в SCILAB (GNU OCTAVE). Результаты представлены на рис. 1.

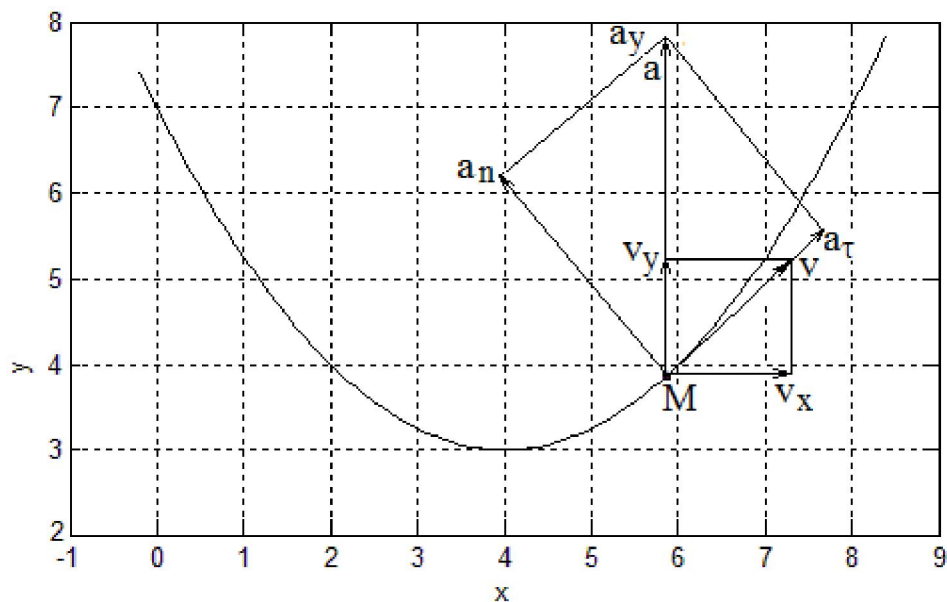


Рис. 1

Вычислим проекции скорости и ускорения точки на оси координат v_x , v_y , a_x , a_y , дифференцируя по времени уравнения движения (1):

$$v_x(t) = \dot{x} = 2 \text{ м/с}, \quad v_y(t) = \dot{y} = 2t, \quad v_y(0,9) = 1,8 \text{ м/с},$$

$$a_x = \ddot{x} = 0, \quad a_y = \ddot{y} = 2 \text{ м/с}^2.$$

По найденным проекциям определяются модуль скорости:

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = 2,69 \text{ м/с}$$

и модуль ускорения точки вычисляется по формуле:

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = 2 \text{ м/с}^2.$$

Касательное ускорение точки

$$a_\tau = \frac{dv}{dt} = \frac{(v_x a_x + v_y a_y)}{v} = 1,34 \text{ м/с}^2.$$

Полученный знак $+$ означает, что движение точки ускоренное, направления $\vec{a}_\tau$ и $\vec{v}$ совпадают.

Модуль нормального ускорения точки определяется по формуле:

$$a_n = \sqrt{a^2 - a_\tau^2} = 1,49 \text{ м/с}^2.$$

После того, как найдено нормальное ускорение, радиус кривизны траектории в рассматриваемой точке определяется из выражения:

$$\rho = v^2 / a_n = 4,87 \text{ м}.$$

На рисунке показано положение точки М в заданный момент времени. Вектор $\bar{v}$ строим по составляющим $\bar{v}_x$ и $\bar{v}_y$, причём этот вектор должен по направлению совпадать с касательной к траектории. Вектор $\bar{a}$ строим по составляющим $\bar{a}_x$ и $\bar{a}_y$ и затем раскладываем на составляющие $\bar{a}_\tau$ и $\bar{a}_n$. Совпадение величин a_τ и a_n , найденных из чертежа, с их значениями, полученными аналитически, служит контролем правильности решения.

Данные к задачам

Таблица 1

Второе число шифра	a	b	c	d
1	1	2	3	4
2	4	1	2	3
3	3	4	1	2
4	2	3	4	1
5	3	2	1	4

Примечание. Единицы измерения параметров в табл. 1 соответствуют единицам измерения уравнений движения, заданных в табл. 2.

Таблица 2

Первое число шифра	Функции движения, м		t_1, c
	$x(t)$	$y(t)$	
1	$at^2 + b$	$ct + d$	3/4
2	$b \cos(\pi t/2) + a$	$c + d \sin(\pi t/2)$	1
3	$d \sin(\pi t) + a$	$b \cos(\pi t) + c$	1/3
4	$at + b$	$c \sin(\pi t/10) + d$	2
5	$c \sin(\pi t/10) + b$	$at + d$	2
6	$a \cos(\pi t/4) + b$	$c \sin(\pi t/4) + d$	3/2
7	$dt^2 + c$	$a + bt$	1/2
8	$a \cos(\pi t/3) + c$	$d \sin(\pi t/3) + b$	1
9	$b \cos(\pi t/2) + c$	$a \sin(\pi t/2) + d$	3/2
10	$a \cos^2(\pi t) + d$	$b \sin(\pi t) + c$	1/3
11	$b \cos(\pi t/6) + c$	$d \sin^2(\pi t/6) + a$	1
12	$dt + a$	$bt^2 + c$	1/2
13	$b \sin^2(\pi t/8) + a$	$d \cos(\pi t/8) + c$	1/3
14	$ct + a$	$dt^2 + b$	1
15	$c \sin^2(\pi t/6) + d$	$b \cos(\pi t/6) + a$	2

16	$a \sin(\pi t/8) + b$	$c \cos^2(\pi t/8) + d$	1
17	$c \sin(\pi t/6) + d$	$c \cos(\pi t/6) + b$	1
18	$d + bt^2$	$c + at$	1
19	$a \sin(\pi t/6) + c$	$d \cos(\pi t/6) + b$	3/2
20	$a + ct^2$	$b + dt$	1
21	$d \cos(\pi t/6) + a$	$d \sin(\pi t/6) + c$	1
22	$b \cos(\pi t/3) + a$	$d \sin^2(\pi t/3) + c$	1
23	$dt + b$	$c + at^2$	3/2
24	$c \sin^2(\pi t/6) + b$	$a \cos(\pi t/6) + d$	2
25	$bt - a$	$d - ct^2$	3/2
26	$d \cos^2(\pi t/10) + b$	$c \sin(\pi t/10) + a$	1
27	$a + bt$	$c + at^2$	1/2
28	$b \sin(\pi t/4) + d$	$a \cos(\pi t/4) + c$	1/2
29	$a \cos(\pi t/4) + c$	$a \sin(\pi t/4) + d$	1
30	$a \sin(\pi t/3) + b$	$c \cos(\pi t/3) + d$	1