

**ЛИНЕЙНЫЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ЦЕПИ
ПОСТОЯННОГО И СИНУСОИДАЛЬНОГО ТОКА**

ОМСК 2015

Министерство транспорта Российской Федерации
Федеральное агентство железнодорожного транспорта
Омский государственный университет путей сообщения

ЛИНЕЙНЫЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ЦЕПИ
ПОСТОЯННОГО И СИНУСОИДАЛЬНОГО ТОКА

Учебное пособие

Омск 2015

УДК 621.3(075.8)
ББК 31.211я73
Т96

Тэттэр А. Ю. **Линейные электрические цепи постоянного и синусоидального тока:** Учебное пособие / А. Ю. Тэттэр, А. Г. Зверев, Т. В. Ковалева, Н. В. Пашкова; Омский гос. ун-т путей сообщения. Омск, 2015. 69 с.

В учебном пособии рассмотрены вопросы раздела «Линейные электрические цепи постоянного и синусоидального тока» дисциплин «Теоретические основы электротехники», «Электротехника и электроника» и «Общая электротехника и электроника», приведены задания на контрольные работы и рекомендации по их выполнению, примеры решения типовых и тестовых задач, лабораторный практикум с использованием моделирования в Multisim.

Предназначено для студентов, обучающихся по специальностям «Системы обеспечения движения поездов», «Подвижной состав железных дорог», «Эксплуатация железных дорог» и направлениям подготовки бакалавров «Управление в технических системах», «Электроэнергетика и электротехника», «Информационные системы и технологии» всех форм обучения, в том числе с использованием дистанционных образовательных технологий.

Библиогр.: 8 назв. Табл. 5. Рис. 74.

Рецензенты: доктор техн. наук, профессор В. Н. Горюнов;
доктор техн. наук, профессор В. В. Харламов;
канд. техн. наук, доцент А. А. Руппель.

ISBN 978-5-949-41116-2

ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение.....	5
1. Вопросы раздела «Линейные электрические цепи постоянного и синусоидального тока»	6
1.1. Цепи постоянного тока	6
1.2. Цепи синусоидального тока	6
2. Контрольные работы.....	6
2.1. Контрольная работа 1. Расчет цепи постоянного тока с одним источником энергии	6
2.1.1. Пример выполнения контрольной работы 1	6
2.1.2. Задание на контрольную работу 1	11
2.2. Контрольная работа 2. Расчет цепи постоянного тока с несколькими источниками энергии	15
2.2.1. Пример выполнения контрольной работы 2	15
2.2.2. Задание на контрольную работу 2	22
2.3. Контрольная работа 3. Расчет цепи синусоидального тока	26
2.3.1. Пример выполнения контрольной работы 3	26
2.3.2. Задание на контрольную работу 3	33
2.4. Контрольная работа 4. Исследование явления резонансов.....	35
2.4.1. Примеры выполнения контрольной работы 4	35
2.4.2. Задание на контрольную работу 4	41
3. Использование Multisim для моделирования электрических цепей.....	48
3.1. Составление электрических схем	48
3.2. Модели индикаторных и контрольно-измерительных приборов	53
3.3. Моделирование и сохранение результатов	54
4. Лабораторный практикум.....	55
4.1. Лабораторная работа 1. Моделирование и расчет цепей постоянного тока.....	55
4.2. Лабораторная работа 2. Исследование линейных электрических цепей при синусоидальном входном напряжении	58
5. Примеры тестовых задач	60
Заключение	67
Библиографический список.....	67

ВВЕДЕНИЕ

Основные законы и методы расчета линейных электрических цепей широко используются в ряде специальных дисциплин при подготовке инженеров по электротехническим специальностям.

Настоящее учебное пособие посвящено теоретическому и экспериментальному исследованию электромагнитных процессов в линейных электрических цепях с источниками постоянного и синусоидального напряжения и тока, ознакомлению с основными понятиями и фундаментальными законами, а также с методами расчета линейных электрических цепей. Целью учебного пособия является оказание помощи студентам в их самостоятельной работе при выполнении расчетных и лабораторных работ, а также на практических занятиях.

В учебном пособии после перечня вопросов раздела «Линейные электрические цепи постоянного и синусоидального тока» изучаемых дисциплин следуют задания на контрольные работы и примеры их выполнения, а затем – лабораторный практикум с использованием программы Multisim для моделирования электрических цепей. В завершение приведены примеры тестовых задач по различным разделам.

Раздел «Цепи постоянного тока», в котором рассматриваются методы расчета разветвленных цепей, определение входных сопротивлений, применение законов Ома и Кирхгофа, составление баланса мощностей, содержит контрольные работы № 1 и 2.

Раздел «Цепи синусоидального тока», содержащий вопросы применения символического метода расчета и построения векторных диаграмм, анализа цепей при наличии индуктивной связи между катушками и в условиях резонанса, включает в себя контрольные работы № 3 и 4.

В каждом задании на контрольную работу указан путь выбора варианта.

В лабораторном практикуме предложено виртуальное экспериментальное исследование цепей постоянного и синусоидального тока.

При выполнении контрольных работ и отчетов по лабораторному практикуму необходимо соблюдать требования стандартов по оформлению.

1. ВОПРОСЫ РАЗДЕЛА «ЛИНЕЙНЫЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ЦЕПИ ПОСТОЯННОГО И СИНУСОИДАЛЬНОГО ТОКА»

1.1. Цепи постоянного тока

Электрическая цепь и ее элементы. Источники напряжения и тока. Закон Ома для участка электрической цепи. Мощность, энергия. Законы Кирхгофа для электрических цепей. Баланс мощностей. Потенциальная диаграмма. Методы контурных токов и узловых потенциалов. Принцип наложения. Преобразование треугольника в звезду и звезды в треугольник. Метод эквивалентного двухполюсника.

1.2. Цепи синусоидального тока

Синусоидальные напряжение и ток. Элементы r , L , C в цепях синусоидального тока. Действующие и средние значения синусоидальных напряжения и тока. Мгновенная активная, реактивная и полная мощность. Комплексный метод расчета цепей синусоидального тока. Законы Ома и Кирхгофа в комплексной форме. Расчет разветвленных цепей синусоидального тока. Векторные диаграммы тока и напряжения. Цепи с взаимными индуктивностями. Согласное и встречное включение катушек. Расчет разветвленных цепей с магнитными связями. Воздушный трансформатор. Резонансные явления в электрических цепях. Резонансы напряжения и тока в разветвленных цепях.

2. КОНТРОЛЬНЫЕ РАБОТЫ

2.1. Контрольная работа 1. Расчет цепи постоянного тока с одним источником энергии

2.1.1. Пример выполнения контрольной работы 1

Необходимо определить эквивалентное сопротивление r_{ab} , ток ветвей и напряжение U_{ac} для схемы, изображенной на рис. 1.

Дано: $E = 200 \text{ В}$; $r_1 = 50 \text{ Ом}$; $r_2 = 5 \text{ Ом}$; $r_3 = 20 \text{ Ом}$; $r_4 = 50 \text{ Ом}$;
 $r_5 = 10 \text{ Ом}$; $r_6 = 40 \text{ Ом}$; $r_7 = 80 \text{ Ом}$; $r_8 = 20 \text{ Ом}$; $r_9 = 40 \text{ Ом}$; $r_{10} = 20 \text{ Ом}$.

Решение задачи.

Определение входного сопротивления $r_{ав}$.

Для начала преобразуем участок cf с последовательным соединением элементов r_8 и r_9 , заменив их суммарным сопротивлением r_{11} (рис. 2), которое определяется по выражению:

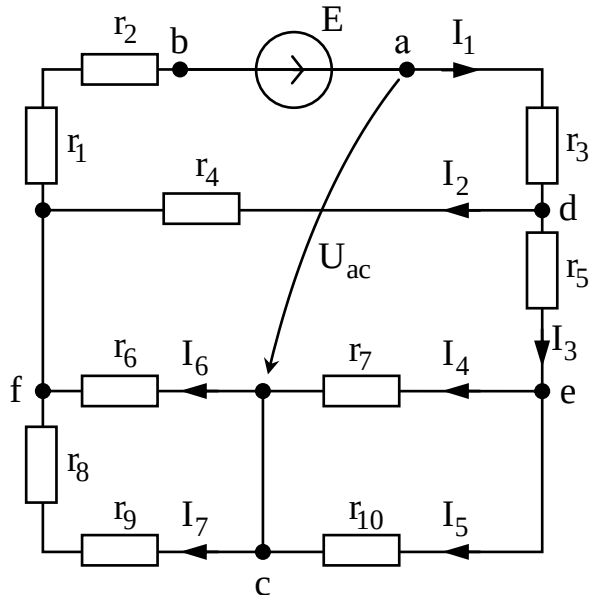


Рис. 1. Расчетная схема для примера выполнения контрольной работы 1

$$r_{11} = r_8 + r_9; \quad (1)$$

$$r_{11} = 20 + 40 = 60 \text{ Ом.}$$

В схеме, приведенной на рис. 2, два участка – cf и ec – содержат сопротивления, соединенные параллельно. Преобразуем схему, заменив сопротивления r_6 и r_{11} эквивалентным сопротивлением r_{12} , а r_7 и r_{10} – сопротивлением r_{13} (рис. 3). Значения сопротивлений определим следующим образом:

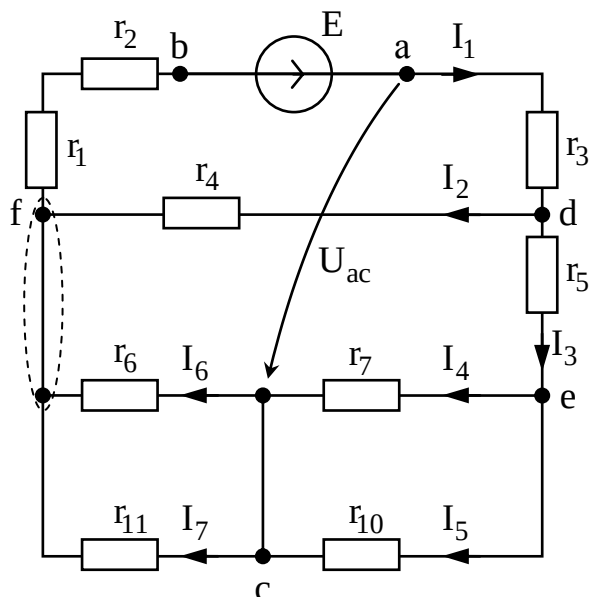


Рис. 2. Расчетная схема после первого этапа преобразования

$$r_{12} = \frac{r_6 r_{11}}{r_6 + r_{11}}; \quad (2)$$

$$r_{12} = \frac{40 \cdot 60}{40 + 60} = 24 \text{ Ом.}$$

$$r_{13} = \frac{r_7 r_{10}}{r_7 + r_{10}}; \quad (3)$$

$$r_{13} = \frac{80 \cdot 20}{80 + 20} = 16 \text{ Ом.}$$

Участок fd схемы, изображенной на рис. 3, содержит три последовательно соединенных сопротивления –

r_{12} , r_{13} и r_5 . Заменим их одним эквивалентным r_{14} (рис. 4), которое рассчитывается по выражению:

$$r_{14} = r_{12} + r_{13} + r_5; \quad (4)$$

$$r_{14} = 24 + 16 + 10 = 50 \text{ Ом.}$$

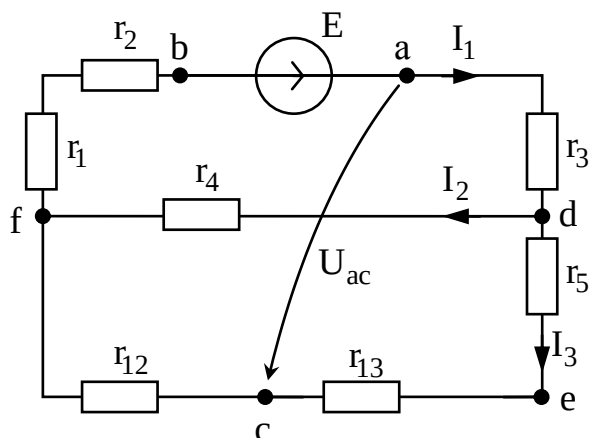


Рис. 3. Расчетная схема после второго этапа преобразования

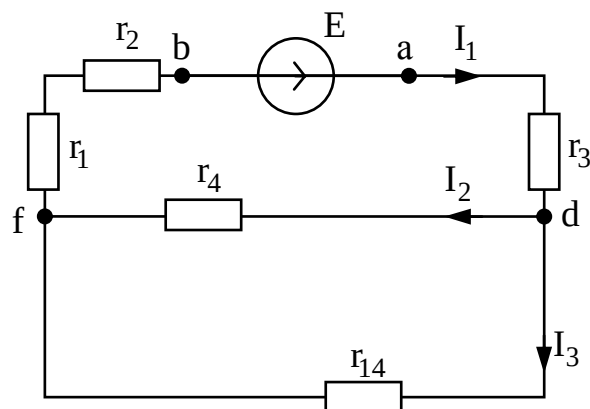


Рис. 4. Расчетная схема после третьего этапа преобразования

Две параллельных ветви, содержащие сопротивления r_4 и r_{14} , заменим одной, содержащей r_{15} (рис. 5). Сопротивление r_{15} определяется по выражению:

$$r_{15} = \frac{r_4 r_{14}}{r_4 + r_{14}}; \quad (5)$$

$$r_{15} = \frac{50 \cdot 50}{50 + 50} = 25 \text{ Ом.}$$

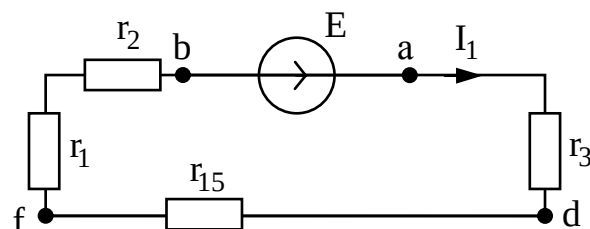


Рис. 5. Одноконтурная расчетная схема

Входное (эквивалентное) сопротивление цепи r_{ab} относительно источника ЭДС E определим, осуществив последнее преобразование: заменим четыре последовательно соединенных сопротивления r_1 , r_2 , r_3 и r_{15} одноконтурной схемы (см. рис. 5) одним эквивалентным r_{ab} (рис. 6). Расчет сопротивления r_{ab} проведем по выражению:

$$r_{ab} = r_1 + r_2 + r_3 + r_{15}; \quad (6)$$

$$r_{ab} = 50 + 5 + 20 + 25 = 100 \text{ Ом.}$$

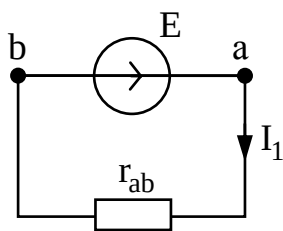


Рис. 6. Расчетная схема для определения входного тока

Определение тока ветвей.

Входной ток I_1 определяется по закону Ома в соответствии с расчетной схемой, изображенной на рис. 6:

$$I_1 = \frac{E}{r_{ab}}; \quad (7)$$

$$I_1 = \frac{200}{100} = 2 \text{ A.}$$

Для определения остальных значений тока ветвей необходимы значения напряжения, приложенного к ветвям, и сопротивления этих ветвей.

Токи I_2 и I_3 протекают по ветвям, расположенным между узлами d и f (см. рис. 4). Напряжение, приложенное к указанным ветвям, обозначим U_{df} . В соответствии с законом Ома токи I_2 и I_3 рассчитываются по выражениям:

$$I_2 = \frac{U_{df}}{r_4}; \quad (8)$$

$$I_3 = \frac{U_{df}}{r_{14}}. \quad (9)$$

Из анализа схемы, изображенной на рис. 5, получим, что напряжение U_{df} представляет собой падение напряжения на сопротивлении r_{15} при протекании через него тока I_1 . Поэтому определим значение U_{df} по формуле:

$$U_{df} = I_1 r_{15}; \quad (10)$$

$$U_{df} = 2 \cdot 25 = 50 \text{ B.}$$

Тогда расчет токов по выражениям (8) и (9) даст следующие результаты:

$$I_2 = \frac{50}{50} = 1 \text{ A}; \quad I_3 = \frac{50}{50} = 1 \text{ A.}$$

Для определения I_4 и I_5 необходимо знать напряжение U_{ec} , а токов I_6 и I_7 – напряжение U_{cf} (см. рис. 2). Значения тока определяются в соответствии с законом Ома по следующим выражениям:

$$I_4 = \frac{U_{ec}}{r_7}; \quad (11)$$

$$I_5 = \frac{U_{ec}}{r_{10}}; \quad (12)$$

$$I_6 = \frac{U_{cf}}{r_6}; \quad (13)$$

$$I_7 = \frac{U_{cf}}{r_{11}}. \quad (14)$$

Напряжения U_{ec} и U_{cf} определим из анализа схемы, изображенной на рис. 3, как падения напряжения на соответствующих сопротивлениях:

$$U_{ec} = I_3 r_{13}; \quad (15)$$

$$U_{ec} = 1 \cdot 16 = 16 \text{ В};$$

$$U_{cf} = I_3 r_{12}; \quad (16)$$

$$U_{cf} = 1 \cdot 24 = 24 \text{ В}.$$

Тогда расчет токов по выражениям (11) – (14) даст следующие результаты: $I_4 = \frac{16}{80} = 0,2 \text{ А}$; $I_5 = \frac{16}{20} = 0,8 \text{ А}$; $I_6 = \frac{24}{40} = 0,6 \text{ А}$; $I_7 = \frac{24}{60} = 0,4 \text{ А}$.

Определение напряжения U_{ac} .

Напряжение U_{ac} определим через потенциалы точек. Примем потенциал какой-либо точки, например c , равным нулю. Пройдем от точки c к точке a по схеме любым путем, например, через сопротивления r_7 , r_5 и r_3 . На этом пути следующей будет точка e . Ее потенциал φ_e отличается от потенциала точки c на величину падения напряжения на сопротивлении r_7 от тока I_4 .

Ток в сопротивлении протекает от большего потенциала к меньшему, поэтому потенциал точки e будет больше потенциала точки c и определится по выражению:

$$\varphi_e = \varphi_c + I_4 r_7; \quad (17)$$

$$\varphi_e = 0 + 0,2 \cdot 80 = 16 \text{ В.}$$

Далее определяем потенциал точки d , который, по аналогии с предыдущими рассуждениями, будет больше потенциала точки e на величину падения напряжения на сопротивлении r_5 от тока I_3 и определится следующим образом:

$$\varphi_d = \varphi_e + I_3 r_5; \quad (18)$$

$$\varphi_d = 16 + 1 \cdot 10 = 26 \text{ В.}$$

Аналогично определим потенциал точки a :

$$\varphi_a = \varphi_d + I_1 r_3; \quad (19)$$

$$\varphi_a = 26 + 2 \cdot 20 = 66 \text{ В.}$$

Напряжение U_{ac} является разностью потенциалов точек a и c :

$$U_{ac} = \varphi_a - \varphi_c; \quad (20)$$

$$U_{ac} = 66 - 0 = 66 \text{ В.}$$

2.1.2. Задание на контрольную работу 1

Индивидуальные расчетные схемы приведены на рис. 7. Значения ЭДС заданы в вольтах, сопротивлений – в омах.

Номер варианта V студенты выбирают по формуле:

$$V = MN - P, \quad (21)$$

где MN – две последние цифры шифра студента;

P – число ($P = 0$ при $MN = 0 \div 30$; $P = 30$ при $MN = 31 \div 60$; $P = 60$ при $MN = 61 \div 90$; $P = 90$ при $MN = 91 \div 99$). При $MN = 0$ номер варианта $V = 30$.

Пример: шифр студента – 7588: $MN = 88$, $P = 60$, $V = 88 - 60 = 28$.

В контрольной работе необходимо определить эквивалентное сопротивление цепи относительно зажимов источника ЭДС; определить токи ветвей и напряжение $U_{ав}$, используя закон Ома (ответы к задаче по расчету напряжения $U_{ав}$ приведены под схемой на рис. 7).

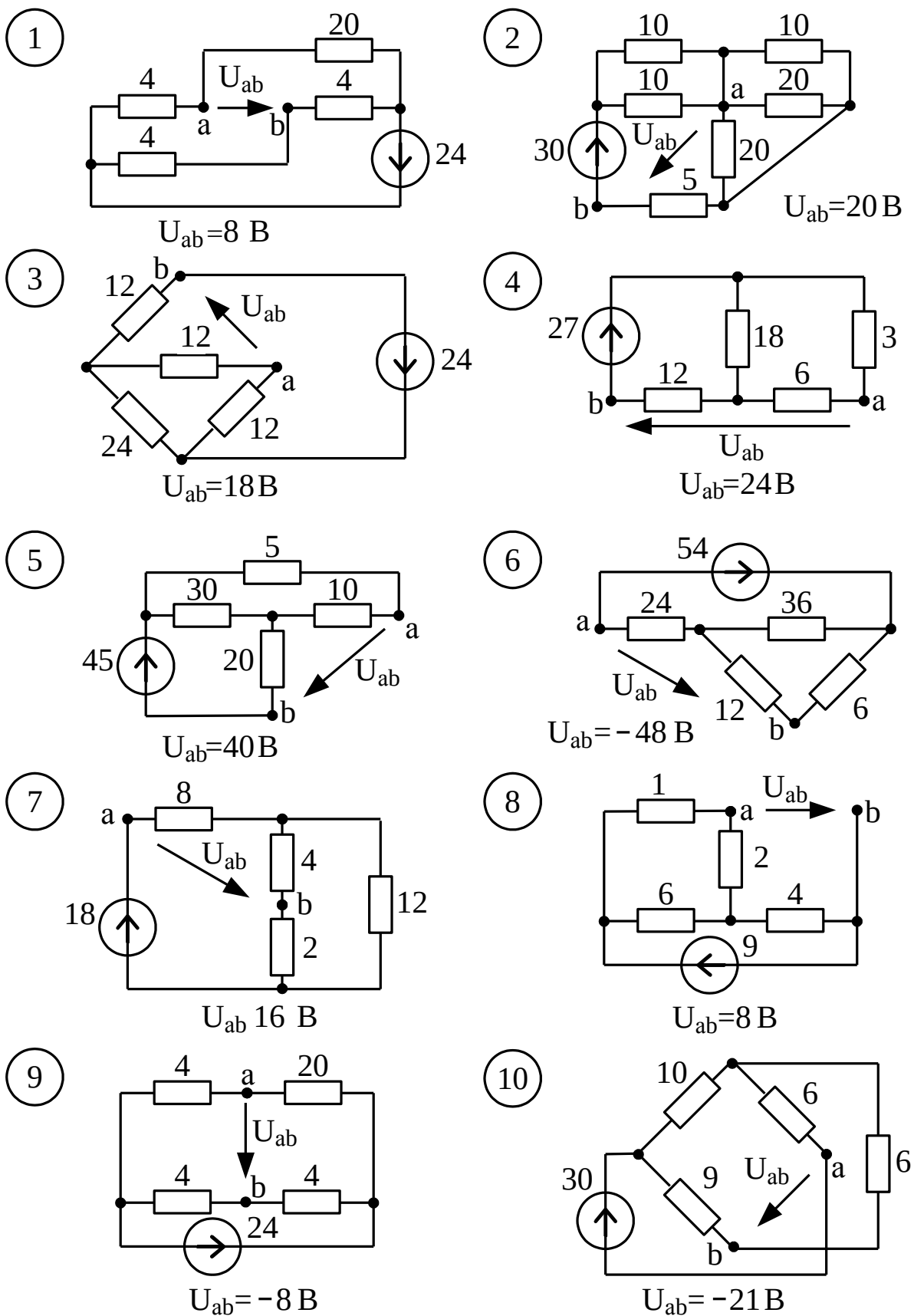


Рис. 7. Схемы для выбора индивидуального задания

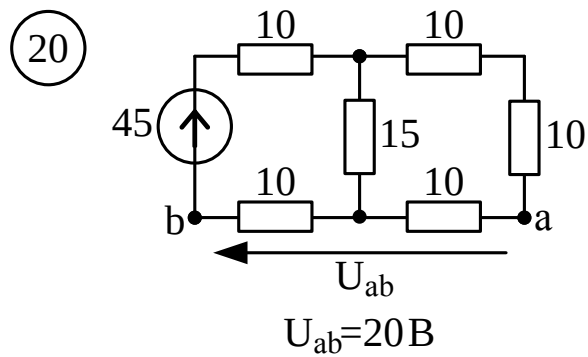
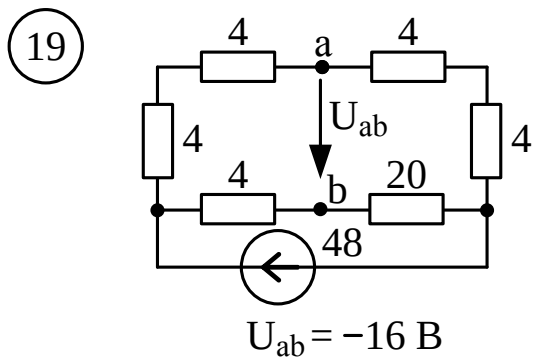
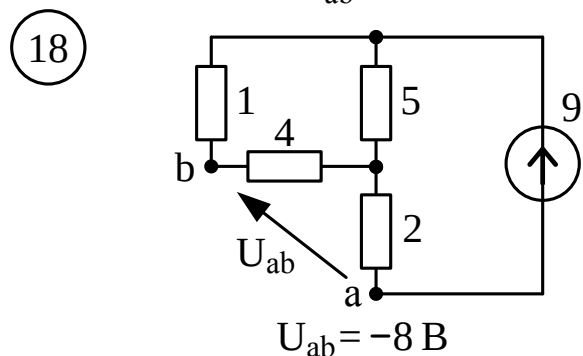
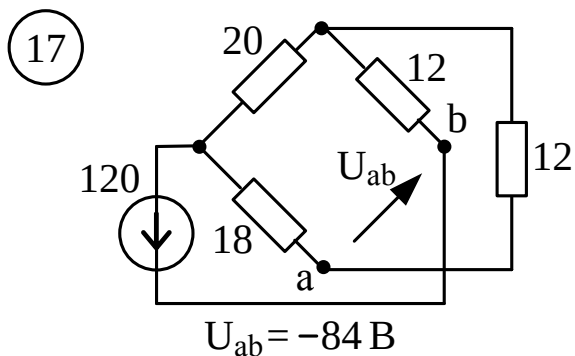
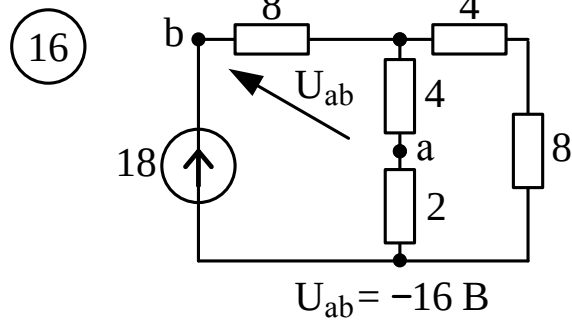
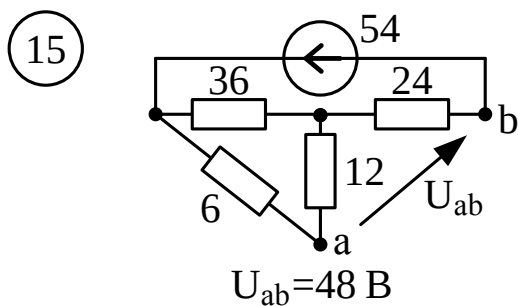
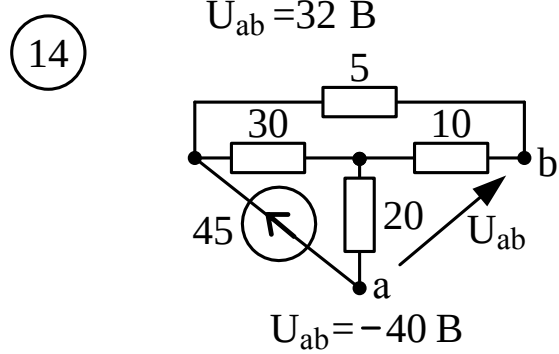
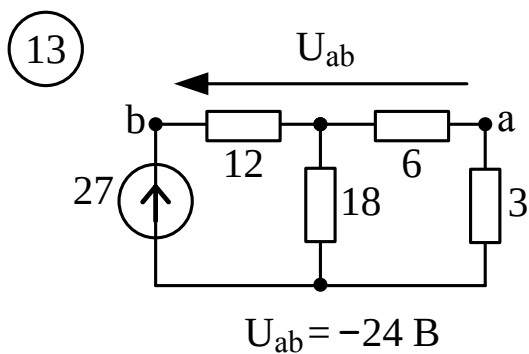
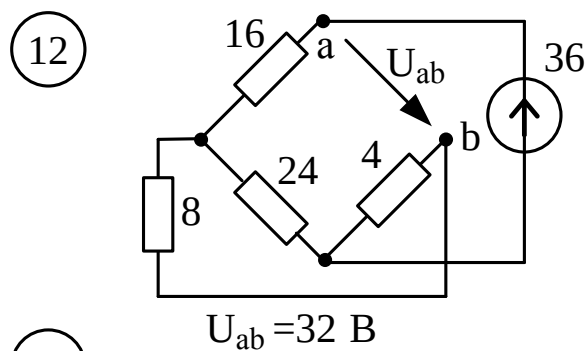
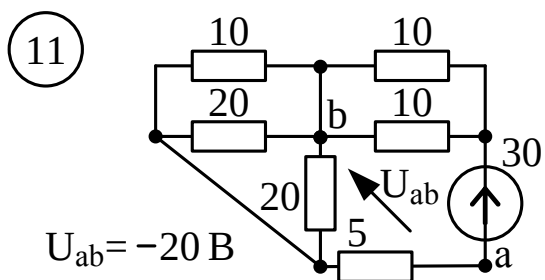


Рис. 7, лист 2

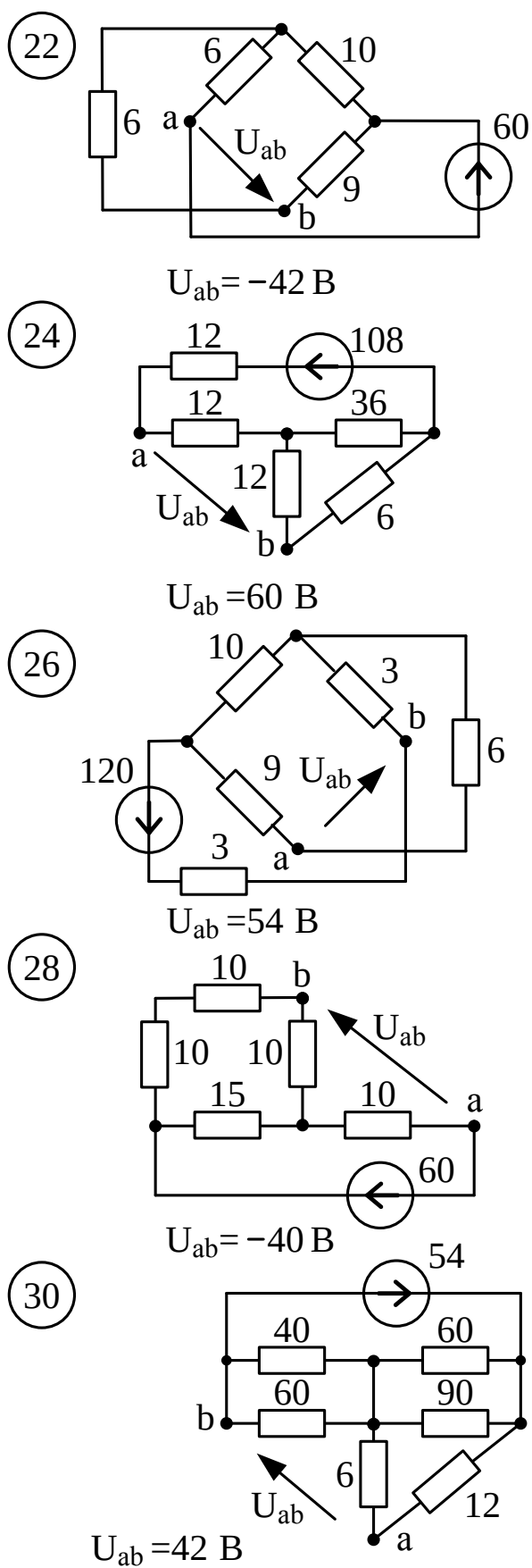
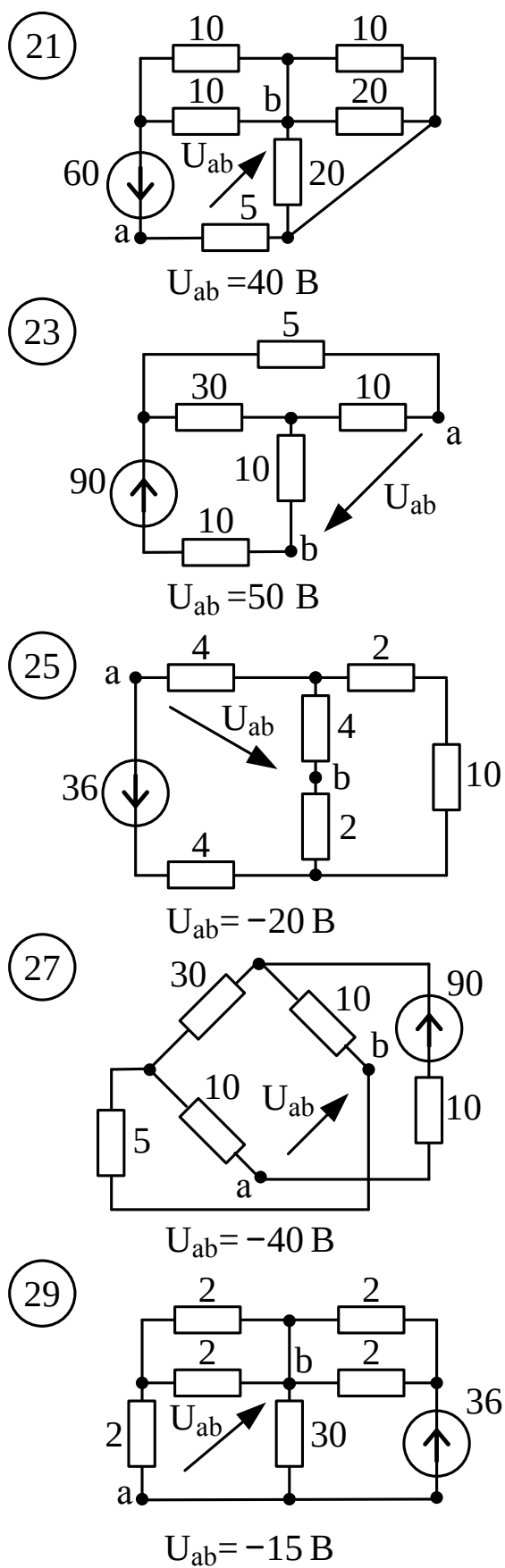


Рис. 7, лист 3

2.2. Контрольная работа 2. Расчет цепи постоянного тока с несколькими источниками энергии

2.2.1. Пример выполнения контрольной работы 2

На примере схемы, приведенной на рис. 8, необходимо:

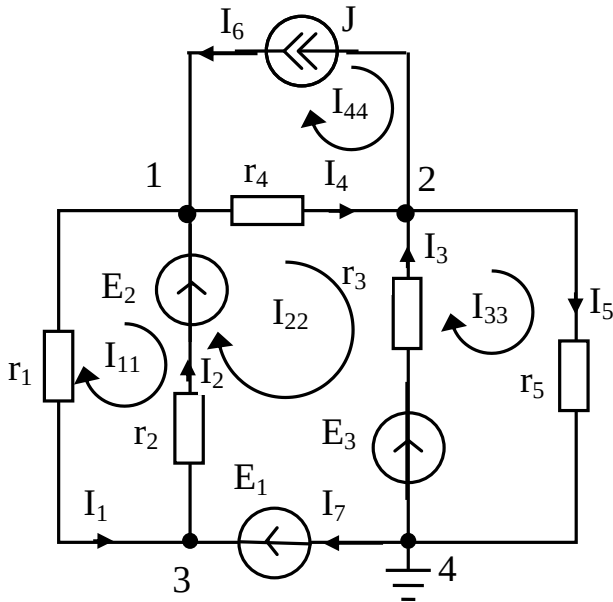


Рис. 8. Расчетная схема для примера выполнения контрольной работы 2

1) определить токи $I_1 - I_7$ методом узловых потенциалов;

2) составить уравнения для определения токов $I_1 - I_7$ методом контурных токов, найти значения токов и сравнить результаты с полученными по методу узловых потенциалов;

3) составить баланс мощностей;

4) составить уравнения по законам Кирхгофа для определения токов $I_1 - I_7$, подставить в уравнения значения токов, найденные по методу узловых потенциалов, убедиться в том, что получаются тождества.

Дано: $r_1 = 10 \text{ Ом}$; $r_2 = 5 \text{ Ом}$;

$r_3 = 10 \text{ Ом}$; $r_4 = 5 \text{ Ом}$; $r_5 = 5 \text{ Ом}$; $E_1 = 10 \text{ В}$; $E_2 = 5 \text{ В}$; $E_3 = 20 \text{ В}$; $J = 6 \text{ А}$.

Решение задачи.

Определение токов методом узловых потенциалов.

Ветвь между узлами 3 и 4 содержит идеальный источник ЭДС E_1 с нулевым внутренним сопротивлением. В этом случае за базисный узел (узел с нулевым потенциалом) принимается тот, который принадлежит ветви с идеальным источником ЭДС (узел 3 или 4). Пусть $\varphi_4 = 0$. Тогда потенциал узла 3 определяется выражением:

$$\varphi_3 = \varphi_4 + E_1; \quad (22)$$

$$\varphi_3 = 0 + 10 = 10 \text{ В}.$$

Неизвестными являются потенциалы двух узлов – φ_1 и φ_2 . Достаточно составить систему из двух уравнений, где должны быть учтены связи с потенциалом φ_3 :

$$\begin{cases} G_{11}\varphi_1 + G_{12}\varphi_2 + G_{13}\varphi_3 = I_{11}; \\ G_{21}\varphi_1 + G_{22}\varphi_2 + G_{23}\varphi_3 = I_{22}, \end{cases} \quad (23)$$

где G_{11} и G_{22} – собственная узловая проводимость относительно первого и второго узлов соответственно, которая определяется как арифметическая сумма проводимостей ветвей, сходящихся в данном узле;

$G_{12} = G_{21}$, G_{13} , G_{23} – взятая со знаком «минус» сумма проводимостей ветвей, соединяющих узлы, номера которых указаны в индексах;

I_{11} , I_{22} – задающий ток первого и второго узлов соответственно. Задающий ток равен алгебраической сумме произведений ЭДС на проводимости ветвей, в которых они находятся, и алгебраической сумме токов источников тока, подключенных к данному узлу. Знаки слагаемых: «плюс» – если направление ЭДС (источника тока) к узлу, «минус» – если направление ЭДС (источника тока) от узла.

Произведем расчет проводимости и задающего тока:

$$G_{11} = \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} + \frac{1}{r_4}; \quad G_{11} = 0,1 + 0,2 + 0,2 = 0,5 \text{ См};$$

$$G_{12} = G_{21}; \quad G_{12} = -\frac{1}{r_4} = -0,2 \text{ См};$$

$$G_{13} = -\left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}\right); \quad G_{13} = -0,3 \text{ См}; \quad G_{23} = 0;$$

$$G_{22} = \frac{1}{r_4} + \frac{1}{r_3} + \frac{1}{r_5}; \quad G_{22} = 0,2 + 0,1 + 0,2 = 0,5 \text{ См};$$

$$I_{11} = J + \frac{1}{r_2} E_2; \quad I_{11} = 6 + \frac{5}{5} = 7 \text{ А};$$

$$I_{22} = -J + \frac{1}{r_3} E_3; \quad I_{22} = -6 + \frac{20}{20} = -4 \text{ А}.$$

После подстановки численных значений в систему уравнений (23) получаем:

$$\begin{cases} 0,5\varphi_1 - 0,2\varphi_2 - 0,3 \cdot 10 = 7; \\ -0,2\varphi_1 + 0,5\varphi_2 = -4. \end{cases} \quad (24)$$

По правилу Крамера определяем потенциалы узлов:

$$\begin{cases} \varphi_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta}; \\ \varphi_2 = \frac{\Delta_2}{\Delta}, \end{cases} \quad (25)$$

где Δ – основной определитель системы;

Δ_1 и Δ_2 – определители для потенциалов φ_1 и φ_2 соответственно.

$$\Delta = \begin{vmatrix} 0,5 & -0,2 \\ -0,2 & 0,5 \end{vmatrix} = 0,21; \quad \Delta_1 = \begin{vmatrix} 10 & -0,2 \\ -4 & 0,5 \end{vmatrix} = 4,2; \quad \Delta_2 = \begin{vmatrix} 0,5 & 10 \\ -0,2 & -4 \end{vmatrix} = 0;$$

$$\varphi_1 = \frac{4,2}{0,21} = 20 \text{ В}; \quad \varphi_2 = 0 \text{ В}.$$

С учетом известных потенциалов $\varphi_4 = 0$ и $\varphi_3 = E_1$ рассчитываем ток ветвей по закону Ома:

$$\begin{cases} I_1 = \frac{\varphi_1 - \varphi_3}{r_1}; \\ I_2 = \frac{\varphi_3 - \varphi_1 + E_2}{r_2}; \\ I_3 = \frac{\varphi_4 - \varphi_2 + E_3}{r_3}; \\ I_4 = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{r_4}; \\ I_5 = \frac{\varphi_2 - \varphi_4}{r_4}. \end{cases} \quad (26)$$

После подстановки в выражение (26) численных значений получим:

$$I_1 = \frac{20-10}{10} = 1 \text{ A}; \quad I_2 = \frac{10-20+5}{5} = -1 \text{ A}; \quad I_3 = \frac{0-0+20}{10} = 2 \text{ A};$$

$$I_4 = \frac{20-0}{5} = 4 \text{ A}; \quad I_5 = \frac{0-0}{5} = 0 \text{ A}.$$

Ток I_6 в ветви с источником тока известен и равен току источника тока:
 $I_6 = J = 6 \text{ A}$.

Ток I_7 в ветви с идеальным источником ЭДС находим по первому закону Кирхгофа:

$$I_7 = I_5 - I_3; \quad (27)$$

$$I_7 = 0 - 2 = -2 \text{ A}.$$

Определение тока ветвей методом контурных токов.

Схема содержит четыре независимых контура. Выберем произвольное направление контурных токов (см. рис. 8). Если цепь содержит источник тока, то контуры выбираются таким образом, чтобы только один контурный ток протекал через источник тока (I_{44}). В этом случае $I_{44} = -J$ (знак «-» обусловлен тем, что ток I_{44} и J направлены встречно).

Число уравнений, составленных по методу контурных токов, равно числу неизвестных контурных токов, т. е. трем. Уравнение для тока I_{44} не составляется.

В общем виде система уравнений относительно трех неизвестных контурных токов имеет вид:

$$\begin{cases} r_{11}I_{11} + r_{12}I_{22} + r_{13}I_{33} + r_{14}I_{44} = E_{11}; \\ r_{21}I_{11} + r_{22}I_{22} + r_{23}I_{33} + r_{24}I_{44} = E_{22}; \\ r_{31}I_{11} + r_{32}I_{22} + r_{33}I_{33} + r_{34}I_{44} = E_{33}, \end{cases} \quad (28)$$

где r_{11} , r_{22} и r_{33} – собственные сопротивления соответствующих контуров, каждое из которых равно арифметической сумме сопротивлений, входящих в данный контур;

$r_{12} = r_{21}$, $r_{13} = r_{31}$, $r_{23} = r_{32}$, r_{14} , r_{24} и r_{34} – взаимное сопротивление между контурами, равное сумме сопротивлений ветвей, общих для контуров, номера ко-

торых указаны в индексе. Взаимное сопротивление учитывается со знаком «плюс», если контурные токи в нем направлены одинаково, со знаком «минус», если контурные токи направлены встречно. Если контуры не имеют общей ветви, то взаимное сопротивление равно нулю;

E_{11} , E_{22} и E_{33} – контурные ЭДС, каждая из которых равна алгебраической сумме ЭДС данного контура. ЭДС берется со знаком «плюс», если ее направление совпадает с направлением контурного тока, если не совпадает – со знаком «минус».

Произведем расчет сопротивлений и контурных ЭДС:

$$r_{11} = r_1 + r_2; \quad r_{11} = 10 + 5 = 15 \text{ Ом}; \quad r_{12} = -r_2; \quad r_{12} = -5 \text{ Ом};$$

$$r_{13} = 0; \quad r_{14} = 0; \quad r_{21} = r_{12} = -r_2; \quad r_{21} = -5 \text{ Ом};$$

$$r_{22} = r_2 + r_3 + r_4; \quad r_{22} = 5 + 10 + 5 = 20 \text{ Ом};$$

$$r_{23} = -r_3; \quad r_{23} = -10 \text{ Ом}; \quad r_{24} = -r_4; \quad r_{24} = -5 \text{ Ом};$$

$$r_{31} = r_{13} = 0; \quad r_{32} = r_{23} = -r_3; \quad r_{32} = -10 \text{ Ом};$$

$$r_{33} = r_3 + r_5; \quad r_{33} = 10 + 5 = 15 \text{ Ом}; \quad r_{34} = 0;$$

$$E_{11} = -E_2; \quad E_{11} = -5 \text{ В};$$

$$E_{22} = E_1 + E_2 - E_3; \quad E_{22} = 10 + 5 - 20 = -5 \text{ В};$$

$$E_{33} = E_3; \quad E_{33} = 20 \text{ В}.$$

После подстановки численных значений система уравнений (28) принимает вид:

$$\begin{cases} 15I_{11} - 5I_{22} + 0I_{33} = -5; \\ -5I_{11} + 20I_{22} - 10I_{33} - 5(-6) = -5; \\ 0I_{11} - 10I_{22} + 15I_{33} = 20. \end{cases} \quad (29)$$

По правилу Крамера определяем контурные токи:

$$\begin{cases} I_{11} = \frac{\Delta_1}{\Delta}; \\ I_{22} = \frac{\Delta_2}{\Delta}; \\ I_{33} = \frac{\Delta_3}{\Delta}; \end{cases} \quad (30)$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} 15 & -5 & 0 \\ -5 & 20 & -10 \\ 0 & -10 & 15 \end{vmatrix} = 2625; \quad \Delta_1 = \begin{vmatrix} -5 & -5 & 0 \\ -35 & 20 & -10 \\ 20 & -10 & 15 \end{vmatrix} = -2625;$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} 15 & -5 & 0 \\ -5 & -35 & -10 \\ 0 & 20 & 15 \end{vmatrix} = -5250; \quad \Delta_3 = \begin{vmatrix} 15 & -5 & -5 \\ -5 & 20 & -35 \\ 0 & -10 & 20 \end{vmatrix} = 0;$$

$$I_{11} = -1; \quad I_{22} = -2; \quad I_{33} = 0.$$

В итоге токи ветвей определяются следующим образом:

$$\begin{cases} I_1 = -I_{11}; \\ I_2 = I_{22} - I_{11}; \\ I_3 = I_{33} - I_{22}; \\ I_4 = I_{22} - I_{44}; \\ I_5 = I_{33}; \\ I_6 = -I_{44}; \\ I_7 = I_{22}. \end{cases} \quad (31)$$

Подставим в выражение (31) численные значения и получим:

$$I_1 = -1 \text{ A}; \quad I_2 = -1 \text{ A}; \quad I_3 = 2 \text{ A}; \quad I_4 = 4 \text{ A}; \quad I_5 = 0 \text{ A}; \quad I_6 = 6 \text{ A}; \quad I_7 = -2 \text{ A}.$$

Значения токов должны совпадать со значениями, полученными в результате расчета по методу узловых потенциалов.

Составление баланса мощностей.

Мощность источников определяется выражением:

$$P_{\text{ист}} = \sum_{n=1}^m E_n I_n + \sum_{k=1}^{\ell} J_k U_k, \quad (32)$$

где m – количество источников ЭДС;

ℓ – количество источников тока;

I_n – ток, протекающий по источнику ЭДС E_n ;

U_k – напряжение, приложенное к источнику тока J_k .

Для заданной цепи мощность источников определяется по формуле:

$$P_{\text{ист}} = E_1 I_7 + E_2 I_2 + E_3 I_3 + J U_{12}, \quad (33)$$

где $U_{12} = \varphi_1 - \varphi_2 = R_4 I_4$; $U_{12} = 20 \text{ В}$;

$$P_{\text{ист}} = 10(-2) + 5(-1) + 20 \cdot 2 + 6 \cdot 20 = 135 \text{ Вт.}$$

Мощность потребителей рассчитывается так:

$$P_{\text{потр}} = \sum_{p=1}^s r_p I_p^2, \quad (34)$$

где s – количество сопротивлений в цепи,

I_p – ток, протекающий по сопротивлению r_p .

Для заданной цепи мощность потребителей рассчитывается по выражению:

$$P_{\text{потр}} = r_1 I_1^2 + r_2 I_2^2 + r_3 I_3^2 + r_4 I_4^2 + r_5 I_5^2; \quad (35)$$

$$P_{\text{потр}} = 10 \cdot 1^2 + 5(-1)^2 + 10 \cdot 2^2 + 5 \cdot 4^2 + 5 \cdot 0^2 = 135 \text{ Вт.}$$

Расхождение между значениями мощности источников и потребителей определяется как

$$\Delta P = \frac{|P_{\text{ист}} - P_{\text{потр}}|}{P_{\text{ист}}} \cdot 100 \%. \quad (36)$$

Для данного примера $\Delta P = 0 \%$.

При выполнении задания расхождение между значениями мощности источников и потребителей не должно превышать 1%.

Составление уравнений по законам Кирхгофа.

В схеме шесть неизвестных значений тока, следовательно, необходимо составить шесть уравнений по законам Кирхгофа.

В схеме на рис. 8 четыре узла, поэтому по первому закону Кирхгофа составляем три уравнения (на одно меньше, чем количество узлов); остальные три уравнения составляем по второму закону Кирхгофа, выбирая независимые контуры (для контура с источником тока уравнение не составляется):

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Узел 1:} \quad -I_1 + I_2 - I_4 + I_6 = 0; \\ \text{Узел 2:} \quad I_3 + I_4 - I_5 - I_6 = 0; \\ \text{Узел 3:} \quad I_1 + I_7 - I_2 = 0; \\ \text{Контур 1:} \quad -r_1 I_1 - r_2 I_2 = -E_2; \\ \text{Контур 2:} \quad r_2 I_2 + r_4 I_4 - r_3 I_3 = E_1 + E_2 - E_3; \\ \text{Контур 3:} \quad r_3 I_3 + r_5 I_5 = E_3. \end{array} \right. \quad (37)$$

Подставив в уравнения (37) рассчитанные значения тока, убедимся в том, что получились тождества:

$$\left\{ \begin{array}{ll} \text{Узел 1:} \quad -1 - 1 - 4 + 6 = 0; & 0 = 0; \\ \text{Узел 2:} \quad 2 + 4 - 0 - 6 = 0; & 0 = 0; \\ \text{Узел 3:} \quad 1 - 2 - (-1) = 0; & 0 = 0; \\ \text{Контур 1:} \quad -10 \cdot 1 - 5 \cdot (-1) = -5; & -5 = -5; \\ \text{Контур 2:} \quad 5 \cdot (-1) + 5 \cdot 4 - 10 \cdot 2 = 10 + 5 - 20; & -5 = -5; \\ \text{Контур 3:} \quad 10 \cdot 2 + 5 \cdot 0 = 20; & 20 = 20. \end{array} \right.$$

2.2.2. Задание на контрольную работу 2

В контрольной работе необходимо выполнить те же задания, что и в примере, приведенном в п. 2.2.1.

Индивидуальные расчетные схемы приведены на рис. 9. Номер варианта выбирается в соответствии с формулой (21). ЭДС задана в вольтах, значения сопротивлений – в омах, ток источника тока – в амперах.

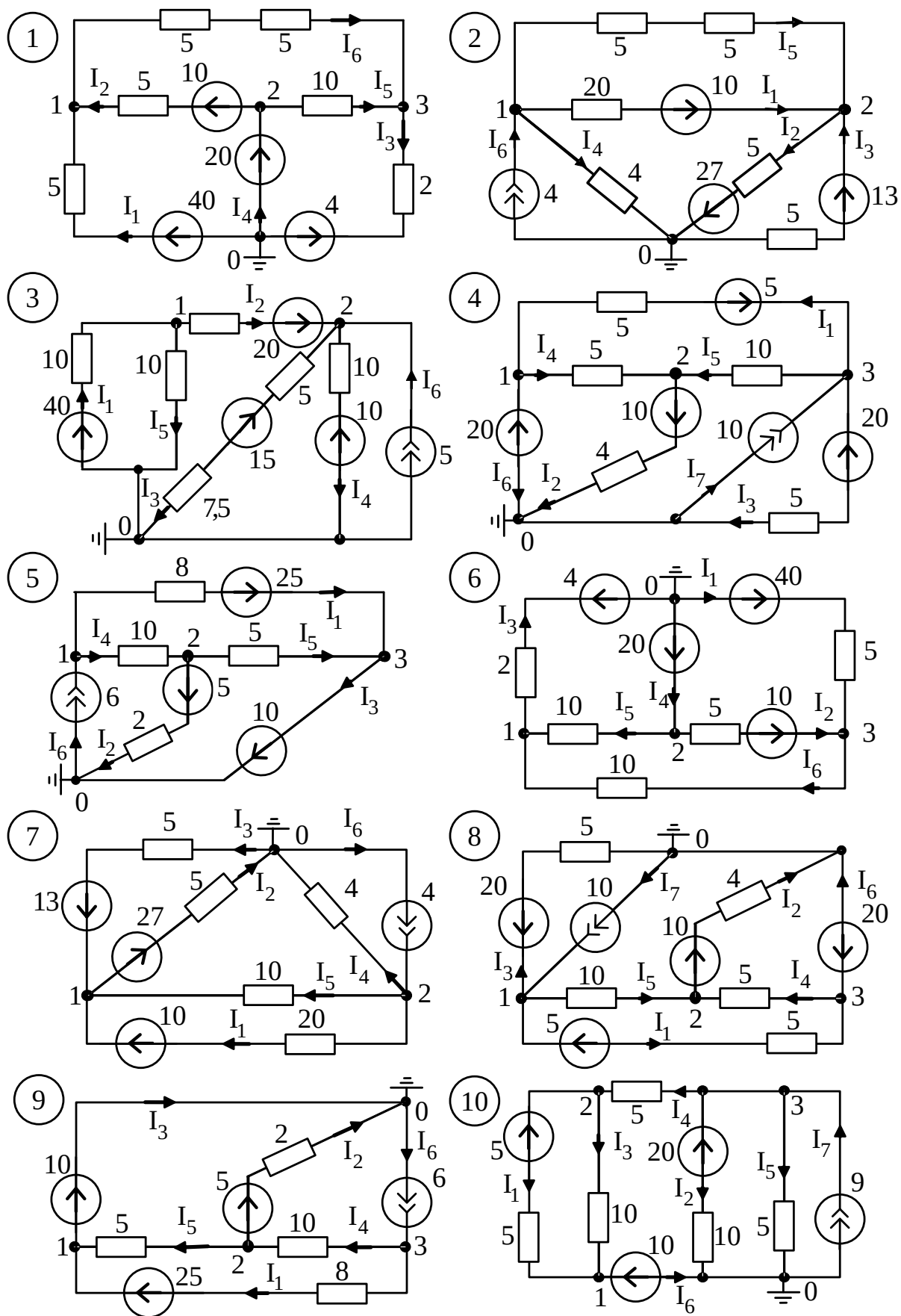


Рис. 9. Схемы для выбора индивидуального задания

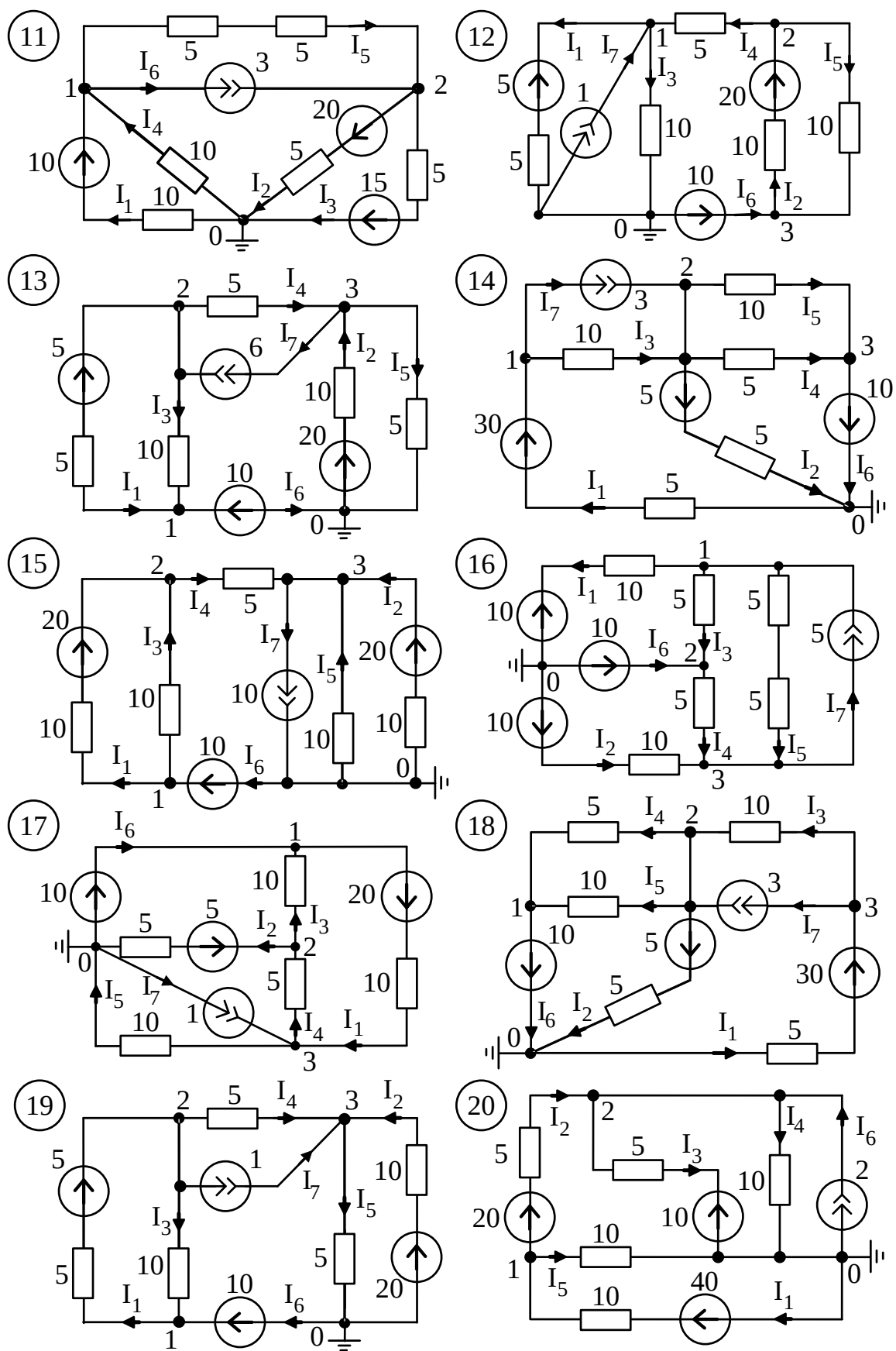


Рис. 9, лист 2

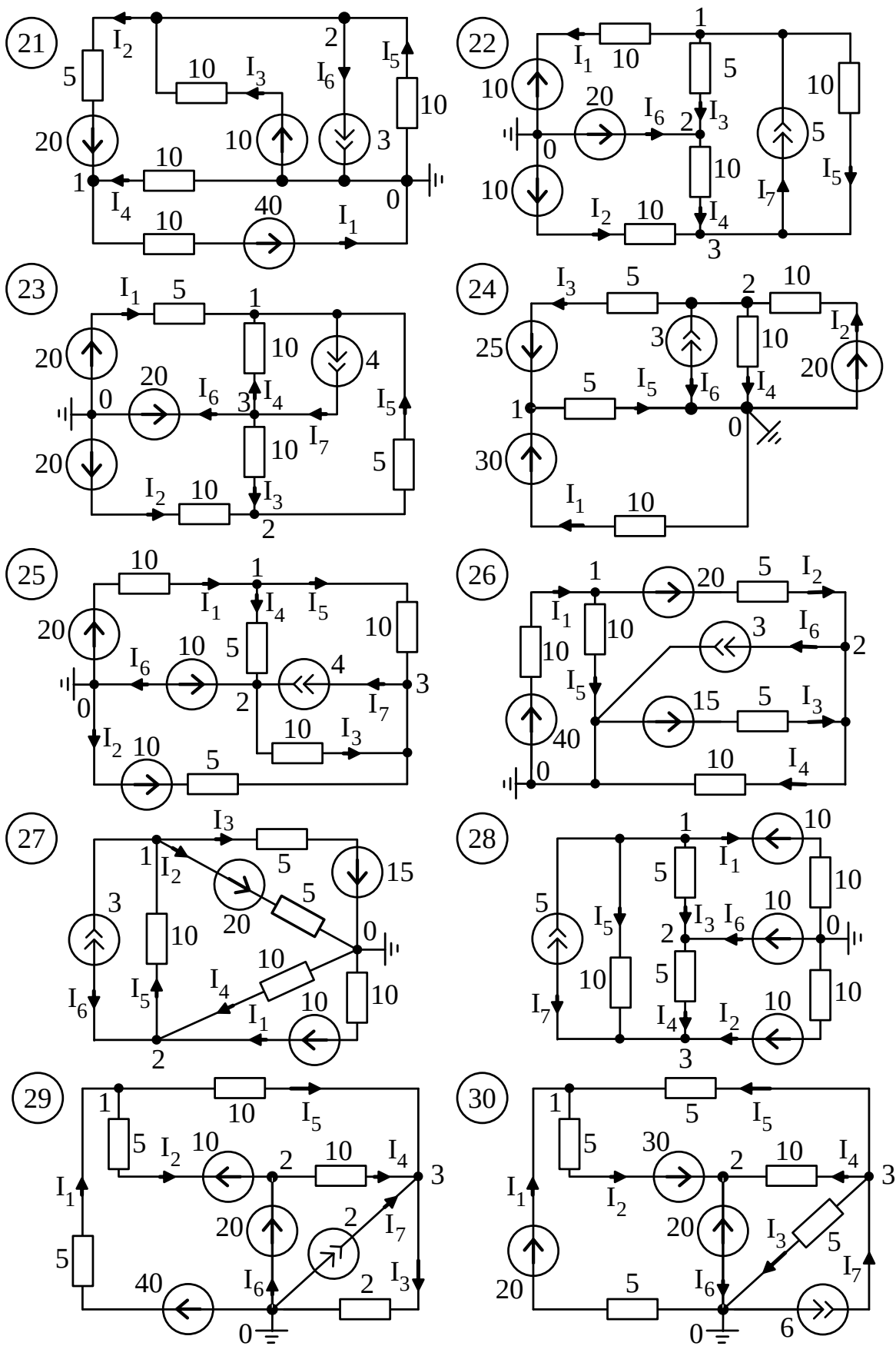


Рис. 9, лист 3

2.3. Контрольная работа 3. Расчет цепи синусоидального тока

2.3.1. Пример выполнения контрольной работы 3

На примере схемы, приведенной на рис. 10, необходимо:

- 1) определить комплексное входное сопротивление;
- 2) рассчитать действующие значения тока во всех ветвях схемы, записать выражения для его мгновенных значений;
- 3) проверить баланс мощностей;
- 4) рассчитать действующие значения напряжения на всех элементах схемы, построить топографическую векторную диаграмму.

Дано: $u(t) = \sqrt{2}U \sin(\omega t + \beta)$; $U = 190$ В; $\beta = -70^\circ$; $f = 80$ Гц; $r_1 = 10$ Ом; $r_2 = 14$ Ом; $r_3 = 17$ Ом; $L_1 = 42$ мГн; $L_3 = 27$ мГн; $C_1 = 134$ мкФ; $C_2 = 115$ мкФ.

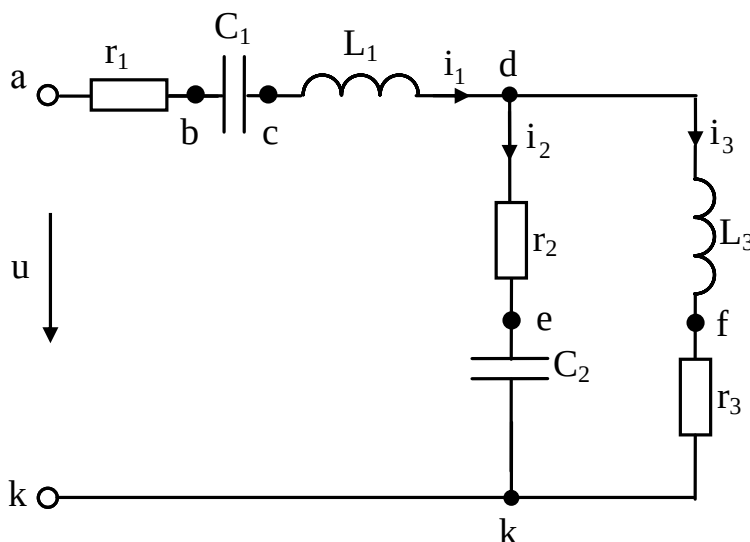


Рис. 10. Расчетная схема для примера выполнения контрольной работы 3

Решение задачи.

Угловая частота $\omega = 2\pi f$ ($\omega = 502,7$ рад/с), тогда приложенное мгновенное напряжение $u = \sqrt{2} \cdot 190 \sin(502,7t - 70^\circ)$, В, а действующее значение напряжения в комплексной форме $\dot{U} = 190 \cdot e^{-j70^\circ}$, В.

Определение комплексного входного сопротивления цепи.

Эквивалентная схема замещения для расчета комплексных сопротивлений ветвей приведена на рис. 11.

Комплексные сопротивления ветвей цепи рассчитываются по формулам, Ом:

$$Z_1 = r_1 - j \frac{1}{\omega C_1} + j\omega L_1; \quad (38)$$

$$Z_1 = 10 - j \frac{1}{502,7 \cdot 134 \cdot 10^{-6}} + j502,7 \cdot 42 \cdot 10^{-3} = \\ = 10 - j14,8 + j21,1 = 10 + j6,3 = 11,8e^{j32,2^\circ} \text{ Ом};$$

$$Z_2 = r_2 - j \frac{1}{\omega C_2}; \quad (39)$$

$$Z_2 = 14 - j \frac{1}{502,7 \cdot 115 \cdot 10^{-6}} = 14 - j17,3 = 22,3 \cdot e^{-j51^\circ} \text{ Ом};$$

$$Z_3 = r_3 + j\omega L_3; \quad (40)$$

$$Z_3 = 17 + j502,7 \cdot 27 \cdot 10^{-3} = 17 + j13,6 = 21,8 \cdot e^{j38,7^\circ} \text{ Ом}.$$

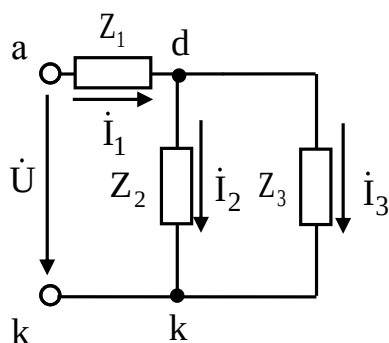


Рис. 11. Эквивалентная схема замещения

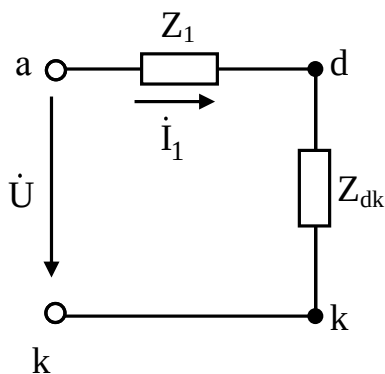


Рис. 12. Эквивалентная одноконтурная схема замещения

Комплексное сопротивление участка параллельного соединения ветвей dk рассчитывается по формуле:

$$Z_{dk} = \frac{Z_2 \cdot Z_3}{Z_2 + Z_3}; \quad (41)$$

$$Z_{dk} = \frac{22,3 \cdot e^{-j51^\circ} \cdot 21,8 \cdot e^{j38,7^\circ}}{14 - j17,3 + 17 + j13,6} = \\ = \frac{486,14 \cdot e^{-j12,3^\circ}}{31 - j3,7} = \frac{486,14 \cdot e^{-j12,3^\circ}}{31,22 \cdot e^{-j6,8^\circ}} = \\ = 15,57 \cdot e^{-j5,5^\circ} = (15,5 - j1,5) \text{ Ом}.$$

Для расчета входного тока I_1 преобразуем схему, представленную на рис. 11, в одноконтурную, изображенную на рис. 12, и определим комплексное входное сопротивление заданной цепи $Z_{вх}$ по формуле:

$$\begin{aligned}
 Z_{\text{BX}} &= Z_1 + Z_{\text{dk}}; \\
 Z_{\text{BX}} &= 15,5 - j1,5 + 10 + j6,3 = \\
 &= 25,5 + j4,8 = 25,95 \cdot e^{j10,66^\circ} \text{ Ом.}
 \end{aligned}
 \tag{42}$$

Расчет тока ветвей.

По закону Ома входной ток

$$\begin{aligned}
 \dot{I}_1 &= \frac{\dot{U}}{Z_{\text{BX}}}; \\
 \dot{I}_1 &= \frac{190 \cdot e^{-j70^\circ}}{25,95 \cdot e^{j10,66^\circ}} = 7,32 \cdot e^{-j80,66^\circ} = (1,19 - j7,22) \text{ А.}
 \end{aligned}
 \tag{43}$$

Мгновенные значения входного тока определяются функцией $i_1 = \sqrt{2} \cdot 7,32 \sin(502,7t - 80,66^\circ) \text{ А.}$

Для определения токов $\dot{I}_2, \dot{I}_3$ необходимо знать напряжение $\dot{U}_{\text{dk}}$, приложенное к ветвям, по которым протекают эти токи (см. рис. 11). По закону Ома напряжение $\dot{U}_{\text{dk}}$ рассчитывается по выражению:

$$\begin{aligned}
 \dot{U}_{\text{dk}} &= \dot{I}_1 \cdot Z_{\text{dk}}; \\
 \dot{U}_{\text{dk}} &= 7,32 \cdot e^{-j80,66^\circ} \cdot 15,57 \cdot e^{-j5,5^\circ} = 113,97 \cdot e^{-j86,16^\circ} \text{ В.}
 \end{aligned}
 \tag{44}$$

Разделим $\dot{U}_{\text{dk}}$ на сопротивления соответствующих ветвей и найдем токи:

$$\begin{aligned}
 \dot{I}_2 &= \frac{\dot{U}_{\text{dk}}}{Z_2}; \\
 \dot{I}_2 &= 5,1 \cdot e^{-j35,16^\circ} = (4,17 - j2,94) \text{ А;}
 \end{aligned}
 \tag{45}$$

$$\begin{aligned}
 \dot{I}_3 &= \frac{\dot{U}_{\text{dk}}}{Z_3}; \\
 \dot{I}_3 &= 5,2 \cdot e^{-j124,86^\circ} = (-2,97 - j4,27) \text{ А.}
 \end{aligned}
 \tag{46}$$

Мгновенные значения токов i_2 и i_3 записываются аналогично току i_1 .

По первому закону Кирхгофа для узла d или k

$$\begin{aligned}\dot{I}_1 &= \dot{I}_2 + \dot{I}_3; \\ \dot{I}_1 &= (1,19 - j7,22) \text{ А}; \quad \dot{I}_2 + \dot{I}_3 = (1,2 - j7,21) \text{ А}.\end{aligned}\tag{47}$$

Таким образом, первый закон Кирхгофа выполняется. Следующей проверкой правильности расчета тока ветвей является составление баланса мощностей.

Составление баланса мощностей.

Полная комплексная мощность

$$\dot{S} = \dot{U} \dot{I}^* = P + jQ,\tag{48}$$

где $P = \operatorname{Re}[\dot{U} \cdot \dot{I}^*]$ и $Q = \operatorname{Im}[\dot{U} \cdot \dot{I}^*]$ – активная и реактивная мощности, представляющие собой, соответственно, действительную и мнимую части произведения действующего комплексного значения напряжения $\dot{U}$ на сопряженное действующее комплексное значение тока $\dot{I}$:

$$\dot{I}_1 = 7,32 \cdot e^{-j80,66^\circ} \text{ А}; \quad \dot{I}^* = 7,32 \cdot e^{j80,66^\circ} \text{ А}.$$

Комплексная мощность источников ЭДС в общем случае рассчитывается по формуле:

$$\dot{S}_{\text{ист}} = \sum_{n=1}^m \dot{E}_n \dot{I}_n^* = \sum_{n=1}^m \dot{U}_n \dot{I}_n^*,\tag{49}$$

где $\dot{E}_n$ и $\dot{U}_n$ – комплексные действующие значения ЭДС и напряжения источника;

$\dot{I}_n^*$ – сопряженное комплексное действующее значение тока, протекающего по n -му источнику;

m – количество источников ЭДС.

Полная комплексная мощность данной цепи определяется в соответствии с выражением (49):

$$\dot{S}_{\text{ист}} = \dot{U} \cdot \dot{I}_1^*;\tag{50}$$

$$\dot{S}_{\text{ист}} = 190e^{-j70^\circ} \cdot 7,32 \cdot e^{j80,66^\circ} = 1390,8e^{j10,66^\circ} = (1366,8 + j257,3) \text{ В}\cdot\text{А}.$$

Активная и реактивная мощности источников есть соответствующие действительные и мнимые части полной, т. е. $P_{\text{ист}} = 1366,8 \text{ Вт}$; $Q_{\text{ист}} = 257,3 \text{ вар}$.

Активная и реактивная мощности приемников (сопротивлений) определяются по следующим формулам:

$$P_{\text{потр}} = \sum_{k=1}^{\ell} I_k^2 r_k; \quad (51)$$

$$Q_{\text{потр}} = \sum_{k=1}^{\ell} I_k^2 (x_{L_k} - x_{C_k}), \quad (52)$$

где r_k – активное сопротивление k -й ветви;

x_{L_k} и x_{C_k} – индуктивное и емкостное сопротивления k -й ветви;

I_k – действующее значение тока k -й ветви;

ℓ – количество ветвей.

Для заданной цепи активная и реактивная мощности определяются так:

$$P_{\text{потр}} = I_1^2 r_1 + I_2^2 r_2 + I_3^2 r_3; \quad (53)$$

$$P_{\text{потр}} = 7,32^2 \cdot 10 + 5,1^2 \cdot 14 + 5,2^2 \cdot 17 = 1359,6 \text{ Вт};$$

$$Q_{\text{потр}} = I_1^2 (x_{L1} - x_{C1}) + I_2^2 (-x_{C2}) + I_3^2 x_{L2}; \quad (54)$$

$$Q_{\text{потр}} = 7,32^2 (21,1 - 14,8) + 5,1^2 (-17,3) + 5,2^2 \cdot 13,6 = 255,34 \text{ вар}.$$

Расхождение между значениями мощностей источников и приемников можно вычислить по выражениям:

$$\Delta_P = \frac{|P_{\text{ист}} - P_{\text{потр}}|}{P_{\text{ист}}} \cdot 100 \%; \quad (55)$$

$$\Delta_P = 0,52 \%;$$

$$\Delta_Q = \frac{|Q_{\text{ист}} - Q_{\text{потр}}|}{Q_{\text{ист}}} \cdot 100 \%; \quad (56)$$

$$\Delta_Q = 0,76 \text{ \%}.$$

Построение топографической векторной диаграммы.

Обычно строят лучевую диаграмму векторов токов, исходящих из начала координат, и топографическую векторную диаграмму напряжений.

При построении топографической диаграммы напряжений учитывают фазовый сдвиг между вектором тока, протекающего через элемент электрической цепи (сопротивление, индуктивность, емкость), и вектором падения напряжения на нем. На активном сопротивлении эти векторы совпадают по направлению, на индуктивности вектор напряжения опережает вектор тока на угол 90° , на емкости – отстает на 90° .

Построение топографической диаграммы начнем от точки a (см. рис. 10) в направлении обхода по часовой стрелке.

Рассчитаем значения падения напряжения на всех элементах схемы:

$$\begin{cases} U_{r1} = I_1 \cdot r_1; \\ U_{C1} = I_1 \cdot x_{C1}; \\ U_{L1} = I_1 \cdot x_{L1}; \\ U_{r2} = I_2 \cdot r_2; \\ U_{C2} = I_2 \cdot x_{C2}; \\ U_{r3} = I_3 \cdot r_3; \\ U_{L2} = I_3 \cdot x_{L2}; \end{cases} \quad (57)$$

$$U_{r1} = 73,2 \text{ В}; \quad U_{C1} = 108,3 \text{ В}; \quad U_{L1} = 150,5 \text{ В}; \quad U_{r2} = 71,4 \text{ В}; \quad U_{C2} = 88,2 \text{ В}; \\ U_{r3} = 88,4 \text{ В}; \quad U_{L2} = 70,7 \text{ В}.$$

Для построения топографической векторной диаграммы выберем масштабы для построения токов m_I и напряжений m_U .

Из начала координат построим в масштабе m_I векторы $\dot{I}_1$, $\dot{I}_2$, $\dot{I}_3$ (рис. 13). Примем потенциал точки a за ноль и поместим эту точку в начало координат. Потенциал точки b отличается от потенциала точки a на величину падения напряжения в сопротивлении r_1 . По направлению вектора тока $\dot{I}_1$ откладываем в

масштабе m_U вектор этого напряжения (например, при масштабе $m_U = 20 \text{ В/см}$ длина вектора составит $\frac{73,2 \text{ В}}{20 \text{ В/см}} = 3,66 \text{ см}$) и получаем точку b .

Потенциал ϕ_c отличается от ϕ_b на величину $\dot{U}_{C1}$. Вектор напряжения на емкости $\dot{U}_{C1}$ отстает по фазе от вектора тока $\dot{I}_1$ на 90° . От точки b откладываем в масштабе вектор $\dot{U}_{C1}$, повернутый относительно тока $\dot{I}_1$ на 90° по часовой стрелке, и получаем точку c . Вектор напряжения $\dot{U}_{L1}$ опережает вектор тока $\dot{I}_1$ на 90° . От точки c откладываем в масштабе вектор $\dot{U}_{L1}$, повернутый относительно тока $\dot{I}_1$ на 90° против часовой стрелки, и получаем точку d .

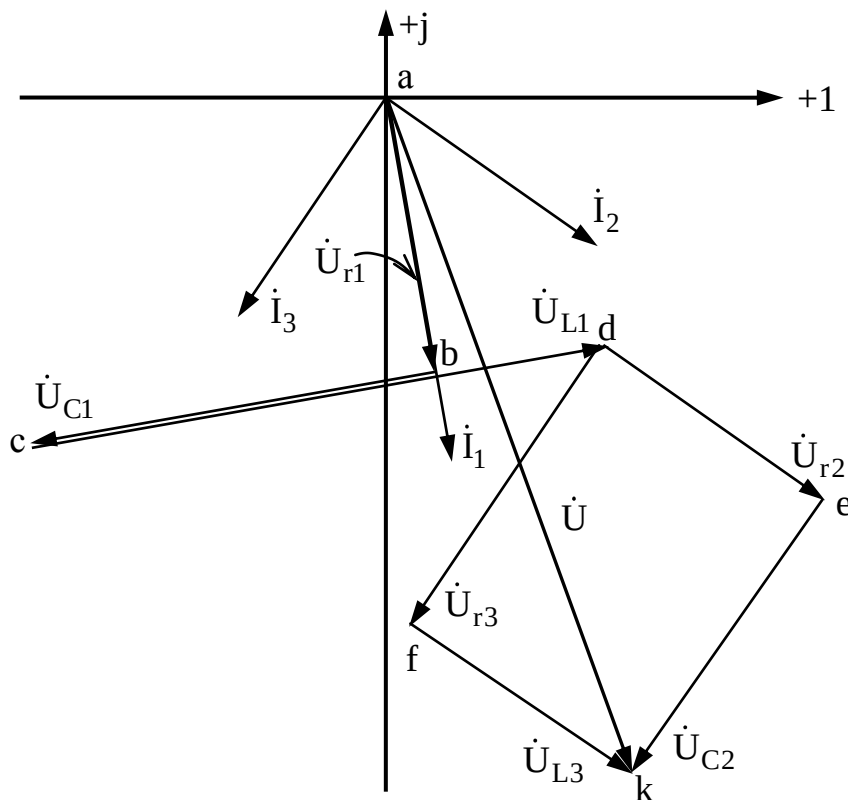


Рис. 13. Векторная диаграмма к примеру выполнения контрольной работы 3

Точку k можно получить, двигаясь к ней от точки d по одной из параллельных ветвей. Рассмотрим один из путей. Из точки d проводим в масштабе вектор напряжения $\dot{U}_{r2}$ по направлению вектора тока $\dot{I}_2$ и получаем точку e . Из точки e откладываем в масштабе вектор $\dot{U}_{C2}$, повернутый относительно тока $\dot{I}_2$ на 90° по часовой стрелке, и получаем точку d .

Соединяем точки a и k , получаем вектор $\overline{ak}$, изображающий в масштабе приложенное к заданной цепи напряжение. Убеждаемся в том, что модуль этого напряжения U равен 190 В, а фаза составляет -70° относительно положительной полуоси $+1$, что соответствует исходным данным задачи и является еще одной проверкой правильности ее решения.

2.3.2. Задание на контрольную работу 3

В контрольной работе необходимо выполнить то же задание, что и в примере, приведенном в п. 2.3.1.

Номер варианта определяется в соответствии с формулой (21). Обобщенная схема для формирования индивидуального задания представлена на рис. 14. Функции входного напряжения и параметры цепи заданы в табл. 1.

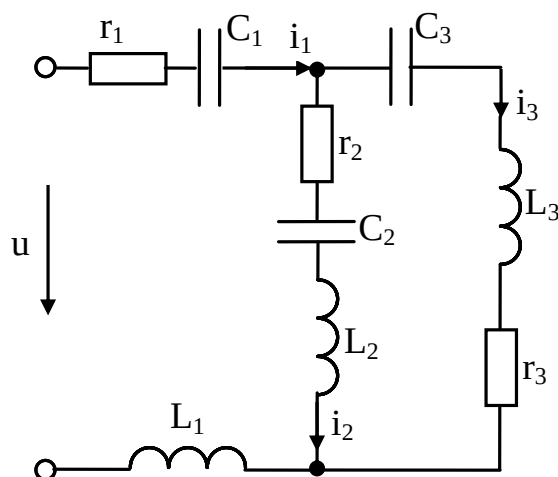


Рис. 14. Обобщенная схема для формирования индивидуального задания

Из обобщенной схемы (см. рис. 14) необходимо удалить те элементы, параметры которых в соответствии с вариантом не заданы (см. табл. 1).

Таблица 1

Функции входного напряжения и параметры цепи
для выполнения индивидуального задания

Номер варианта	r_1 , Ом	r_2 , Ом	r_3 , Ом	L_1 , мГн	L_2 , мГн	L_3 , мГн	C_1 , мкФ	C_2 , мкФ	C_3 , мкФ	Входное напряжение $u(t)$, В
1	4	—	2	—	—	40	5000	5000	—	$10 \sin 100t$
2	—	5	3	25	—	—	—	1000	1000	$12,5 \sin 200t$
3	—	5	6	—	—	8	500	1000	—	$15 \sin 500t$
4	3	—	3	—	—	25	2500	2500	—	$17,5 \sin 200t$
5	—	5	5	6	—	—	—	625	625	$20 \sin 400t$
6	—	4	—	—	15	20	1000	—	—	$22,5 \sin 400t$
7	8	—	7	—	2	2	2500	—	—	$25 \sin 1000t$
8	—	5	6	10	—	5	—	500	—	$27,5 \sin 500t$
9	4	6	—	—	12	8	200	—	—	$30 \sin 100t$
10	4	—	7	—	10	10	312,5	—	—	$32,5 \sin 400t$
11	—	3	2	30	—	—	—	1000	1000	$35 \sin 200t$
12	5	—	4	40	—	—	—	2500	2500	$37,5 \sin 100t$
13	6	—	6	—	10	—	250	—	250	$40 \sin 500t$
14	—	3	4	50	—	—	—	2500	2500	$42,5 \sin 100t$
15	2	7	—	—	—	60	5000	5000	—	$45 \sin 100t$
16	5	—	—	—	—	20	—	625	625	$10 \sin 100t$
17	—	8	6	8	—	—	—	250	250	$12,5 \sin 200t$
18	4	—	7	—	—	10	312,5	312,5	—	$15 \sin 500t$
19	—	8	5	40	—	—	—	1000	1000	$17,5 \sin 200t$
20	—	4	3	8	10	—	—	—	500	$20 \sin 400t$
21	5	—	6	9	9	—	—	—	250	$22,5 \sin 400t$
22	—	7	4	50	—	50	—	2500	—	$25 \sin 1000t$
23	5	6	—	—	—	8	—	1000	1000	$27,5 \sin 500t$
24	8	—	7	6	6	—	—	—	250	$30 \sin 100t$
25	—	9	4	5	—	—	—	625	625	$32,5 \sin 400t$
26	—	6	3	8	—	—	—	250	—	$35 \sin 200t$
27	4	—	7	—	40	—	—	5000	5000	$37,5 \sin 100t$
28	5	5	—	10	—	12	—	1000	—	$40 \sin 500t$
29	6	—	3	25	—	25	—	2500	—	$42,5 \sin 100t$
30	—	4	2	25	25	—	—	—	800	$45 \sin 100t$

2.4. Контрольная работа 4. Исследование явления резонансов

2.4.1. Примеры выполнения контрольной работы 4

Пример 1.

В расчетной схеме, приведенной на рис. 15, максимальное значение тока в цепи достигается при емкости C , равной $15,9 \text{ мкФ}$, при этом напряжение на емкости в 10 раз превышает приложенное. Определить сопротивление r и индуктивность L , если частота $f_0 = 1 \text{ кГц}$.

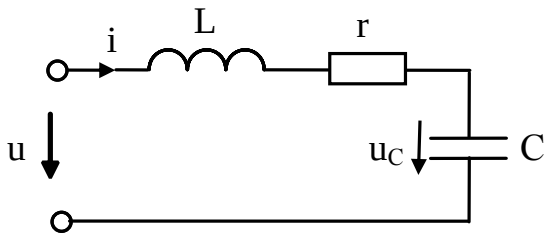


Рис. 15. Схема для примера 1

Решение задачи.

Поскольку индуктивность и емкость в схеме (см. рис. 15) соединены последовательно и в ней протекает максимальный ток, то имеет место резонанс напряжений.

Условием резонанса напряжений является равенство нулю мнимой части входного сопротивления цепи:

$$\text{Im}(Z_{\text{вх}}) = 0. \quad (58)$$

Определим входное сопротивление данной цепи, возьмем мнимую часть и приравняем ее к нулю:

$$Z_{\text{вх}} = r + j\omega L - j\frac{1}{\omega C}, \quad (59)$$

тогда

$$\text{Im}(Z_{\text{вх}}) = \omega L - \frac{1}{\omega C}; \quad (60)$$

$$\omega_0 L = \frac{1}{\omega_0 C}, \quad (61)$$

где ω_0 – циклическая частота при условии резонанса.

Индуктивность цепи определяется по выражению (61):

$$L = \frac{1}{\omega_0^2 C}; \quad L = 1,59 \text{ мГн.} \quad (62)$$

По условию задачи напряжение на емкости U_C превышает входное напряжение U в 10 раз. Соотношение этих напряжений характеризует величина, называемая добротностью контура Q , которая определяется по формуле:

$$Q = \frac{U}{U_C} = \frac{\rho}{r}, \quad (63)$$

где $\rho = \omega_0 L = \frac{1}{\omega_0 C}$ – характеристическое (волновое) сопротивление цепи.

Пользуясь выражением (63), определим активное сопротивление r :

$$r = \frac{\rho}{Q} = \frac{U_C \omega_0 L}{U}; \quad (64)$$

$$r = 1 \text{ Ом.}$$

Пример 2.

К цепи (рис. 16) приложено напряжение, изменяющееся по закону $u(t) = 100\sqrt{2} \sin 500t$ В. Индуктивность $L = 32$ мГн, активное сопротивление $r = 12$ Ом. При резонансе определить величину емкости C и показания амперметров, реагирующих на действующее значение тока.

Решение задачи.

Индуктивность и емкость в заданной цепи соединены параллельно, поэтому в цепи возможен резонанс токов.

Условием резонанса токов является равенство нулю мнимой части комплексной входной проводимости $\text{Im}(Y) = 0$.

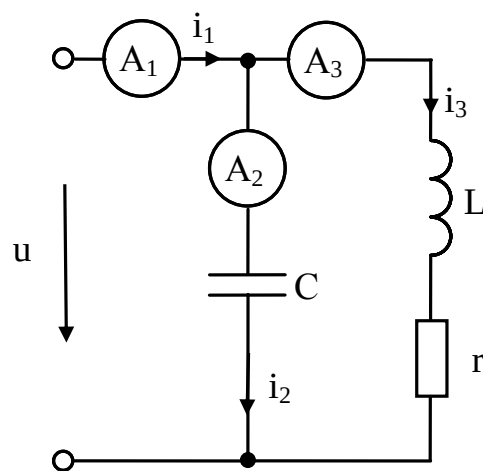


Рис. 16. Схема для примера 2

Входная проводимость данной цепи определяется выражением:

$$Y = j\omega_0 C_{\text{рез}} + \frac{1}{r + j\omega_0 L}. \quad (65)$$

Для выделения мнимой части $\text{Im}(Y)$ домножим числитель и знаменатель второго слагаемого выражения (65) на комплексное сопряженное знаменателю значение, а затем оба слагаемых приведем к общему знаменателю:

$$\begin{aligned} Y &= j\omega_0 C_{\text{рез}} + \frac{r - j\omega_0 L}{(r + j\omega_0 L)(r - j\omega_0 L)} = j\omega_0 C_{\text{рез}} + \frac{r - j\omega_0 L}{r^2 + \omega_0^2 L^2} = \\ &= \frac{r}{r^2 + \omega_0^2 L^2} + j \left(\omega_0 C_{\text{рез}} - \frac{j\omega_0 L}{r^2 + \omega_0^2 L^2} \right). \end{aligned} \quad (66)$$

Тогда из условия резонанса токов

$$\text{Im}(Y) = \omega_0 C_{\text{рез}} - \frac{\omega_0 L}{r^2 + \omega_0^2 L^2} = 0 \quad (67)$$

резонансная емкость рассчитывается по формуле:

$$C_{\text{рез}} = \frac{L}{r^2 + \omega_0^2 L^2}; \quad (68)$$

$$C_{\text{рез}} = 80 \text{ мкФ}.$$

Токи ветвей $\dot{I}_2$ и $\dot{I}_3$ рассчитываются по закону Ома:

$$\dot{I}_2 = \frac{\dot{U}}{-j \frac{1}{\omega_0 C_{\text{рез}}}}; \quad (69)$$

$$\dot{I}_2 = \frac{100}{-j25} = 4e^{j90^\circ} \text{ А};$$

$$\dot{I}_3 = \frac{\dot{U}}{r + j\omega_0 L}; \quad (70)$$

$$\dot{I}_3 = \frac{100}{12 + j500 \cdot 32 \cdot 10^{-3}} = 5e^{-j53,13^\circ} \text{ A},$$

а ток $\dot{I}_1$ определяется по первому закон Кирхгофа:

$$\dot{I}_1 = \dot{I}_2 + \dot{I}_3; \quad (71)$$

$$\dot{I}_1 = j4 + 3 - j4 = 3 \text{ A}.$$

Показания амперметров A_1 , A_2 , A_3 соответственно – 3, 4, 5 А.

Пример 3.

В цепи на рис. 17 $r = 50 \text{ Ом}$, $x_L = 100 \text{ Ом}$. Определить емкостное сопротивление x_C , входное сопротивление цепи $Z_{\text{вх}}$ и величину емкости при резонансе на частоте f_0 , равной 50 Гц.

Решение задачи.

Участки цепи, содержащие емкость и индуктивность, соединены последовательно, поэтому в цепи возможен резонанс напряжений (см. рис. 17).

Условием резонанса напряжений является равенство нулю мнимой части входного комплексного сопротивления цепи. Входное сопротивление данной цепи определяется по выражению:

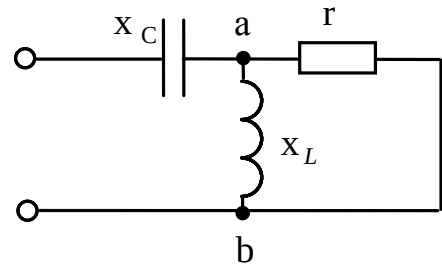


Рис. 17. Схема для примера 3

$$Z_{\text{вх}} = -jx_C + \frac{r jx_L}{r + jx_L}. \quad (72)$$

Преобразуем полученное выражение (72), умножив числитель и знаменатель второго слагаемого на комплексное, сопряженное знаменателю выражение, и выделим действительную и мнимую части:

$$Z_{BX} = -jx_C + \frac{r jx_L (r - jx_L)}{(r + jx_L)(r - jx_L)} = -jx_C + \frac{r x_L^2}{r^2 + x_L^2} + j \frac{r^2 x_L}{r^2 + x_L^2}. \quad (73)$$

По условию резонанса напряжений мнимая часть комплексного входного сопротивления равна нулю:

$$\text{Im}(Z_{BX}) = -x_C + \frac{r^2 x_L}{r^2 + x_L^2} = 0. \quad (74)$$

Из выражения (74) определяем емкостное сопротивление x_C :

$$x_C = \frac{r^2 x_L}{r^2 + x_L^2}; \quad (75)$$

$$x_C = \frac{50^2 \cdot 100}{50^2 + 100^2} = 20 \text{ Ом.}$$

По условию резонанса в данной цепи мнимая часть выражения (73) равна нулю, поэтому ее входное сопротивление будет определяться действительной частью выражения (73):

$$Z_{BX} = \text{Re}(Z_{BX}) = r' = \frac{r x_L^2}{r^2 + x_L^2}; \quad (76)$$

$$r' = \frac{50 \cdot 100^2}{50^2 + 100^2} = 40 \text{ Ом.}$$

Значение емкости определяется по формуле:

$$C = \frac{1}{\omega_0 x_C} = \frac{1}{2\pi f_0 x_C}; \quad (77)$$

$$C = \frac{1}{2 \cdot 3,14 \cdot 50 \cdot 20} = 1,59 \cdot 10^{-4} \text{ Ф.}$$

Пример 4.

В цепи на рис. 18 известны параметры схемы r_1, C_1, C_2, L_2 . Существует ли резонанс напряжения или тока в цепи при данном сочетании параметров?

Решение задачи.

Входное сопротивление цепи (см. рис. 18)

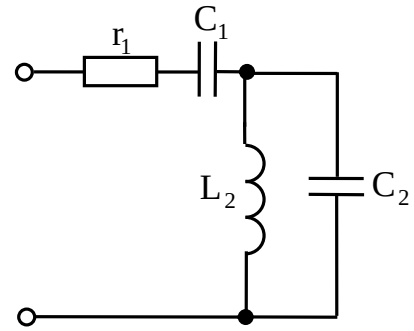


Рис. 18. Схема для примера 4

$$Z = r_1 - j \frac{1}{\omega C_1} + \frac{j\omega L_2 \left(-j \frac{1}{\omega C_2} \right)}{j\omega L_2 - j \frac{1}{\omega C_2}}. \quad (78)$$

Преобразуем выражение (78), умножив числитель и знаменатель дроби на сопряженный комплекс знаменателя:

$$\begin{aligned} Z &= r_1 - j \frac{1}{\omega C_1} + \frac{j\omega L_2 \left(-j \frac{1}{\omega C_2} \right) \left(j\omega L_2 + j \frac{1}{\omega C_2} \right)}{\left(j\omega L_2 - j \frac{1}{\omega C_2} \right) \left(j\omega L_2 + j \frac{1}{\omega C_2} \right)} = \\ &= r_1 - j \frac{1}{\omega C_1} - j \frac{L_2 / C_2}{\omega L_2 - \frac{1}{\omega C_2}} = r_1 - j \frac{1}{\omega C_1} - j \frac{\omega L_2}{\omega^2 L_2 C_2 - 1}. \end{aligned} \quad (79)$$

Далее осуществим разделение действительной и мнимой частей полученного выражения (79):

$$Z = r_1 - j \left(\frac{\omega^2 L_2 C_1 + \omega^2 L_2 C_2 - 1}{\omega C_1 (\omega^2 L_2 C_2 - 1)} \right). \quad (80)$$

Пусть ω_{01} – частота резонанса напряжений, ω_{02} – частота резонанса токов. Для определения резонансной частоты ω_{01} числитель мнимой части выражения (80) приравнивается к нулю:

$$\omega_{01}^2 L_2 C_1 + \omega_{01}^2 L_2 C_2 - 1 = 0; \quad (81)$$

$$\omega_{01} = \sqrt{\frac{1}{L_2(C_1 + C_2)}}. \quad (82)$$

Для определения резонансной частоты ω_{02} знаменатель мнимой части (80) приравнивается к нулю:

$$\omega_{02} C_1 (\omega_{02}^2 L_2 C_2 - 1) = 0; \quad (83)$$

$$\omega_{02} = \sqrt{\frac{1}{L_2 C_2}}. \quad (84)$$

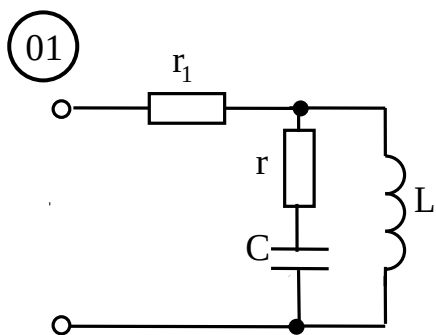
Резонансная частота – реальный физический параметр, поэтому резонанс в данной цепи возможен только в том случае, если результатом расчета частоты является положительное действительное число.

Анализ выражений (82) и (84) показывает, что при любых значениях r_1, C_1, C_2, L_2 частоты ω_{01} и ω_{02} положительны, а в заданной цепи возможен резонанс напряжений при частоте ω_{01} и резонанс токов – ω_{02} .

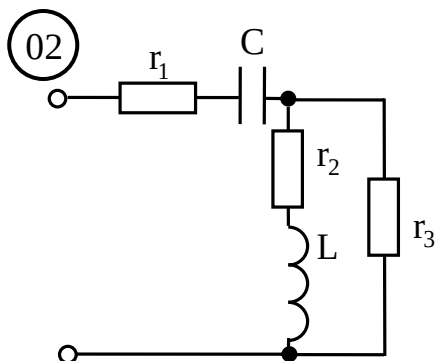
2.4.2. Задание на контрольную работу 4

В контрольной работе необходимо определить, какой резонанс (напряжения или тока) возможен в заданной цепи, и рассчитать указанный в условии задачи резонансный параметр.

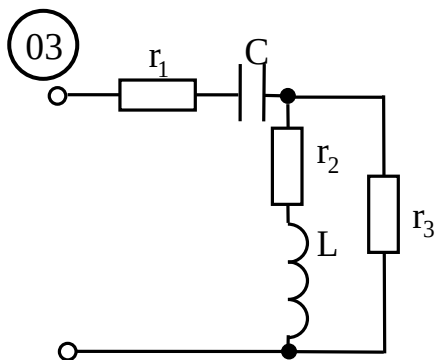
Номер варианта определяется в соответствии с формулой (21). Варианты заданий приведены ниже.



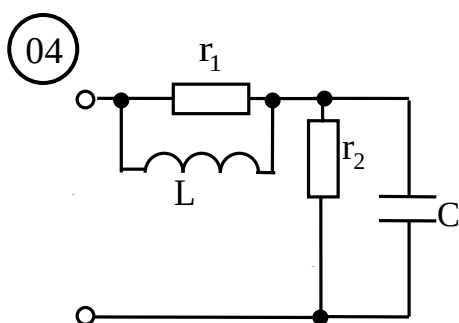
$r_1 = 10 \text{ Ом}; L = 0.48 \text{ Гн};$
 $r = 60 \text{ Ом}; C = 25,8 \text{ мкФ}.$
 Определить $f_{\text{рез}}.$



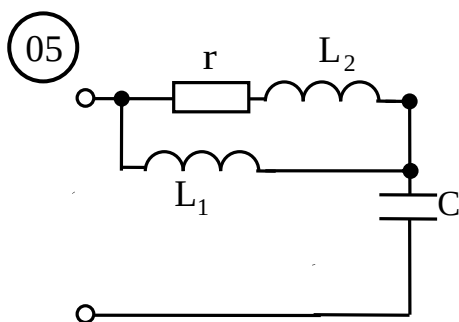
$r_1 = 1 \text{ Ом}; r_3 = 4 \text{ Ом};$
 $x_C = 1 \text{ Ом}; x_L = 8 \text{ Ом}.$
 Определить $r_{2\text{рез}}.$



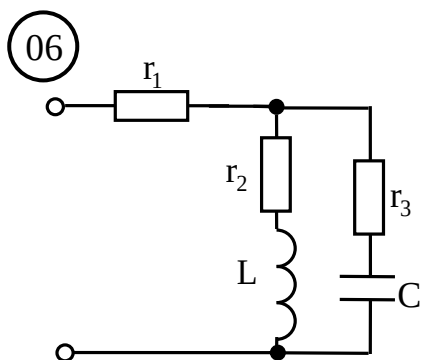
$r_1 = 10 \text{ Ом}; x_L = 80 \text{ Ом};$
 $r_2 = 40 \text{ Ом}; r_3 = 40 \text{ Ом}.$
 Определить $x_{C\text{рез}}.$



$r_1 = 2 \text{ Ом}; x_C = 1 \text{ Ом};$
 $x_L = 1 \text{ Ом}.$
 Определить $r_{2\text{рез}}.$



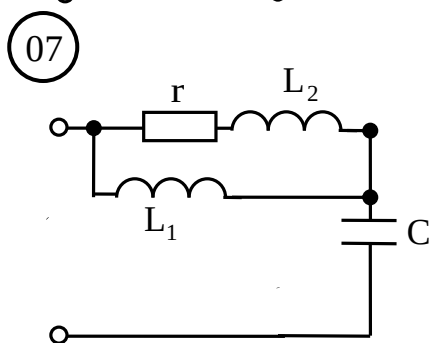
$L_2 = 10 \text{ мГн}; C = 200 \text{ мкФ};$
 $r = 20 \text{ Ом}; L_1 = 5,8 \text{ мГн}.$
 Определить $\omega_{\text{рез}}.$



$$r_1 = r_2 = r_3 = 4 \text{ Ом};$$

$$x_C = 3 \text{ Ом}.$$

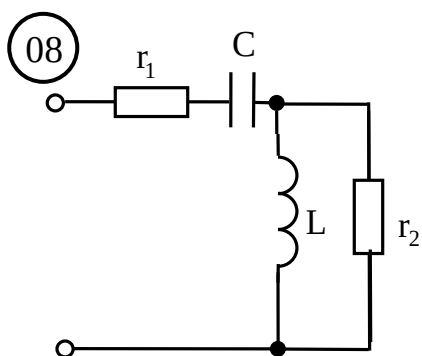
Определить $x_{L\text{рез}}$.



$$x_{L1} = x_{L2} = 1 \text{ Ом};$$

$$r = 1 \text{ Ом}; \omega = 10^6 \text{ с}^{-1}.$$

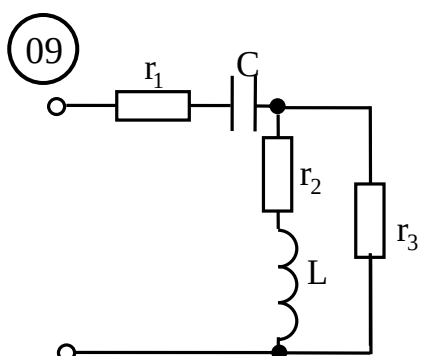
Определить $C_{\text{рез}}$.



$$r_1 = r_2 = 1 \text{ Ом};$$

$$x_L = 1 \text{ Ом}; \omega = 1000 \text{ с}^{-1}.$$

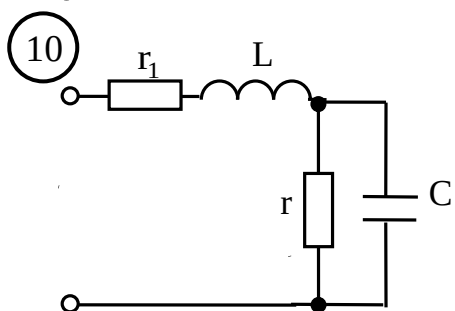
Определить $C_{\text{рез}}$.



$$r_1 = 1 \text{ Ом}; r_2 = 0,94 \text{ Ом};$$

$$r_3 = 1 \text{ Ом}; x_C = 0,12 \text{ Ом}.$$

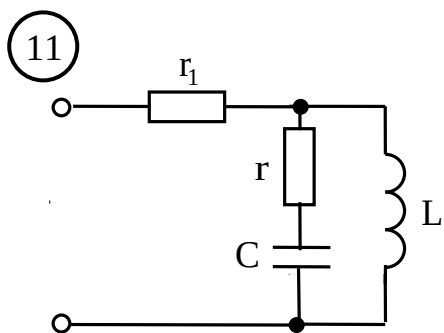
Определить $x_{L\text{рез}}$.



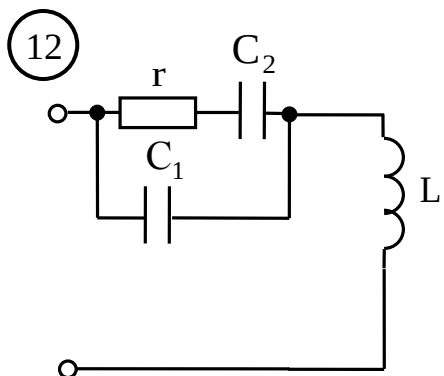
$$r_1 = 30 \text{ Ом}; r = 60 \text{ Ом};$$

$$C = 15,9 \text{ мкФ}; L = 52 \text{ мГн}.$$

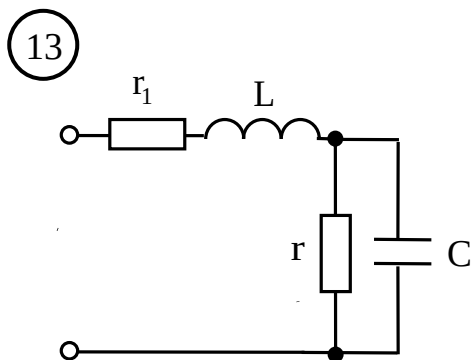
Определить $f_{\text{рез}}$.



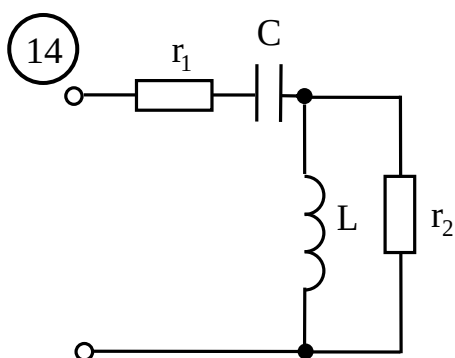
$r_1 = 30 \text{ Ом}; r = 60 \text{ Ом};$
 $C = 15,9 \text{ мкФ}; L = 0,69 \text{ Гн}.$
 Определить $f_{\text{рез}}.$



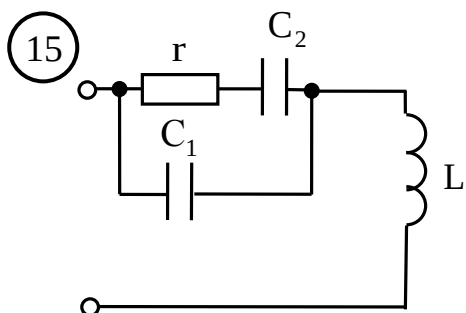
$r = 10 \text{ Ом}; L = 5 \text{ мГн};$
 $C_1 = 10 \text{ мкФ}; C_2 = 232 \text{ мкФ}.$
 Определить $\omega_{\text{рез}}.$



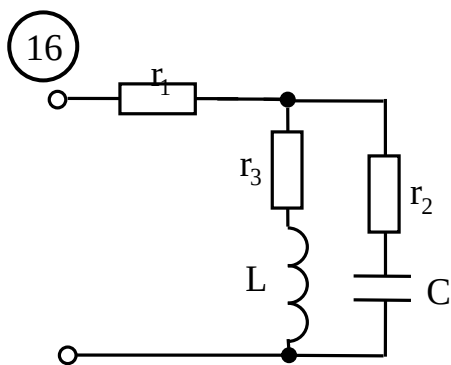
$r_1 = r_2 = 2,7 \text{ Ом}; L = 286 \text{ мкГн};$
 $C = 124 \text{ мкФ}.$
 Определить $f_{\text{рез}}.$



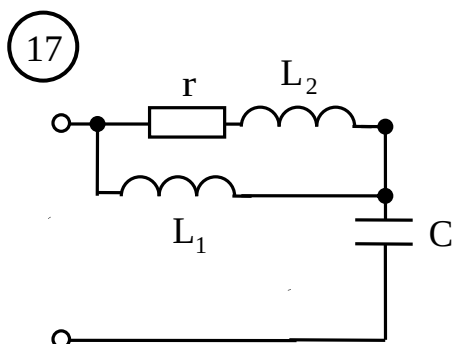
$r_1 = r_2 = 1 \text{ Ом}; L = 10^{-6} \text{ Гн};$
 $C = 1,6 \text{ мкФ}.$
 Какой резонанс возможен в данной цепи?
 Определить $f_{\text{рез}}.$



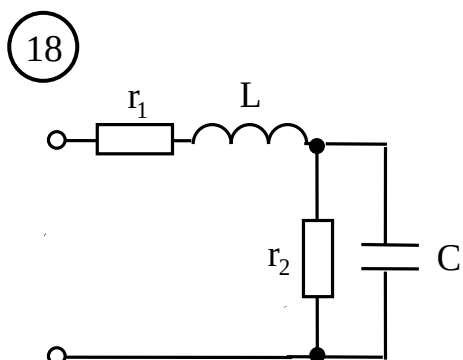
$r = 10 \text{ Ом}; C_1 = 50 \text{ мкФ};$
 $C_2 = 100 \text{ мкФ}; L = 8 \text{ мГн}.$
 Определить $\omega_{\text{рез}}.$



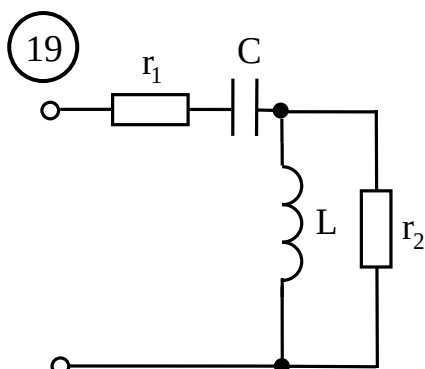
$r_1 = 1 \text{ Ом}; r_2 = r_3 = 2 \text{ Ом};$
 $L = 10 \text{ мГн}; C = 100 \text{ мкФ}.$
 Определить $\omega_{\text{рез}}.$



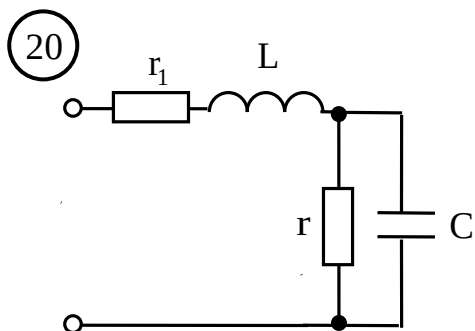
$r_1 = 1 \text{ Ом}; C = 298 \text{ мкФ};$
 $L_1 = 10 \text{ мГн}; \omega = 1000 \text{ с}^{-1}.$
 Определить $L_{2\text{рез}}.$



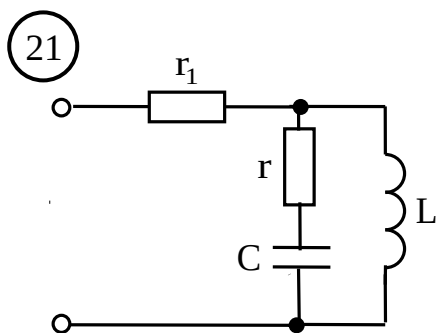
$r_1 = r_2 = 2,7 \text{ Ом};$
 $L = 0,32 \text{ Гн}; C = 318 \cdot 10^{-6} \text{ Ф}.$
 Определить $f_{\text{рез}}.$



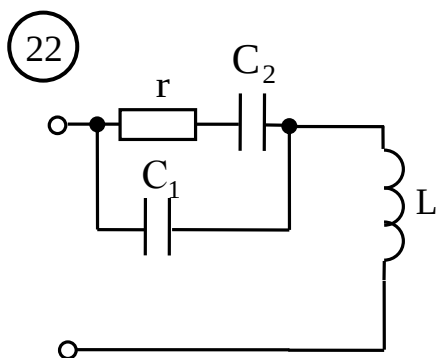
$r_1 = r_2 = 1 \text{ Ом};$
 $L = 10^{-6} \text{ Гн}; C = 1,6 \cdot 10^{-6} \text{ Ф}.$
 Определить $\omega_{\text{рез}}.$



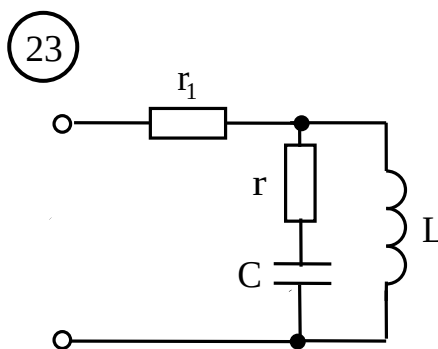
$r_1 = 10 \text{ Ом}; r_2 = 20 \text{ Ом};$
 $L = 5,4 \text{ мГн}; f = 95,6 \text{ Гц}.$
 Определить $x_{\text{Срез}}.$



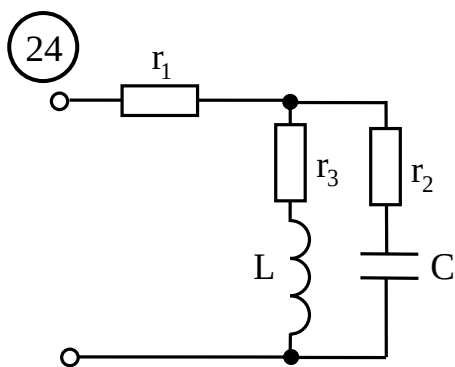
$r_1 = 100 \text{ Ом}; L = 2 \text{ Гн};$
 $C = 25 \cdot 10^{-6} \text{ Ф}; r = 200 \text{ Ом}.$
 Определить $\omega_{\text{рез}}.$



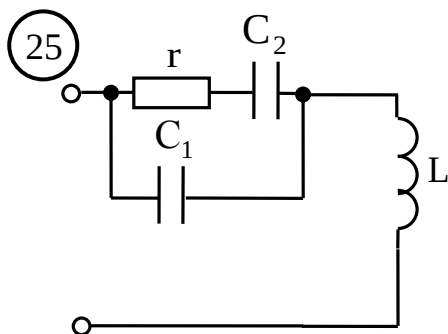
$r = 10 \text{ Ом}; C_1 = 0,1 \cdot 10^{-4} \text{ Ф};$
 $C_2 = 2,32 \cdot 10^{-4} \text{ Ф}; \omega = 1000 \text{ с}^{-1}.$
 Определить $L_{\text{рез}}.$



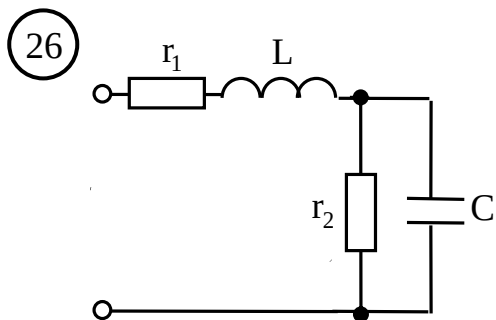
$r_1 = r = 1 \text{ Ом};$
 $L = 1 \text{ мГн}; C = 100 \cdot 10^{-6} \text{ Ф}.$
 Определить $f_{\text{рез}}.$



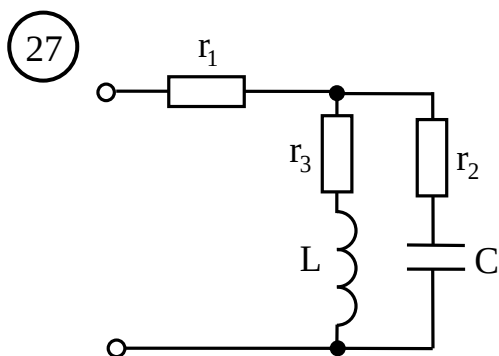
$r_1 = 1 \text{ Ом}; r_2 = r_3 = 2 \text{ Ом};$
 $C = 10 \text{ мкФ}; L = 4 \cdot 10^{-5} \text{ Гн}.$
 Определить $\omega_{\text{рез}}.$



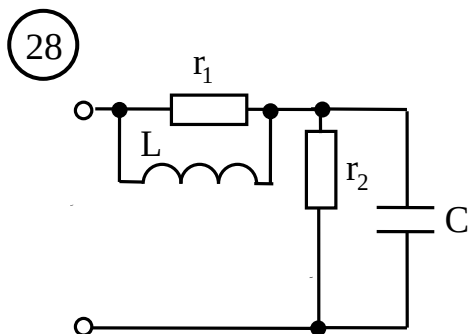
$L = 8 \text{ мГн}; C_1 = 50 \text{ мкФ};$
 $C_2 = 100 \text{ мкФ}; \omega = 1000 \text{ с}^{-1}.$
 Определить $r_{\text{рез}}.$



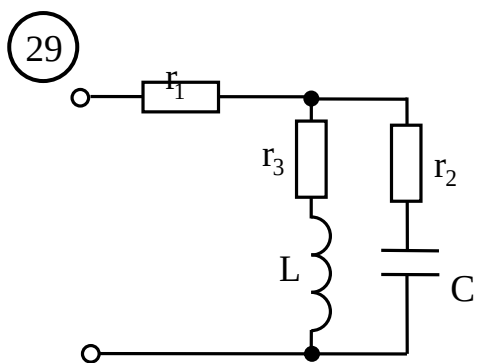
$r_1 = r_2 = 2,7 \text{ Ом};$
 $L = 0,32 \text{ мГн}; C = 318 \cdot 10^{-6} \text{ Ф}.$
 Определить $\omega_{\text{рез}}.$



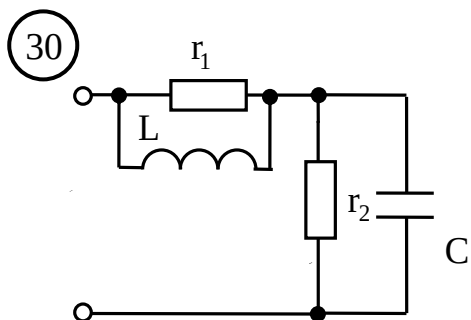
$r_1 = 10 \text{ Ом}; r_2 = r_3 = 40 \text{ Ом};$
 $x_L = 80 \text{ Ом}.$
 Определить $x_{C_{\text{рез}}}.$



$x_C = 1 \text{ Ом}; r_1 = r_2 = 1 \text{ Ом};$
 $\omega = 1000 \text{ с}^{-1}.$
 Определить $L_{\text{рез}}.$



$x_C = x_L = 2 \text{ Ом}; r_1 = r_2 = 1 \text{ Ом};$
 $\omega = 1000 \text{ с}^{-1}.$
 Определить $r_{3\text{рез}}.$



$x_L = 2 \text{ Ом}; r_1 = r_2 = 1 \text{ Ом};$
 $\omega = 1000 \text{ с}^{-1}.$
 Определить $C_{\text{рез}}.$

3. ИСПОЛЬЗОВАНИЕ MULTISIM ДЛЯ МОДЕЛИРОВАНИЯ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ

3.1. Составление электрических схем

Среда схемотехнического проектирования и моделирования Multisim, разработанная компанией National Instruments, отличается от аналогичных программных продуктов простым и легко осваиваемым пользовательским интерфейсом, наличием моделей контрольно-измерительных приборов, максимально приближенных по внешнему виду, органам управления и характеристикам к их промышленным аналогам.

В настоящем разделе приведен материал, позволяющий самостоятельно изучить основы работы в среде схемотехнического проектирования и моделирования Multisim 13 в объеме, достаточном для выполнения курса лабораторных работ.

Запуск программного обеспечения осуществляется путем активирования иконки на рабочем столе или выбора соответствующего пункта в меню «Пуск».

Копия экрана персонального компьютера (ПК) после запуска Multisim приведена на рис. 19.

Рассмотрим более подробно панели библиотек моделей основных элементов электрических цепей.

Панель «Компоненты» (Components) приведена на рис. 20. На панели компонентов расположены иконки групп (Group) компонентов. При моделировании электрических схем в курсе лабораторных работ, предложенном в разд. 4, из панели компонентов будут использоваться элементы следующих групп:

«Источники» (Sources) : заземление –  и группа независимых источников (источник постоянной ЭДС – ; источник постоянного тока – ; источник синусоидальной ЭДС – ; источник синусоидального тока – .

«Базовая» (Basic) : активное сопротивление (резистор) – ; емкость – ; индуктивность – ; управляемый с клавиатуры ключ – .

«Индикаторы» (Indicators) : модели индикаторных приборов: вольтметра – ; амперметра – .

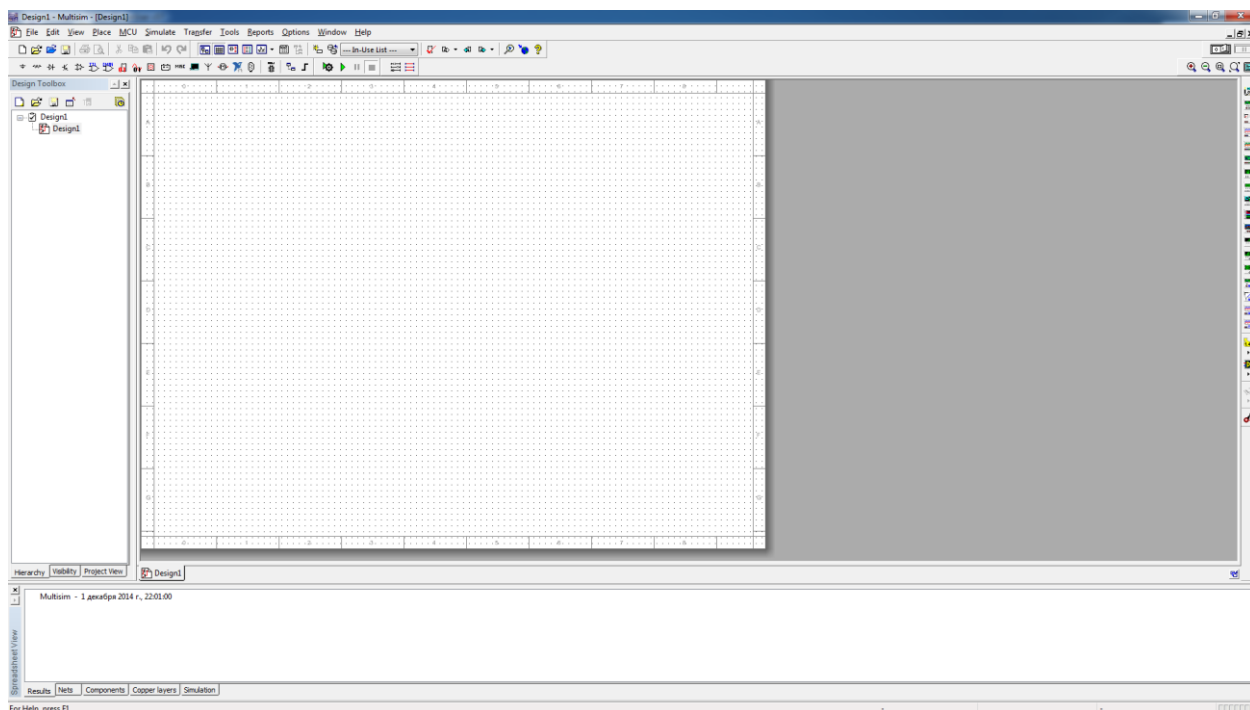


Рис. 19. Копия экрана ПК после запуска Multisim



Рис. 20. Внешний вид панели «Компоненты»

Кроме использования панели компонентов выбор элементов электрических схем для размещения на рабочем поле может быть осуществлен при помощи контекстного меню (вызывается нажатием на правую клавишу мыши (ПКМ) над рабочим полем с последующим выбором пункта «Place component...»). Копия экрана с окном выбора компонента на примере источника постоянной ЭДС приведена на рис. 21.

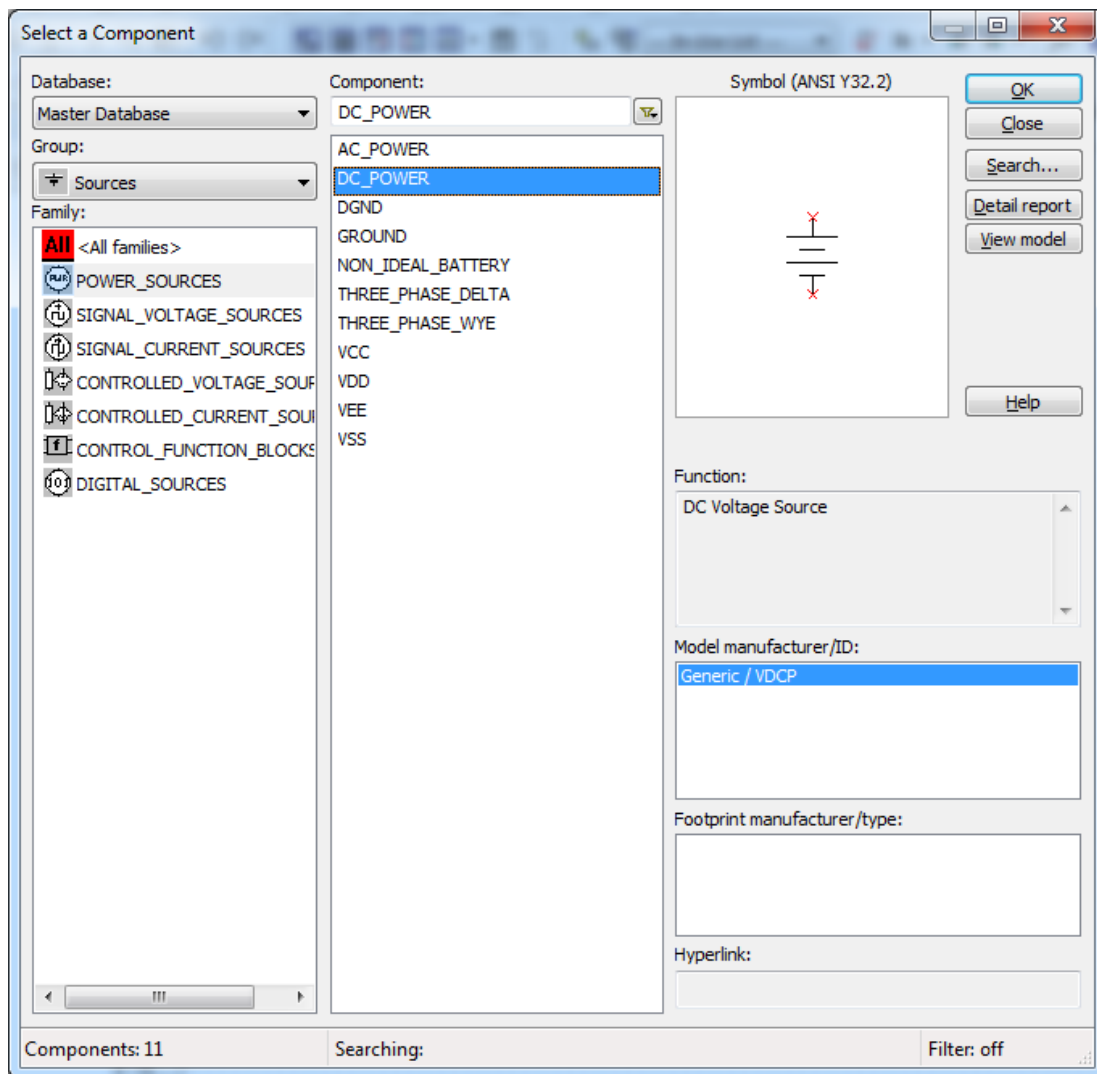


Рис. 21. Внешний вид окна выбора компонентов на примере источника постоянной ЭДС

Панель «Инструменты» (Instruments) приведена на рис. 22. В цикле лабораторных работ будут использоваться модели мультиметра – ; функционального генератора – ; ваттметра – ; осциллографа – .



Рис. 22. Внешний вид панели «Инструменты»

Прежде чем создавать модель принципиальной схемы средствами рассматриваемого программного обеспечения, необходимо на листе бумаги подготовить ее эскиз с примерным расположением компонентов и с учетом возможности оформления отдельных фрагментов в виде подсхем.

В общем случае процесс создания схемы начинается с размещения на рабочем поле Multisim моделей элементов электрической цепи из библиотек программы в соответствии с подготовленным эскизом.

Щелчок ПКМ над значком компонента с последующим выбором пункта контекстного меню «Properties» приведет к появлению диалогового окна, в котором устанавливаются требуемые параметры (сопротивление резистора, напряжение источника ЭДС и т. д.). Выбор необходимых параметров подтверждается нажатием кнопки «ОК» или клавиши «Enter».

Изменение параметров компонентов может быть выполнено и с помощью контекстного меню, вызываемого нажатием ПКМ непосредственно над компонентом. В контекстном меню при помощи клавиатуры или нажатием левой кнопки мыши над пунктом «Properties» вызывается диалоговое окно свойств моделей элементов электрической цепи (компонентов).

В контекстном меню кроме «Properties» присутствуют и другие пункты. Так, пункты «Cut», «Copy» и «Delete» предназначены для операций вырезания, копирования и удаления выделенных компонентов соответственно, а пункты «Rotate», «Flip Vertical» и «Flip Horizontal» обеспечивают соответственно поворот, зеркальное вертикальное и горизонтальное отражение выделенных компонентов. Выбор пункта «Help» приведет к отображению на экране справочной информации по выбранному компоненту.

Внешний вид экрана ПК после установки на рабочем поле Multisim моделей элементов электрической цепи, состоящей из источника ЭДС, резистора, вольтметра и амперметра, приведен на рис. 23.

После размещения на рабочем поле Multisim моделей элементов электрической цепи производится соединение их выводов проводниками. Для выполнения подключения курсор мыши подводится к выводу и после появления контактной площадки в виде точки нажимается левая кнопка мыши. Появляющийся при этом проводник протягивается к выводу другой модели элемента электрической цепи до появления на нем такой же контактной площадки, после чего кнопка мыши отпускается.

Следует отметить, что прокладка соединительных проводников производится автоматически, причем препятствия – модели элементов электрической цепи и другие проводники – огибаются по ортогональным направлениям (по горизонтали или вертикали).

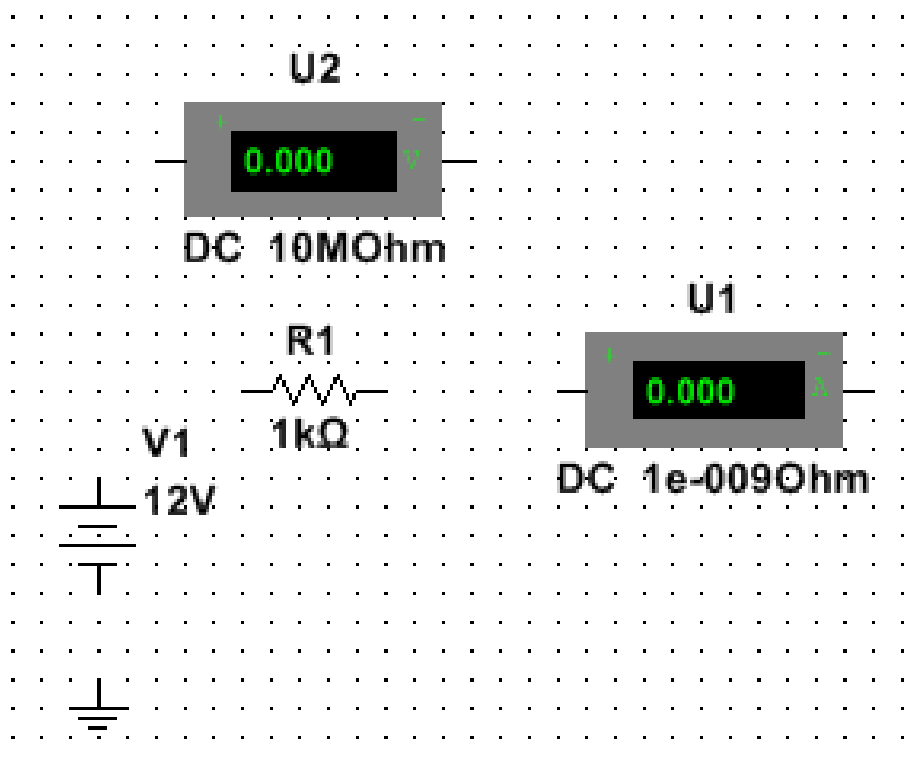


Рис. 23. Внешний вид экрана ПК после установки на рабочем поле Multisim моделей элементов электрической цепи

Необходимо отметить, что в моделируемой схеме обязательно должен присутствовать элемент «заземление», причем место его подключения выбирается произвольно.

Внешний вид экрана ПК после установки на рабочем поле Multisim моделей элементов электрической цепи, соединения их выводов проводниками и корректировки подписей элементов приведен на рис. 24.

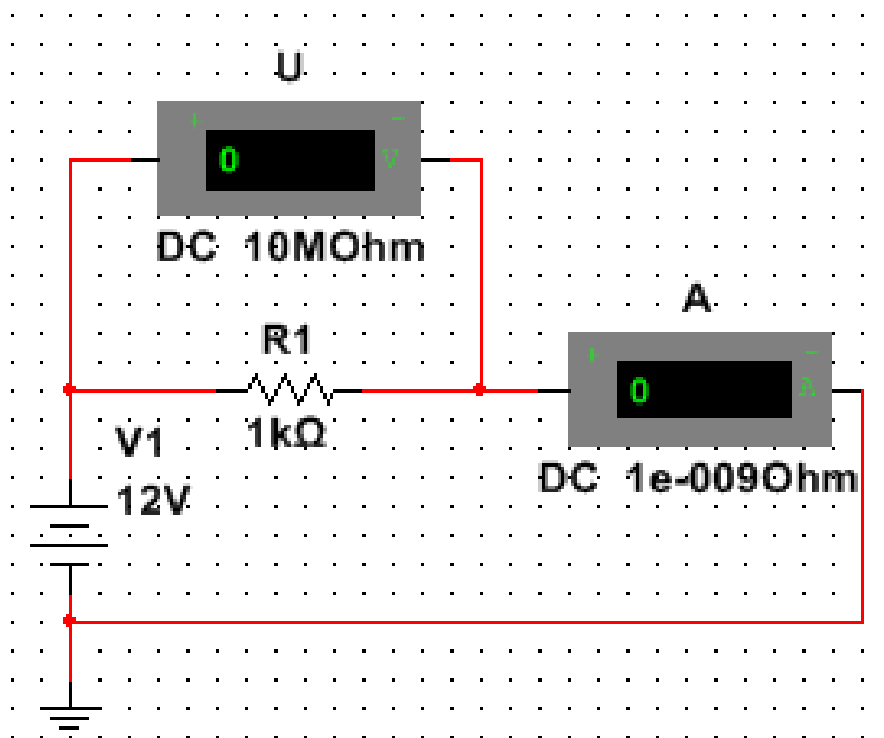


Рис. 24. Внешний вид экрана ПК после установки на рабочем поле Multisim моделей элементов электрической цепи и соединения их выводов проводниками

3.2. Модели индикаторных и контрольно-измерительных приборов

Амперметр (Ammeter). Пиктограммы моделей амперметров  находятся в группе «Индикаторы» на панели «Компоненты». Различие между моделями лишь в расположении выводов (горизонтальное или вертикальное) и их полярности. Подключение амперметра в моделируемую схему аналогично подключению реального прибора – в разрыв цепи, в которой требуется измерить ток.

Параметры амперметра задаются в диалоговом окне, вызываемом на экран из контекстного меню. Внутреннее сопротивление амперметра указывается на вкладке «Value» в окне «Resistance (R)», на этой же вкладке в окне «Mode» указывается режим измерения постоянного (DC) или переменного (AC) тока.

Подпись компонента указывается на вкладке «Label» в одноименном окне, по умолчанию подпись компонента не указана. Параметр модели в окне «RefDes» устанавливается Multisim автоматически и является внутренним

идентификатором модели элемента электрической цепи. Параметр «RefDes» также может быть изменен пользователем, но это необязательно.

Вольтметр (Voltmeter). Пиктограммы моделей вольтметров  находятся в группе «Индикаторы» на панели «Компоненты». По аналогии с амперметром различие между моделями лишь в расположении выводов (горизонтальное или вертикальное) и их полярности. Подключение вольтметра в моделируемую схему аналогично подключению реального прибора – параллельно элементу, на котором требуется измерить падение напряжения.

Параметры вольтметра задаются в диалоговом окне, подобном диалоговому окну параметров амперметра.

3.3. Моделирование и сохранение результатов

После того как модель электрической схемы составлена, необходимо запустить процесс моделирования. При помощи левой кнопки мыши активируется пиктограмма в виде выключателя , находящаяся в правом верхнем углу окна программы. Остановка процесса моделирования осуществляется повторной активацией данной пиктограммы, временная остановка моделирования – путем активации пиктограммы .

Перед изменением схемы или ее параметров необходимо остановить процесс моделирования. После внесения необходимых изменений процесс моделирования нужно запустить заново.

Результаты моделирования необходимо сохранить на жестком диске компьютера (винчестере) в специально отведенном для данной цели месте (указывается преподавателем). Для сохранения модели электрической схемы необходимо воспользоваться пиктограммой с изображением дискеты  или выбрать в пункте «File» основного меню подпункт «Save», после чего появится стандартное диалоговое окно сохранения.

В поле «Имя файла» необходимо указать имя файла, содержащее фамилию и инициалы студента, проводившего лабораторную работу, а также ее номер (например, «ИвановИИ1»), и активировать кнопку «ОК» для подтверждения или «Отмена» для отмены операции сохранения файла.

Более подробную информацию по программному обеспечению Multisim можно получить в справочной системе программного обеспечения, нажав клавишу «F1».

4. ЛАБОРАТОРНЫЙ ПРАКТИКУМ

В настоящее время в связи с широким внедрением персональных компьютеров и развитием программного обеспечения появилась возможность проведения компьютерного моделирования электротехнических устройств, позволяющего исследовать различные электромагнитные процессы.

Основным положительным свойством компьютерного моделирования является наличие в программах современного приборного парка, предоставляющего пользователю широкие возможности для планирования и проведения экспериментов. Сочетание физического и компьютерного моделирования повышает возможности исследования процессов в электрических цепях с позиций глубины понимания и расширения круга решаемых задач.

Целью лабораторного практикума является приобретение навыков моделирования электрических схем с помощью программы Multisim.

4.1. Лабораторная работа 1. **Моделирование и расчет цепей постоянного тока**

Цель работы: исследование цепи постоянного тока с помощью системы схематического моделирования Multisim, сравнение результатов моделирования и расчета.

Исходные данные.

В качестве исходных данных используются схема и ее параметры из контрольной работы 2 в соответствии с вариантом задания.

Задание на выполнение лабораторной работы 1.

Выполнить моделирование заданной электрической цепи при помощи программы Multisim. Определить значения тока ветвей и потенциалов указанных точек. Сравнить результаты моделирования с расчетными значениями тока

и потенциала, полученными в контрольной работе 2. Убедиться в том, что результаты моделирования и расчета совпадают.

Порядок выполнения работы.

Для определения значений тока в рабочем поле Multisim необходимо собрать исходную схему, в каждую ветвь которой включить амперметр.

Например, задана схема, представленная на рис. 25, с параметрами элементов, приведенными в табл. 2.

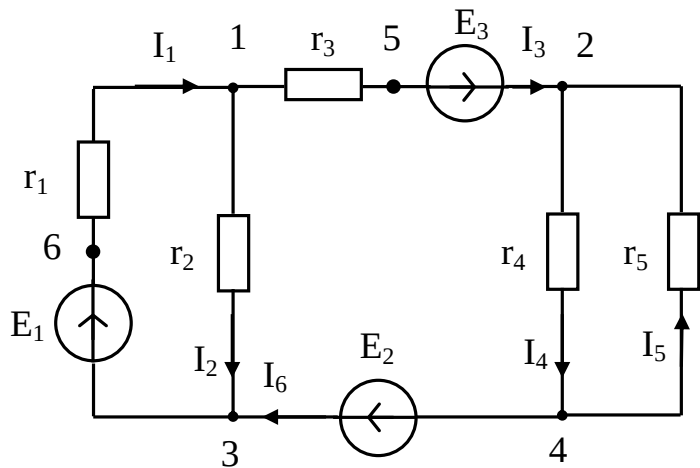


Рис. 25. Схема для моделирования к примеру выполнения лабораторной работы 1

Таблица 2

Параметры элементов схемы

r_1 , Ом	r_2 , Ом	r_3 , Ом	r_4 , Ом	r_5 , Ом	E_1 , В	E_2 , В	E_3 , В
10	10	15	30	15	20	10	10

Результатом моделирования заданной цепи в рабочем поле Multisim является схема, изображенная на рис. 26.

Амперметры для измерения постоянного тока необходимо подключать таким образом, чтобы в соответствии с выбранными в заданной цепи направлениями ток подходил к зажимам «+» амперметров (зажимы амперметров «-» выделены жирной чертой).

Активировать схему следует нажатием кнопки . Показания виртуальных амперметров необходимо занести в табл. 3, в эту же таблицу нужно занести и значения тока, полученные в контрольной работе 2. Сравнить результаты.

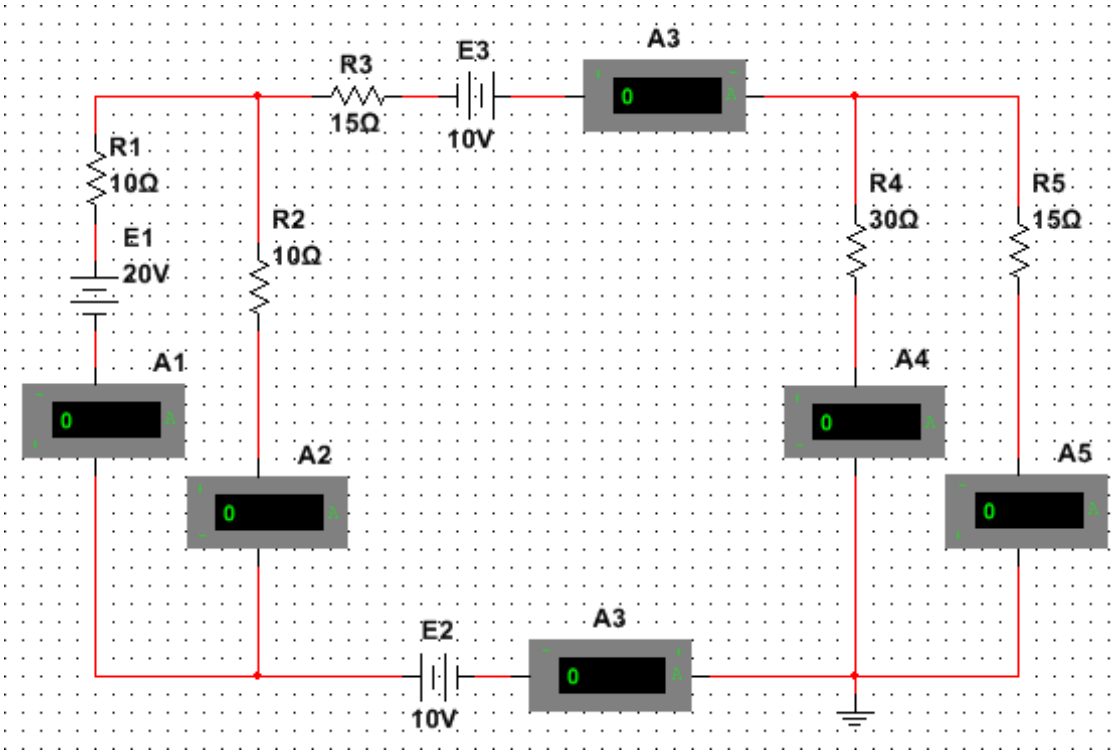


Рис. 26. Общий вид моделируемой схемы в Multisim

Таблица 3

Значения тока ветвей, полученные в результате моделирования в системе Multisim и теоретического расчета

Способ моделирования	Ток в ветвях, мА					
	I ₁	I ₂	I ₃	I ₄	I ₅	I ₆
Multisim						
Расчет						

С помощью вольтметра нужно определить потенциалы точек схемы, помеченных цифрами на схеме рис. 25, относительно базисного узла . Для этого вольтметр подключается к базисному узлу зажимом «-». Второй вывод вольт-

метра поочередно подключается к тем точкам, потенциалы которых необходимо измерить. Результаты измерений потенциалов необходимо занести в табл. 4, в эту же таблицу следует занести и значения потенциалов узлов, полученные в контрольной работе 2. Сравнить результаты.

Таблица 4

Значения потенциалов, полученные в результате моделирования в системе Multisim и теоретического расчета

Способ моделирования	Потенциал точек цепи, В					
	φ_1	φ_2	φ_3	φ_4	φ_5	φ_6
Multisim						
Расчет						

Результатом выполнения работы является отчет, который должен содержать название и цель работы, исследуемую схему и исходные данные, таблицы 3, 4 с результатами исследований, заключение по работе.

4.2. Лабораторная работа 2. Исследование линейных электрических цепей при синусоидальном входном напряжении

Цель работы: освоение методов моделирования режимов в электрических цепях синусоидального тока, сравнение результатов моделирования и расчета.

Исходные данные.

В качестве исходных данных используются схема и ее параметры из контрольной работы 3 в соответствии с вариантом задания.

Задание на выполнение лабораторной работы 2.

При входном напряжении (ЭДС), имеющем закон изменения $u(t) = \sqrt{2}U \sin 314t$, смоделировать цепь при помощи программы Multisim. Убедиться в том, что значения тока и напряжения в электрической цепи, полученные в результате моделирования и расчета, совпадают.

Порядок выполнения работы.

В рабочем поле программы Multisim необходимо собрать исследуемую схему, включив в нее измерительные приборы. Например, в качестве расчетной задана схема, приведенная на рис. 27. Параметры схемы: $r_1 = 100 \text{ Ом}$, $L_1 = 0,5 \text{ Гн}$, $R_2 = 20 \text{ Ом}$, $L_2 = 0,28 \text{ Гн}$, $r_3 = 0,1 \text{ Ом}$, $C_1 = 15 \text{ мкФ}$, $U = 100 \text{ В}$.

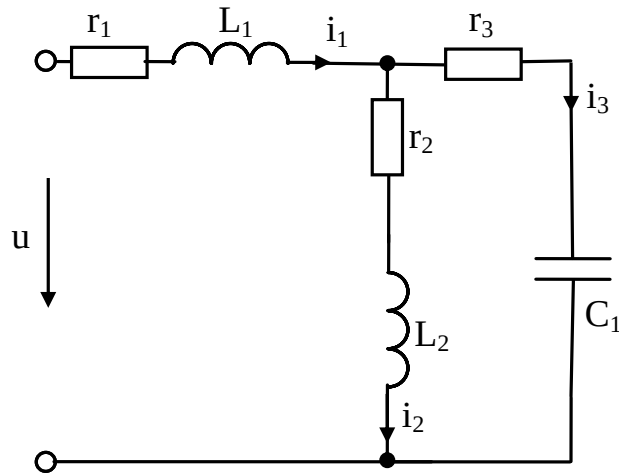


Рис. 27. Исследуемая схема

Результатом моделирования заданной цепи в рабочем поле Multisim является схема, изображенная на рис. 28. В схеме должны использоваться приборы для измерения действующих значений переменных тока и напряжения.

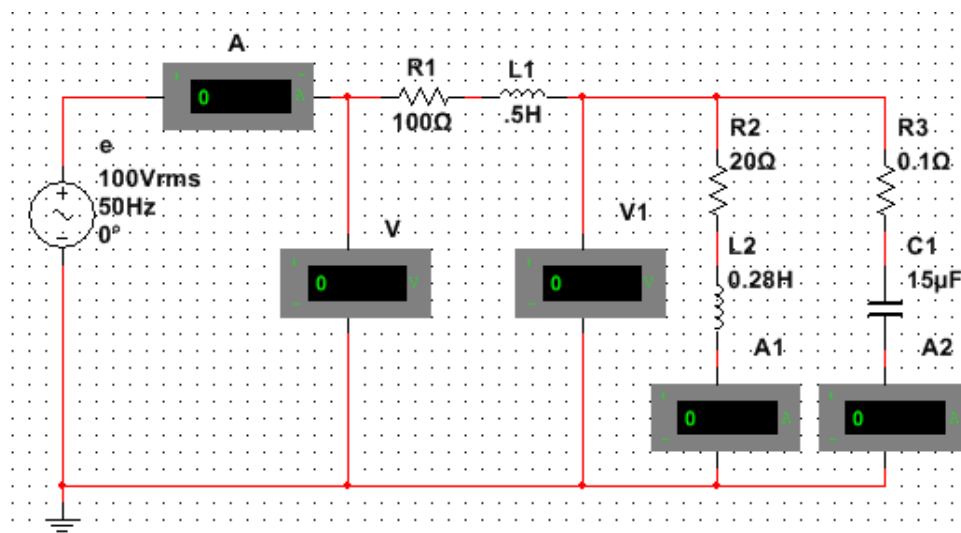


Рис. 28. Пример моделируемой схемы с подключением измерительных приборов на рабочем поле Multisim

Активировать схему следует нажатием кнопки . Результаты моделирования необходимо занести в табл. 5. В эту же таблицу нужно занести значения тока и напряжения, полученные в контрольной работе 3. Сравнить результаты.

Таблица 5

Значения электрических величин

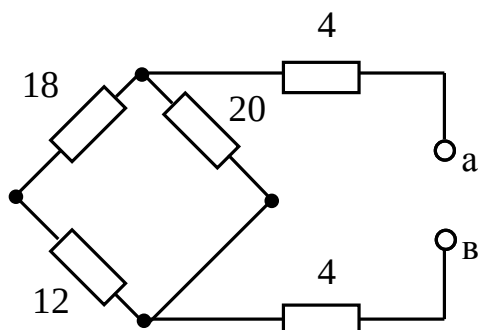
Способ определения	U, В	I, А	I_1 , А	I_2 , А	U_1 , В
Multisim					
Расчет					

5. ПРИМЕРЫ ТЕСТОВЫХ ЗАДАЧ

В данном разделе представлены варианты задач для экзамена по дисциплинам «Теоретические основы электротехники» и «Электротехника». Для пробного тестирования предложено по два варианта задач из каждого раздела.

На экзамене студент отвечает на десять вопросов (выбирается по одному вопросу из каждого раздела). За каждый правильный ответ студент получает один балл, за неправильный – ноль баллов. Если количество правильных ответов меньше пяти, то студент получает оценку «неудовлетворительно»; от пяти до семи баллов – «удовлетворительно»; от семи до девяти – «хорошо»; девять и выше – «отлично». Во всех заданиях значения сопротивлений приведены в омах, ЭДС – в вольтах, ток источника – в амперах.

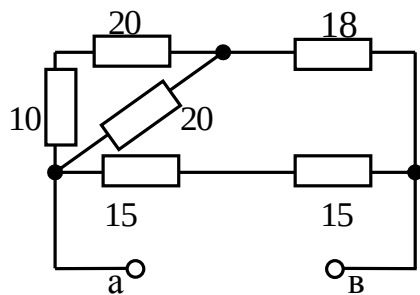
1. Определить эквивалентное сопротивление $r_{ав}$.



- 1) 22 Ом.
- 2) 28 Ом.
- 3) 20 Ом.
- 4) 18 Ом.

Ответ: 3.

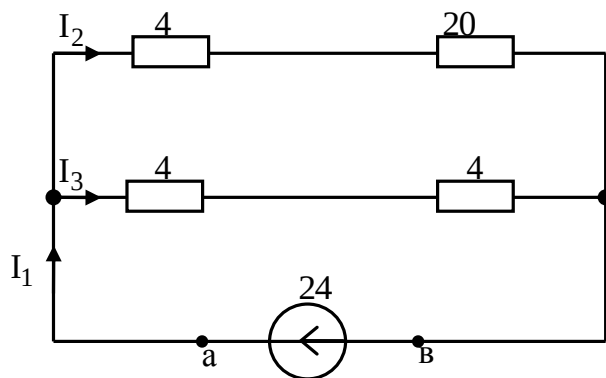
2. Определить эквивалентное сопротивление r_{ab} .



- 1) 23 Ом.
- 2) 15 Ом.
- 3) 28 Ом.
- 4) 25 Ом.

Ответ: 2.

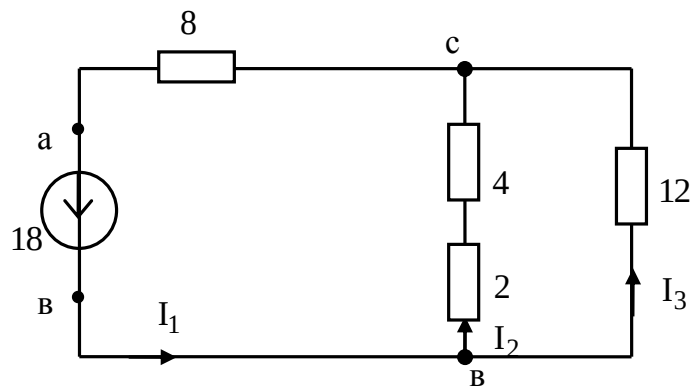
3. Дано: $r_{ab} = 6$ Ом. Определить ток I_3 .



- 1) 4 А.
- 2) 3 А.
- 3) 2 А.
- 4) 1 А.

Ответ: 2.

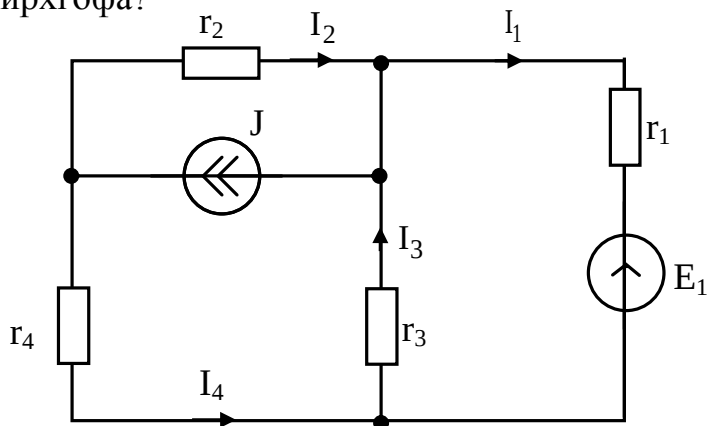
4. Дано: $r_{ab} = 12$ Ом. Определить напряжение U_{ac} .



- 1) 12 В.
- 2) 6 В.
- 3) 9 В.
- 4) 18 В.

Ответ: 1.

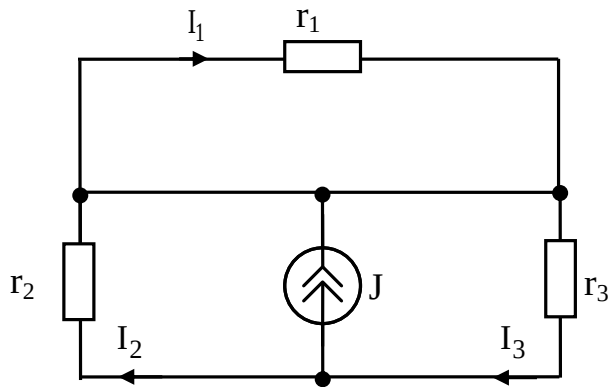
5. Сколько независимых уравнений нужно составить по первому закону Кирхгофа?



- 1) 1.
- 2) 3.
- 3) 4.
- 4) 2.

Ответ: 4.

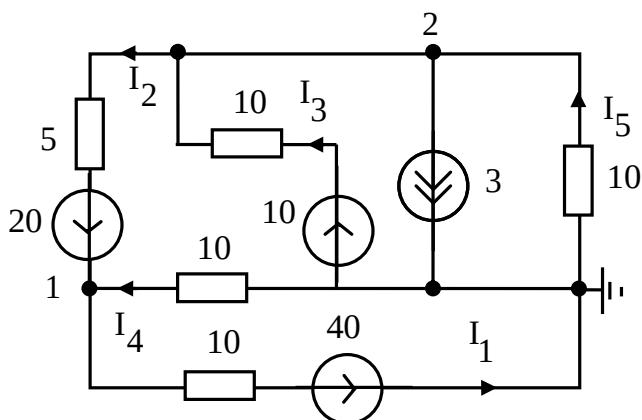
6. Какое уравнение составлено правильно согласно второму закону Кирхгофа?



- 1) $r_2 I_2 = -J$.
- 2) $r_3 I_3 = J$.
- 3) $r_2 I_2 + r_3 I_3 = 0$.
- 4) $r_2 I_2 - r_3 I_3 = 0$.

Ответ: 3.

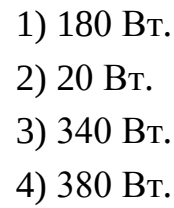
7. Дано: $I_1 = 3 \text{ A}$; $I_2 = 2 \text{ A}$; $I_3 = 3 \text{ A}$; $I_4 = 1 \text{ A}$; $I_5 = 2 \text{ A}$. Определить мощность потребителей.



- 1) 210 Вт.
- 2) 250 Вт.
- 3) 130 Вт.
- 4) 150 Вт.

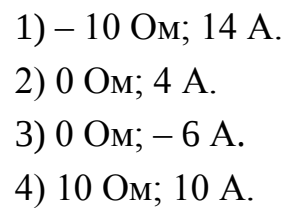
Ответ: 2.

8. Дано: $I_1 = 3 \text{ A}$; $I_2 = 4 \text{ A}$; $I_3 = 1 \text{ A}$; $I_4 = 4 \text{ A}$; $I_5 = 2 \text{ A}$; $I_6 = 4 \text{ A}$. Опре-



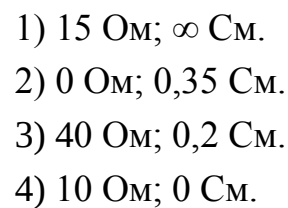
Ответ: 4.

9. Определить по методу контурных токов взаимное сопротивление между первым и четвертым контурами, по методу узловых потенциалов – задающий ток третьего узла.



Ответ: 3.

10. Определить по методу контурных токов контурное сопротивление второго контура, по методу узловых потенциалов – узловую проводимость второго узла.



Ответ: 1.

11. Заданы входное напряжение $\dot{U}_{\text{вх}} = 100e^{j45^\circ}$, В, и входной ток $\dot{I}_{\text{вх}} = 0,1e^{j60^\circ}$, А. Определить фазу полной мощности.

1) -15° . 2) 105° .

3) 15° . 4) 45° .

Ответ: 1.

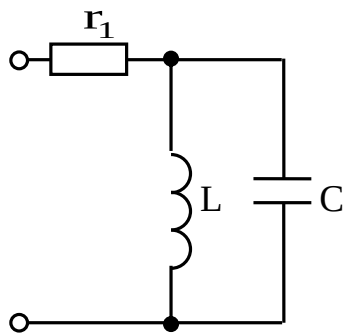
12. Заданы входное напряжение $\dot{U}_{\text{вх}} = 50e^{j45^\circ}$, В, и входной ток $\dot{I}_{\text{вх}} = 0,1e^{j45^\circ}$, А. Определить активную мощность источника.

1) -5 Вт. 2) 10 Вт.

3) 5 Вт. 4) 0 Вт.

Ответ: 3.

13. Определить комплексное входное сопротивление.



1) $r_1 + \frac{j\omega L \frac{1}{j\omega C}}{j\omega L + \frac{1}{j\omega C}}$.

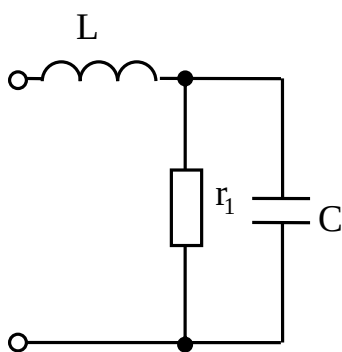
2) $r_1 + \frac{j\omega L \frac{1}{j\omega C}}{j\omega L - \frac{1}{j\omega C}}$.

3) $r_1 + \frac{j\omega L j\omega C}{j\omega L + j\omega C}$.

4) $r_1 + \frac{-j\omega L \frac{j}{\omega C}}{j\omega L + \frac{j}{\omega C}}$.

Ответ: 1.

14. Определить комплексное входное сопротивление.



1) $j\omega L + \frac{r_1 \frac{j}{\omega C}}{r_1 + \frac{j}{\omega C}}$.

2) $j\omega L + \frac{r_1(-\frac{1}{j\omega C})}{r_1 - \frac{1}{j\omega C}}$.

3) $-j\omega L + \frac{r_1 \frac{j}{\omega C}}{r_1 + \frac{j}{\omega C}}$.

4) $j\omega L + \frac{r_1 \frac{-j}{\omega C}}{r_1 - \frac{j}{\omega C}}$.

Ответ: 4.

15. Мгновенное значение напряжения $u = 50\sqrt{2} \sin(314t - 30^\circ)$, В.

Определить действующее значение напряжения.

- 1) 50, В. 2) $50\sqrt{2}$, В.
 3) $50e^{-j30^\circ}$, В. 4) $50\sqrt{2}e^{j30^\circ}$, В.

Ответ: 3.

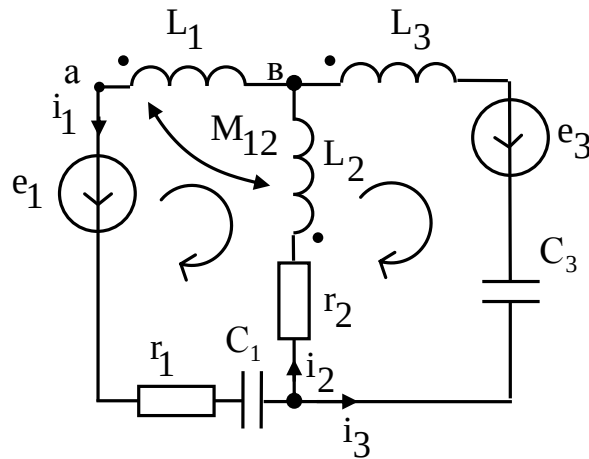
16. Действующее значение тока $\dot{I} = 10e^{j60^\circ}$, А.

Определить мгновенное значение тока.

- 1) $i = 10 \sin(\omega t + 60^\circ)$, А. 2) $i = 10\sqrt{2} \sin(\omega t + 60^\circ)$, А.
 3) $i = 10 \sin \omega t$, А. 4) $i = 10\sqrt{2} \sin \omega t$, А.

Ответ: 2.

17. Выразить в символьной форме напряжение $\dot{U}_{ab}$.



- 1) $\dot{U}_{ab} = -j\omega L_1 \dot{I}_1 + j\omega M_{12} \dot{I}_2$. 2) $\dot{U}_{ab} = -j\omega L_1 \dot{I}_1$.
 3) $\dot{U}_{ab} = j\omega L_1 \dot{I}_1 + j\omega M_{12} \dot{I}_2$. 4) $\dot{U}_{ab} = -j\omega L_1 \dot{I}_1 + j\omega M_{12} \dot{I}_2$.

Ответ: 4.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Настоящее учебное пособие охватывает раздел «Линейные электрические цепи постоянного и синусоидального тока» дисциплин «Теоретические основы электротехники», «Электротехника и электроника» и «Общая электротехника и электроника».

Усвоение понятий, законов и умение пользоваться ими достигается в результате решения задач, проведения необходимых численных расчетов, качественного и количественного анализа процессов в электрических цепях. Не менее важным является овладение навыками экспериментального исследования электрических процессов. Выполнение контрольных работ и самоконтроль позволяют закрепить полученные знания по разделу и подготовиться к итоговой аттестации.

Издание предназначено для самостоятельной работы студентов, содержит перечень вопросов раздела, задания на самостоятельную работу, примеры расчета, задание и порядок проведения экспериментальных исследований с использованием моделирования в Multisim, примеры тестовых задач.

Библиографический список

1. Теоретические основы электротехники: Учебник: В 3 т. / К. С. Демирчян, Л. Р. Нейман и др. СПб: Питер, 2004. Т.1. 463 с.
2. Коровкин Н. В. Теоретические основы электротехники: Сборник задач / Н. В. Коровкин, Е. Е. Селина, В. Л. Чечурин. СПб: Питер, 2004. 512 с.
3. Бычков Ю. А. Основы теории электрических цепей: Учебник / Ю. А. Бычков, В. М. Золотницкий, Э. П. Чернышев. СПб-М.-Краснодар: Лань, 2004. 464 с.
4. Теоретические основы электротехники: Методические указания и контрольные задания для студентов технических специальностей вузов / Л. А. Бессонов, И. Г. Демидова и др. М.: Высшая школа, 2007. 159 с.
5. Прянишников В. А. Теоретические основы электротехники: Курс лекций / В. А. Прянишников. СПб: Корона-Принт, 2004. 336 с.

6. Прянишников В. А. Электротехника и ТОЭ в примерах и задачах: Практическое пособие / В. А. Прянишников, Е. А. Петров, Ю. М. Осипов. СПб: Корона-Принт, 2007. 334 с.

7. Тэттэр А. Ю. Основы теории цепей постоянного и переменного тока: Учебное пособие / А. Ю. Тэттэр, А. В. Пономарев / Омский гос. ун-т путей сообщения. Омск, 2012. 143 с.

8. Тэттэр А. Ю. Режимы постоянного и синусоидального тока в линейных электрических цепях: Учебное пособие / А. Ю. Тэттэр, Т. В. Ковалева, А. В. Пономарев / Омский гос. ун-т путей сообщения. Омск, 2014. 180 с.

Учебное издание

ТЭТТЭР Александр Юрьевич, ЗВЕРЕВ Андрей Григорьевич,
КОВАЛЕВА Татьяна Владимировна, ПАШКОВА Наталья Викторовна

ЛИНЕЙНЫЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ЦЕПИ
ПОСТОЯННОГО И СИНУСОИДАЛЬНОГО ТОКА

Учебное пособие

Редактор Н. А. Майорова

Корректор И. А. Сенеджук

Подписано в печать 28.05.2015. Формат $60 \times 84 \frac{1}{16}$.
Офсетная печать. Бумага офсетная. Усл. печ. л. 4,3. Уч.-изд. л. 4,8.
Тираж 500 экз. Заказ .

**

Редакционно-издательский отдел ОмГУПСа
Типография ОмГУПСа

*

644046, г. Омск, пр. Маркса, 35