

Контрольная работа по физике (часть 2)
«Оптика. Тепловое излучение. Элементы квантовой физики».

Методические указания к контрольной работе

1. Проработайте материал Лекции 3 (Тема: Оптика), Лекции 4 (Тепловое излучение. Фотоэффект), Лекции 5 (Тема: Атом водорода по Бору. Соотношение неопределенностей. Уравнение Шредингера) и примеры решения задач. В лекциях и примерах есть все необходимые для решения задач формулы.
2. Решите задачи из раздела «Задачи для самостоятельного решения».
3. Возможные способы создания файла с решениями:
 - a. напишите решения задач от руки, отсканируйте или сфотографируйте. Возможные расширения у полученного файла: ***.jpg, *.bmp, *.tif, *.pdf**. (Совет: если полученный файл имеет большой размер, можно перевести его для уменьшения размера в формат *.pdf)
 - b. если есть возможность, можете набрать решения в текстовом редакторе. Возможные расширения у полученного файла: ***.doc, *.rtf, *.pdf**.
 - c. пожалуйста, **не присылайте файлы в формате *.docx**.
4. Загрузите файл с решениями задач в систему.

Правила оформления задач:

1. Записать полностью условие задачи. Выписать все величины, входящие в условие, – столбиком и выразить их в одних единицах (преимущественно в Международной системе единиц СИ).
2. Осмыслить физическую сущность задачи, представив ее наглядно в виде четкого рисунка, на котором, хотя бы условно, указать все параметры, характеризующие явления, на основе которых построено условие задачи.
3. Указать основные законы и формулы, на которых базируется условие задачи, разъяснить буквенные обозначения, употребляемые при написании формул. Векторные величины внести на чертеж. Если при решении задачи применяется формула, полученная для частного случая, не выражающая какой-нибудь физической закон или не являющаяся определением какой-нибудь физической величины, то ее следует вывести. Пояснения должны быть краткими, но исчерпывающими.
4. Решить задачу сначала в общем виде, то есть в буквенных обозначениях, заданных в условии задачи и взятых из таблиц.
5. Подставив в рабочую формулу размерности, убедиться в правильности размерности искомой величины.
6. Подставить в конечную формулу числовые значения. При вычислениях соблюдать правила приближенных вычислений и округлений.

Примеры решения задач

Пример 1. Определить волну де Бройля для электрона, прошедшего ускоряющую разность потенциалов 100 кВ.

Дано:	
$U = 100 \cdot 10^3 \text{ В}$	
$\lambda = ?$	

Решение:
Длина волны де Бройля выражается формулой
$\lambda = \frac{h}{p},$

где h – постоянная Планка, p – импульс частицы.

Импульс электрона можно выразить через кинетическую энергию электронов. Связь импульса с кинетической энергией различна для классического случая (когда

кинетическая энергия частицы много меньше ее энергии покоя) и для релятивистского случая (когда кинетическая энергия частицы сравнима с ее энергией покоя).

В классическом случае

$$\begin{aligned} p &= \sqrt{2mT}, \\ \lambda &= \frac{h}{\sqrt{2mT}}, \end{aligned} \quad (1)$$

где m – масса покоя частицы, для электрона $m = 9,11 \cdot 10^{-31}$ кг.

Электрон, прошедший ускоряющую разность потенциалов U , приобретает кинетическую энергию

$$T = eU, \quad (2)$$

где $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл – заряд электрона.

Подставляем формулу (2) в (1) и получаем:

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2meU}}. \quad (3)$$

Проведем численный расчет:

$$\lambda = \frac{6,62 \cdot 10^{-34}}{\sqrt{2 \cdot 9,11 \cdot 10^{-31} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 100 \cdot 10^3}} = 3,9 \cdot 10^{-12} \text{ (м)}$$

Ответ: $\lambda = 3,9 \cdot 10^{-12}$ м.

Пример 2. Какую ускоряющую разность потенциалов U должен пройти электрон, чтобы его длина волны де Бройля λ была равна 1) $\lambda_1 = 0,1$ нм, 2) $\lambda_2 = 0,1$ пм?

Дано:
 $\lambda_1 = 10^{-10}$ м
 $\lambda_2 = 10^{-13}$ м
 1) $U_1 = ?$
 2) $U_2 = ?$

Решение:
 Длина волны де Бройля выражается формулой

$$\lambda = \frac{h}{p},$$

где h – постоянная Планка, p – импульс частицы.

Импульс электрона можно выразить через кинетическую энергию электронов. Связь импульса с кинетической энергией различна для классического случая (когда кинетическая энергия частицы много меньше ее энергии покоя) и для релятивистского случая (когда кинетическая энергия частицы сравнима с ее энергией покоя).

В классическом случае

$$\begin{aligned} p &= \sqrt{2mT}, \\ \lambda &= \frac{h}{\sqrt{2mT}}, \end{aligned} \quad (1)$$

где m – масса покоя частицы, для электрона $m = 9,11 \cdot 10^{-31}$ кг.

В релятивистском случае

$$\begin{aligned} p &= \frac{1}{c} \sqrt{T(T + 2E_0)}, \\ \lambda &= \frac{hc}{\sqrt{T(T + 2E_0)}}, \end{aligned} \quad (2)$$

где $c = 3 \cdot 10^8$ м/с – скорость света, $E_0 = mc^2$ – энергия покоя, для электрона $E_0 = 0,51$ МэВ.

Чтобы решить вопрос, какую формулу, классическую или релятивистскую, использовать в решении определим порядок длины волны де Бройля электрона для релятивистского случая

$$\lambda_{\text{рел}} \cong \frac{h}{mc} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34}}{9,11 \cdot 10^{-31} \cdot 3 \cdot 10^8} = 2,42 \cdot 10^{-12} (\text{м}).$$

Для классического случая должно быть $\lambda \gg \lambda_{\text{рел}}$, иначе случай релятивистский.

Для $\lambda_1 = 10^{-10}$ м условие $\lambda_1 \gg \lambda_{\text{рел}}$ выполняется, поэтому в первом случае можно использовать классическую формулу (1).

Для $\lambda_2 = 10^{-13}$ м условие $\lambda_1 \gg \lambda_{\text{рел}}$ не выполняется, поэтому во втором случае нужно использовать релятивистскую формулу (2).

Определим кинетическую энергию электрона. Если поле ускоряющее то работа, совершаемая полем по перемещению электрона, идет на увеличение кинетической энергии электрона, т.е.

$$A = \Delta T = T_2 - T_1.$$

Будем считать, что начальной кинетической энергией электрона можно пренебречь, тогда

$$T = A.$$

Работа в электрического поля по перемещению заряда:

$$A = qU,$$

где q – заряд частицы, U – пройденная частицей ускоряющая разность потенциалов. Следовательно

$$T = qU.$$

Подставим полученное значение кинетической энергии в формулы (1) и (2) и определим из этих формул U_1 и U_2 .

1) Классический случай

$$\lambda_1 = \frac{h}{\sqrt{2mqU_1}},$$

$$U_1 = \frac{h^2}{2mq\lambda_1^2},$$

$$[U_1] = \frac{\text{Дж}^2 \cdot \text{с}^2}{\text{Кл} \cdot \text{кг} \cdot \text{м}^2} = \frac{\text{Дж}}{\text{Кл}} = \text{В},$$

$$U_1 = \frac{(6,63 \cdot 10^{-34})^2}{2 \cdot 9,11 \cdot 10^{-31} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 10^{-20}} = 150 (\text{В}).$$

$$\lambda_2 = \frac{hc}{\sqrt{qU_2(qU_2 + 2E_0)}},$$

2) Релятивистский случай

$$U_2 = \frac{E_0}{q} \left(\sqrt{1 + \left(\frac{hc}{E_0 \lambda_2} \right)^2} - 1 \right),$$

$$[U_2] = \frac{\text{Дж}}{\text{Кл}} \left(\sqrt{1 + \left(\frac{\text{Дж} \cdot \text{с} \cdot \text{м}}{\text{Дж} \cdot \text{м} \cdot \text{с}} \right)^2} - 1 \right) = \text{В},$$

$$U_2 = \frac{0,51 \cdot 10^6 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}}{1,6 \cdot 10^{-19}} \left(\sqrt{1 + \left(\frac{6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{0,51 \cdot 10^6 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 10^{-13}} \right)^2} - 1 \right) = 12 \cdot 10^6$$

Ответ: 1) $U_1 = 150 \text{ В}$, 2) $U_2 = 12 \text{ МВ}$.

Пример 3. Объем идеального газа увеличился в 5 раз. Как изменилось давление газа, если процесс изотермический?

Дано: $\frac{V_2}{V_1} = 5$ $\frac{p_2}{p_1} = ?$	Решение. Процесс изотермический Запишем закон Бойля-Мариотта: $p_1 V_1 = p_2 V_2 .$ Выразим p_2: $p_2 = \frac{p_1 V_1}{V_2} ,$ тогда $\frac{p_2}{p_1} = \frac{p_1 V_1}{V_2 p_1} = \frac{V_1}{V_2}$
--	--

Расчет: $\frac{p_2}{p_1} = \frac{V_1}{V_2} = \frac{1}{5} .$

Мы видим, что давление уменьшилось. Поэтому лучше записать так: $\frac{p_1}{p_2} = 5 .$

Ответ: давление газа уменьшилось в 5 раз.

Пример 4. При нагревании идеального газа на $\Delta T = 1 \text{ К}$ при постоянном давлении его объем увеличился на 25% от первоначального объема. Найти начальную и конечную температуру газа.

Дано: $p = \text{const}$ $\Delta T = 70 \text{ К}$ объем увеличился на 25% $T_1 = ?$ $T_2 = ?$	Решение. Уточним, как изменился объем. Пусть начальный объем V_1 составлял 100%, тогда после увеличения на 25 % объем V_2 составляет 125 %. Составим пропорцию: $V_1 \sim 100\%$ $V_2 \sim 125\%$ $V_1 \cdot 125\% = V_2 \cdot 100\% .$ Тогда
--	---

$$V_2 = \frac{V_1 \cdot 125\%}{100\%} = 1,25 V_1 .$$

Процесс при постоянном давлении называется изохорным. Для изохорного процесса справедлив закон Гей Люссака:

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} .$$

Выразим T_2 :

$$T_2 = \frac{T_1 V_2}{V_1} = \frac{T_1 \cdot 1,25 V_1}{V_1} = 1,25 T_1 .$$

Запишем: $\Delta T = T_2 - T_1 .$

(1)

Тогда: $T_1 = T_2 - \Delta T$.

Подставим в (1):

$$T_2 = 1,25(T_2 - \Delta T),$$

$$T_2 = 1,25T_2 - 1,25\Delta T$$

$$T_2 - 1,25T_2 = -1,25\Delta T$$

$$-0,25T_2 = -1,25\Delta T$$

$$T_2 = \frac{1,25\Delta T}{0,25} = 5 \cdot \Delta T$$

Численный расчет:

$$T_2 = 5 \cdot 70 = 350 \text{ K}$$

$$T_1 = T_2 - \Delta T = 350 \text{ K} - 70 \text{ K} = 280 \text{ K}.$$

Ответ: $T_1=280 \text{ K}$, $T_2=350 \text{ K}$.

Строение атома. Краткая теория

Состояние атома водорода определяют четыре квантовых числа: главное, орбитальное, магнитное и спиновое.

1) Главное квантовое число $n = 1, 2, 3, \dots$ определяет энергию электрона в атоме водорода:

$$E_n = -\frac{me^4}{32\pi^2\epsilon_0^2\hbar^2n^2} = -\frac{hcR}{n^2} = -\frac{13,6 \text{ эВ}}{n^2}.$$

2) Орбитальное квантовое число $l = 0, 1, 2, \dots, (n-1)$ определяет орбитальный момент импульса электрона:

$$L = \hbar\sqrt{l(l+1)}.$$

3) Магнитное квантовое число $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm l$ определяет проекцию орбитальный момент импульса на выбранное направление (ось z):

$$L_z = m\hbar.$$

4) Спиновое квантовое число $s = \pm \frac{1}{2}$ определяет проекцию спина электрона выбранное направления (ось z):

$$S_z = s\hbar.$$

Спектр излучения (или поглощения) атома водорода определяется формулой Бальмера:

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{k^2} - \frac{1}{n^2} \right),$$

где k и n – номера энергетических уровней (орбит),

$R = 1,1 \cdot 10^7 \text{ м}^{-1}$ – постоянная Ридберга.

$k = 1, n = 2, 3, 4, \dots$ – ультрафиолетовая серия Лаймана,
 $k = 2, n = 3, 4, 5, \dots$ – видимая серия Бальмера,
 $k = 3, n = 4, 5, 6, \dots$ – инфракрасная серия Пашена, и т.д.

Пример 5. Вычислить для атома водорода энергию электрона на первой боровской орбите, радиус первой боровской орбиты и скорость электрона на ней.

Дано:	Решение:
$n=1$	Энергия электрона в атоме водорода вычисляется по формуле
$E_1=?$	$E_n = -\frac{13,6 \text{ эВ}}{n^2},$
$r_1=?$	где n – номер орбиты (или главное квантовое число)
$v_1=?$	Проведем вычисления:
	$E_1 = -\frac{13,6 \text{ В}}{1^2} = -13,6 \text{ эВ}.$

Согласно правилу квантования Бора радиус n -ой боровской орбиты и скорость электрона на ней связаны соотношением

$$mv_n r_n = n\hbar,$$

где n – главное квантовое число ($n = 1, 2, 3 \dots$),

$$\hbar = \frac{h}{2\pi} = 1,05 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с} \text{ – постоянная Планка,}$$

m – масса электрона,

r_n – радиус n -ой орбиты,

v_n – скорость электрона на n -ой орбите.

Чтобы иметь еще одно уравнение, связывающее r_n и v_n , запишем 2-ой закон Ньютона для электрона, движущегося под действием кулоновской силы притяжения ядра (протона) по круговой орбите:

$$ma = F,$$

где $a = \frac{v_n^2}{r_n}$ – центростремительное ускорение электрона,

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r_n^2} \text{ – сила Кулона.}$$

Решая систему уравнений:

$$\begin{aligned}
 mv_n r_n &= n\hbar, \\
 \frac{mv_n^2}{r_n} &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r_n^2},
 \end{aligned}$$

найдем радиус и скорость:

$$r_n = \frac{4\pi\epsilon_0 \hbar^2 \cdot n^2}{me^2},$$
$$v_n = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 \hbar \cdot n}.$$

Ответ: для первой боровской орбиты при $n = 1$: $E_1 = -13,6$ эВ, $r_1 = 0,53 \cdot 10^{-10}$ м,
 $v_1 = 2,2 \cdot 10^6$ м/с.

Контрольная работа

Задачи для самостоятельного решения

1. Что такое дифракция света?
2. Что такое корпускулярно-волновой дуализм? Электрон – это частица или волна? Может ли электрон проявлять свойства волны? Может ли электрон испытывать дифракцию? (приведите примеры).
3. Определить волну де Бройля для электрона, прошедшего ускоряющую разность потенциалов 300 кВ.
4. Кратко поясните, как устроен атом водорода в соответствии с теорией Бора. По какой формуле рассчитывается энергия электрона в атоме водорода?
5. Найти энергию электрона в атоме водорода, находящегося на второй боровской орбите. Найти скорость электронов на второй боровской орбите.
6. Что такое идеальный газ? Можно ли считать воздух при атмосферном давлении идеальным газом?
7. Какой процесс называется изотермическим? Если давление газа при изотермическом процессе увеличится в 2 раза, как изменится его объем?
8. Запишите формулу, связывающую температуры по шкале Кельвина и по шкале Цельсия. Каков физический смысл абсолютного нуля?
9. При нагревании идеального газа на $\Delta T = 1$ К при постоянном давлении его объем увеличился на 1% от первоначального объема. Найти начальную температуру газа.