

«Московский государственный университет геодезии и картографии»
(МИИГАиК)

Учебно-методическое пособие по дисциплине

ФИЗИКА

методические указания по выполнению контрольной работы

«Механика»

для студентов заочной формы обучения
по специальности 21.05.01 Прикладная геодезия
направлениям подготовки 21.03.03 Геодезия и дистанционное зондирование,
21.03.02 Землеустройство и кадастры

Составитель: Троицкий Владимир Иванович, д.т.н., профессор

*Рекомендовано к использованию в учебном процессе МИИГАиК
решением Редакционно-издательского совета (протокол №
от « » 2020 г.)*

Рецензенты: Литвиненко М.В., декан факультета дистанционных форм обучения МИИГАиК, д.п.н., доцент.

Козлов А.И., д.ф.-м.н., профессор МГТУ ГА

Москва 2021 г.

Оглавление

1. ТРЕБОВАНИЯ К ЗНАНИЯМ И УМЕНИЯМ, КОТОРЫЕ СТУДЕНТ ДОЛЖЕН БУДЕТ ПРОДЕМОНСТРИРОВАТЬ ПО РЕЗУЛЬТАТАМ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ УЧЕБНО-ПОЗНАВАТЕЛЬНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ В ХОДЕ ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ.....	3
2. УСЛОВИЕ ДОПУСКА К ЗАЩИТЕ.	3
3. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ВЫПОЛНЕНИЮ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ.....	4
4. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ОФОРМЛЕНИЮ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ.....	4
5. КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 1.	4
КИНЕМАТИКА	5
ДИНАМИКА МАТЕРИАЛЬНОЙ ТОЧКИ	6
РАБОТА И ЭНЕРГИЯ	8
ДИНАМИКА ВРАЩАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ.....	9
ЗАКОН СОХРАНЕНИЯ ЭНЕРГИИ ПРИ ВРАЩАТЕЛЬНОМ ДВИЖЕНИИ	12
ЗАКОН СОХРАНЕНИЯ МОМЕНТА ИМПУЛЬСА.....	15
НЕИНЕРЦИАЛЬНЫЕ СИСТЕМЫ ОТСЧЕТА.....	17
ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ	18
6. ДЕМОНСТРАЦИОННЫЙ ВАРИАНТ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ...19	
7. ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЯ.....	26
8. ЛИТЕРАТУРА.....	27

1. Требования к знаниям и умениям, которые студент должен будет продемонстрировать по результатам самостоятельной учебно-познавательной деятельности в ходе выполнения работы

По учебному плану для студентов 3 курса заочной формы обучения по направлениям подготовки 21.03.02 *Землеустройство и кадастры*, 21.03.03 *Геодезия и дистанционное зондирование* и по специальности 21.05.01 *Прикладная геодезия* предусматривается выполнение контрольных работ, из которых работа №1 – это «Механика». По результатам самостоятельной учебно-познавательной деятельности в ходе выполнения контрольной работы студент должен:

Знать: теоретические сведения по всем вопросам физики, которые рассматриваются в контрольной работе №1. С этой целью необходимо изучить следующие разделы физики: используя, в частности, литературу, указанную в п.[8]. Полезно также ознакомиться с вопросами для самоконтроля п.[6] и ответить на них.

Уметь: решать задачи, относящиеся к разделам физики, соответствующим контрольной работе №1. С этой целью полезно разработать решение задач демонстрационного варианта п.[7].

2. Условие допуска к защите.

По результатам проверки студент может получить следующие оценки:

1. Работа допущена к защите.
2. Работа допущена к защите с исправлениями.
3. Работа не допущена к защите.

В таблице приводятся действия студента, получившего ту или иную оценку своей работы:

1.	Работа допущена к защите	Студент приносит распечатанную или отсканированную работу на экзамен.
2.	Работа допущена к защите с исправлениями	Сделав исправления в работе по указанию преподавателя, студент не присылает повторно работу на проверку, а приносит ее в период сессии в распечатанном виде для последующей проверки преподавателем.
3.	Работа не допущена к защите	Сделав исправления в работе по указанию преподавателя, студент присылает работу на проверку повторно до тех пор, пока работа не будет

		допущена к защите без исправлений или с незначительными исправлениями.
--	--	--

3. Методические указания по выполнению контрольной работы.

В каждой контрольной работе студент решает все те задачи, номера которых оканчиваются на ту же цифру, на которую оканчивается номер учебного шифра. Например, если номер шифра оканчивается на 5, то студент должен решить задачи 5, 15, 25 и т.д.

При выполнении контрольной работы студент должен изложить подробное решение всех задач своего варианта, желательно, в той же последовательности, как они приводятся в задании. Содержание решения задачи должно включать условие задачи, пошаговый ход решения, при необходимости, демонстрационный чертеж.

Работы должны быть представлены не менее, чем за 2 недели до начала сессии.

4. Методические указания по оформлению контрольной работы.

Каждая работа выполняется в отдельном файле «от руки» с последующим сканированием и сохранением в PDF. Чертежи к работе также выполняются от руки.

Работы должны быть представлены не менее, чем за 2 недели до начала сессии.

5. Контрольная работа № 1.

Номера задач для каждого из вариантов представлены в таблице

№ вар.								
1	1	11	21	31	41	51	61	71
2	2	12	22	32	42	52	62	72
3	3	13	23	33	43	53	63	73
4	4	14	24	34	44	54	64	74
5	5	15	25	35	45	55	65	75
6	6	16	26	36	46	56	66	76
7	7	17	27	37	47	57	67	77
8	8	18	28	38	48	58	68	78
9	9	19	29	39	49	59	69	79
10	10	20	30	40	50	60	70	80

КИНЕМАТИКА

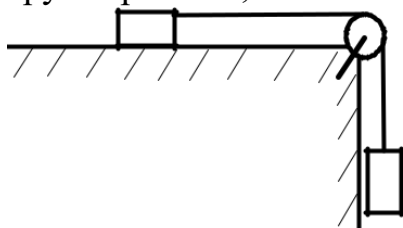
1. Твердое тело вращается вокруг неподвижной оси по закону $\phi = A + Bt + Ct^2$, где $A = 10$ рад, $B = 20$ рад/с, $C = -2$ рад/с². Найти линейное ускорение точки тела, находящейся на расстоянии $R = 0,1$ м от оси вращения, в момент времени $t = 4$ с.
2. Закон изменения координаты материальной точки: $x(t) = (3-t)^2$. Определить перемещение, среднюю скорость перемещения и среднюю путевую скорость материальной точки для промежутка времени $t = 2 \div 4$ с.
3. Закон изменения координаты материальной точки: $y(t) = At + Ct^2 + Bt^4$, где $A = 6$ м/с, $C = 0,2$ м/с², $B = -0,125$ м/с⁴. Найти скорость и ускорение материальной точки в моменты времени $t_1 = 0$ с и $t_2 = 2$ с, а также ее среднюю скорость перемещения и среднее ускорение для первых двух секунд движения.
4. Колесо, радиус которого $R = 0,5$ м, вращается согласно уравнению $\phi = At + Bt^3$, где $A = 2$ рад/с и $B = 0,2$ рад/с³. Определить линейное ускорение точки, находящейся на ободе колеса, в момент времени $t = 3$ с.
5. Твердое тело вращается вокруг неподвижной оси по закону $\phi = A + Ct^2 + Bt^3$, где $A = 10$ рад, $B = 0,5$ рад/с³, $C = -2$ рад/с². Найти линейное ускорение точки тела, находящейся на расстоянии $R = 0,1$ м от оси вращения, в момент времени $t = 3$ с.
6. Закон изменения координаты материальной точки: $x(t) = A + Bt + Ct^2$, где $A = 25$ м, $B = 10$ м/с, $C = 1$ м/с. Найти перемещение, пройденный путь, среднюю путевую скорость и среднюю скорость перемещения материальной точки для промежутка времени $t = 2 \div 6$ с.
7. Закон изменения координаты материальной точки: $y(t) = At^2 - Ct^4$, где $A = 4,5$ м/с² и $C = 0,25$ м/с⁴. Найти скорость и ускорение материальной точки в момент времени $t_1 = 2$ с, а также ее среднюю скорость перемещения и среднюю путевую скорость для промежутка времени $2 \div 4$ с.
8. Материальная точка движется по окружности радиусом $R = 4$ м. Закон ее движения задается уравнением $\xi(t) = A + Bt^2$, где $A = 8$ м, $B = -2$ м/с², а криволинейная координата ξ отсчитывается вдоль окружности. Найти момент времени, когда нормальное ускорение материальной точки равно 9 м/с², а также ее угловое ускорение в этот момент времени.
9. Вращение колеса задается уравнением $\phi(t) = A + Bt + Ct^3$, где $A = 3$ рад, $B = 2$ рад/с, $C = 1$ рад/с³. Радиус колеса равен 1 м.

Для точки, лежащей на ободе колеса, найти угловую и линейную скорости, а также угловое, и нормальное ускорения через $t=3$ с. После начала вращения.

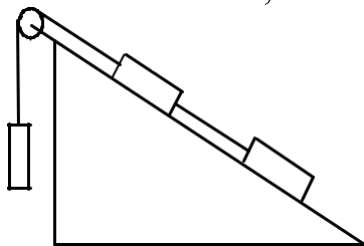
10. Материальная точка движется по окружности, радиус которой равен 2 м. Уравнение движения имеет вид $\xi(t) = At + Bt^3$, где $A = 0,5$ м/с, $B = 0,1$ м/с³, а ξ – криволинейная координата, отсчитываемая вдоль окружности. Найти угловую скорость и ускорение, а также линейное ускорение материальной точки в момент времени $t = 2$ с.

ДИНАМИКА МАТЕРИАЛЬНОЙ ТОЧКИ

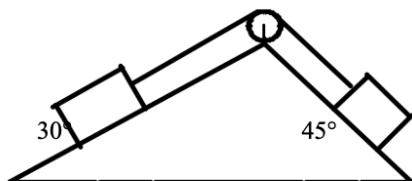
11. Два одинаковых груза массой 1 кг каждый связаны нитью, перекинутой через невесомый блок. Определить силу натяжения нити и коэффициент трения груза о плоскость стола, если ускорение грузов равно $4,5$ м/с².



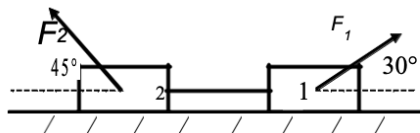
12. Три тела массой $m_1 = 100$ г, $m_2 = 200$ г и $m_3 = 300$ г связаны нитью, перекинутой через невесомый блок, установленный на наклонной плоскости. Угол наклона плоскости к горизонту равен 30° . Коэффициент трения между телами и наклонной плоскостью равен $0,2$. Определить ускорение тел и силу натяжения нити, связывающей тела 1 и 2.



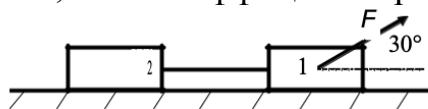
13. Через невесомый блок, укрепленный на ребре призмы, грани которой образуют углы 30° и 45° с горизонтом, перекинута нить. К концам нити привязаны тела массой по 1 кг каждое. Коэффициенты трения тел о плоскость одинаковы и равны $0,1$. Определить ускорение тел и силу натяжения нити.



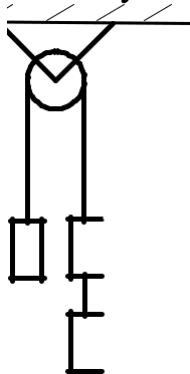
14. Два бруска, масса которых равна $m_1 = 1$ кг и $m_2 = 2$ кг, связанные нитью, движутся по горизонтальной поверхности под действием сил $F_1 = 8$ Н и $F_2 = 5$ Н, составляющих с горизонтом углы соответственно 30° и 45° . Коэффициенты трения брусков о поверхность одинаковы и равны 0,1. Система движется направо. Найти ускорение брусков и силу натяжения нити.



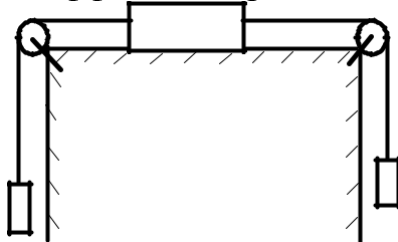
15. Двое саней массой по 20 кг, связанных между собой веревкой, тянут по горизонтальной поверхности, прикладывая силу $F = 200$ Н под углом 30° к горизонту. Найти ускорение саней и силу натяжения веревки, связывающей сани, если коэффициент трения полозьев о снег равен 0,025.



16. Через невесомый блок перекинута нить, связывающая тело 3 с телом 2, к которому подвешено тело 1. Масса каждого тела 2 кг. Найти ускорение тела 1 и силу натяжения нити, связывающей его с телом 2. 30° 45°

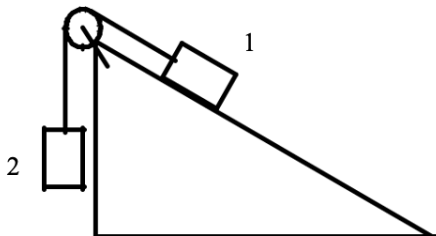


17. На столе лежит брусок массой 2 кг, к которому привязаны нити, перекиннутые через невесомые блоки, укрепленные на обоих концах стола. К свободным концам нитей подвешены грузы, масса которых равна соответственно 0,85 кг и 0,2 кг. Вследствие этого брусок приходит в движение и за первые 3 с проходит расстояние 0,81 м. Определить коэффициент трения скольжения бруска о стол и силы натяжения нитей.



18. Два тела, масса которых равна $m_1 = 100$ г и $m_2 = 200$ г, связаны нитью, перекинутой через невесомый блок, установленный на наклонной плоскости. Угол наклона плоскости к горизонту равен 30° .

Коэффициент трения между телом 1 и наклонной плоскостью – 0,2. Определить ускорение тел и силу натяжения нити.



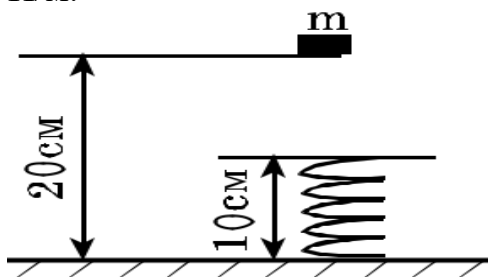
19. Самолет делает петлю в вертикальной плоскости. Определить вес летчика в верхней и нижней точках петли, если ее радиус 200 м, масса летчика 80 кг, скорость самолета 360 км/ч.

20. Небольшое тело, привязанное к нити, описывает в горизонтальной плоскости окружность радиусом 40 см. Нить образует с вертикалью угол 30° . Определить линейную скорость тела.

РАБОТА И ЭНЕРГИЯ

21. Камень массой 1 кг падает с высоты 20 м и в момент падения на землю имеет скорость 18 м/с. Определить работу силы сопротивления воздуха и величину этой силы, считая ее постоянной.

22. Тело массой 10 г падает с высоты 20 см на вертикально расположенную пружину, вызывая ее сжатие. Определить максимальное смещение верхнего конца пружины, если начальная высота пружины 10 см, а ее жесткость 100 Н/м.



23. Из бесконечности на поверхность Земли падает метеорит массой $m = 30$ кг. Какая работа будет совершена при этом силами тяготения Земли? Считать известными ускорение свободного падения у поверхности Земли $g = 9,8$ м/с² и радиус Земли $R = 6400$ км.

24. С поверхности Земли вертикально вверх пущена ракета со скоростью $V = 8$ км/с. На какую высоту она поднимется? Радиус Земли $R = 6400$ км, а ее масса $M = 6 \cdot 10^{24}$ кг.

25. Пружина жесткостью $k = 500$ Н/м сжата силой $F = 100$ Н. Какую работу нужно совершить, чтобы дополнительно сжать эту пружину на 2 см?

26. С горки высотой 2 м съезжают санки. Какой путь пройдут санки на горизонтальном участке, если коэффициент трения на нем равен 0,06? Трением на горке пренебречь.

27. Мальчик массой 40 кг, скатившись на санках с горки, высота которой 2 м, а угол наклона к горизонту 30° , проехал по горизонтальной дороге до остановки путь 20 м. Найти коэффициент трения, считая его постоянным на всём пути. Чему равна сила трения на горизонтальном участке?

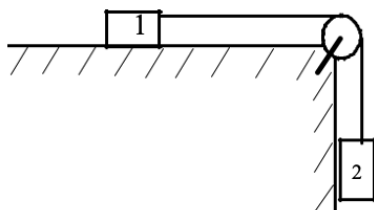
28. Пуля массой 10 г подлетает со скоростью 600 м/с к неподвижно закрепленной доске толщиной 4 см и, пробив ее, вылетает со скоростью 400 м/с. Найти силу сопротивления доски, считая ее постоянной.

29. Математический маятник массой 0,1 кг отклонили в горизонтальное положение и отпустили. Определить силу натяжения нити в момент, когда она составляет с вертикалью угол 60° .

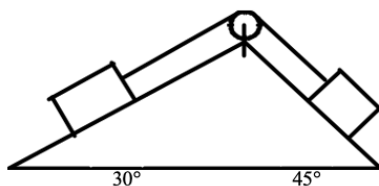
30. Два небольших шара одинаковой массы подвешены на параллельных нитях одинаковой длины так, что они соприкасаются. Первый шар отклоняют, вследствие чего его центр масс поднимается на высоту 5 см, а затем – отпускают. На какую высоту поднимутся шары после соударения, если удар неупругий (шары слипаются)?

ДИНАМИКА ВРАЩАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ

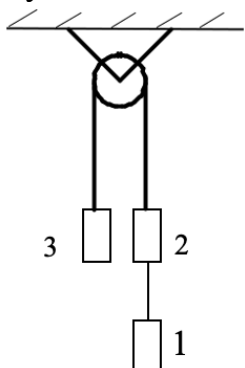
31. Два тела массой $m_1 = 1$ кг и $m_2 = 1$ кг связаны нитью, перекинутой через блок массой $m = 1$ кг. Определить ускорение тел, если коэффициент трения тела 1 о плоскость стола $\mu = 0,1$.



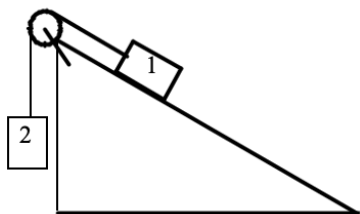
32. Через блок массой 1 кг, укрепленный на ребре призмы, грани которой образуют с горизонтом углы 30° и 45° , перекинута нить. К концам нити привязаны небольшие тела массой по 2 кг каждое. Коэффициенты трения тел о плоскость одинаковы и равны 0,1. Определить ускорение тел.



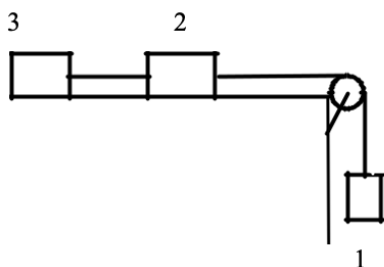
33. Через блок массой 1 кг перекинута нить, связывающая тело 3 с телом 2, к которому подвешено тело 1. Масса каждого тела 4 кг. Найти ускорение тела 1 и силу натяжения нити, связывающей его с телом 2.



34. Два тела массой $m_1 = 100$ г и $m_2 = 200$ г связаны нитью, перекинутой через блок массой $m = 100$ г, установленный на наклонной плоскости. Угол наклона плоскости к горизонту равен 30° . Коэффициент трения между телом 1 и наклонной плоскостью равен 0,2. Определить ускорение тел.

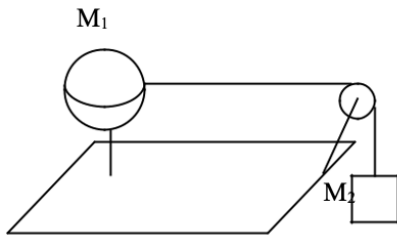


35. Определить силу натяжения нити, связывающей первое тело со вторым, если масса первого тела равна 0,5 кг, второго – 0,3 кг, третьего – 2 кг, а масса блока – 1 кг. Трением тел о горизонтальную поверхность пренебречь.

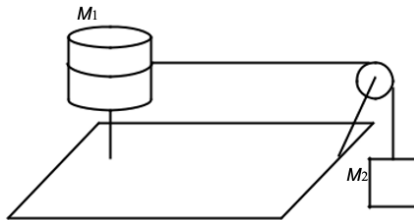


36. Однородный шар массой $m_1 = 5$ кг может вращаться вокруг вертикальной оси, проходящей через его центр. На «экваторе» шара намотана нить, другой

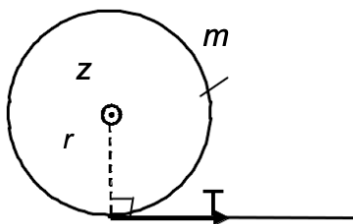
конец которой, перекинутый через цилиндрический блок массой $m=1$ кг, привязан к грузу массой $m_2=10$ кг. Определить ускорение груза, если блок и шар вращаются без трения.



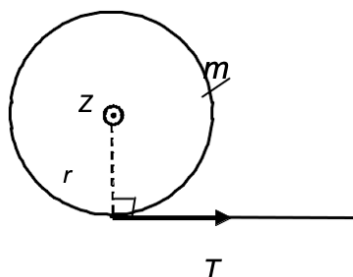
37. Однородный цилиндр массой $m_1=3$ кг может вращаться вокруг вертикальной оси, совпадающей с его осью симметрии. На цилиндр намотана нить, другой конец которой, перекинутый через цилиндрический блок массой $m=2$ кг, привязан к грузу массой $m_2=5$ кг. Определить ускорение груза, если блок и цилиндр вращаются без трения.



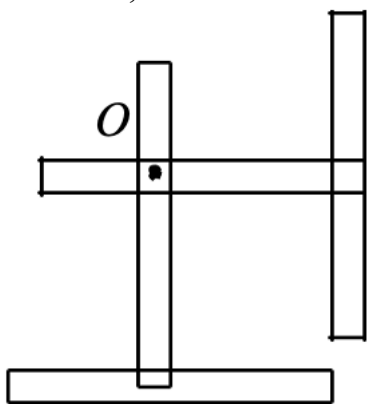
38. Однородный сплошной цилиндр, имеющий радиус $r=0,1$ м и массу $m=1$ кг, может вращаться вокруг оси, совпадающей с его осью симметрии (ось z). На цилиндр намотана нить, за которую тянут так, что зависимость угла поворота цилиндра от времени имеет вид $\phi(t) = Bt^5$, где $B=1$ рад·с⁵. Определить момент времени, когда сила натяжения нити T станет равной 28 Н, если со стороны оси на вращающийся цилиндр действует постоянный тормозящий момент, величина которого $M_{тр}=10$ Нм.



39. Однородный шар, имеющий радиус $r=0,1$ м и массу $m=2$ кг, может вращаться вокруг оси z , проходящей через его центр. На «экватор» шара намотана нить, за которую тянут так, что зависимость угла поворота шара от времени имеет вид $\phi(t) = Bt^4$, где $B=1$ рад·с⁴. Определить силу натяжения нити через две секунды после начала вращения шара, если со стороны оси на вращающийся шар действует постоянный тормозящий момент, $M_{тр}=10$ Н·м.



40. Маятник (в виде буквы Т) изготовлен из двух однородных стержней длиной l и массой m . Он колеблется вокруг горизонтальной оси, проходящей на расстоянии $1/4l$ от конца одного из стержней (точка O). Определить момент силы тяжести относительно точки O и угловое ускорение маятника в момент времени, когда маятник отклонен из положения равновесия на 90° . Считать, что маятник вращается без трения.



ЗАКОН СОХРАНЕНИЯ ЭНЕРГИИ ПРИ ВРАЩАТЕЛЬНОМ ДВИЖЕНИИ

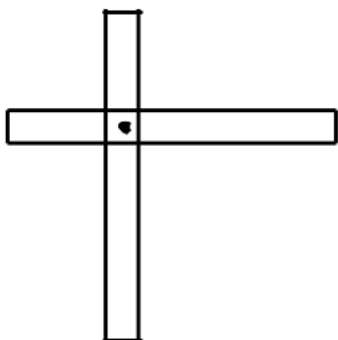
41. Сплошной однородный цилиндр радиусом $r = 10$ см и массой $m = 2$ кг скатывается без проскальзывания с высоты 1 м вдоль наклонной плоскости. Определите момент импульса цилиндра относительно оси вращения у основания наклонной плоскости.

42. Однородный сплошной цилиндр и однородный шар, имеющие одинаковую массу и радиус, закатываются без проскальзывания на наклонную плоскость. Найти отношение высот, на которые они поднимутся вдоль наклонной плоскости, если у основания наклонной плоскости их скорости одинаковы.

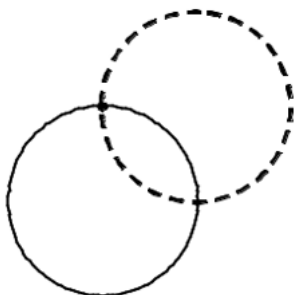
43. Однородный сплошной цилиндр и однородный шар, имеющие одинаковую массу и радиус, скатываются с одинаковой высоты вдоль наклонной плоскости. Найти отношение их скоростей у основания наклонной плоскости.

44. Маховик в виде однородного сплошного цилиндра, имеющего массу 2 кг и радиус 20 см, вращаясь равнозамедленно, уменьшил частоту своего вращения с 480 об/мин до 120 об/мин и, при этом, сделал 40 оборотов. Определите работу торможения и тормозящий момент.

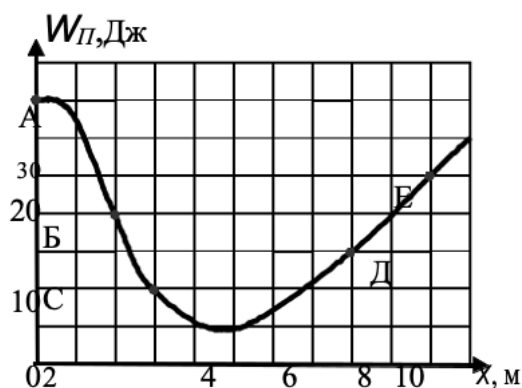
45. Стержень длиной $l = 1$ м и массой $m = 10$ кг может вращаться вокруг горизонтальной оси, проходящей на расстоянии $1/4l$ от его верхнего конца (точка O). Его отклонили из положения равновесия на угол 90° и отпустили. Определить постоянный момент силы трения, который ось прикладывает к стержню, если при прохождении положения равновесия угловая скорость стержня $\omega = 5$ рад/с.



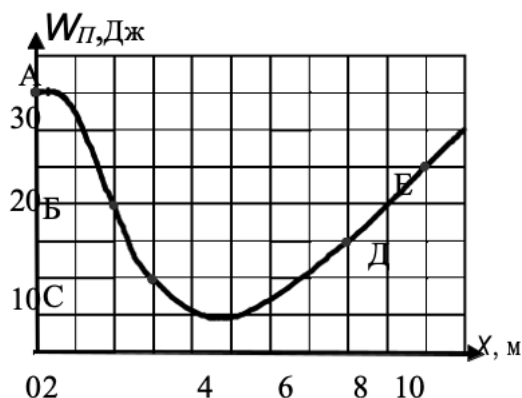
46. Обруч радиусом $r = 0,5$ м и массой $m = 1$ кг может вращаться вокруг горизонтальной оси (точка O). Его отклонили из положения равновесия на угол 90° и отпустили. Определить постоянный момент силы трения, который ось прикладывает к обручу, если при прохождении положения равновесия угловая скорость обруча $\omega = 4$ рад/с.



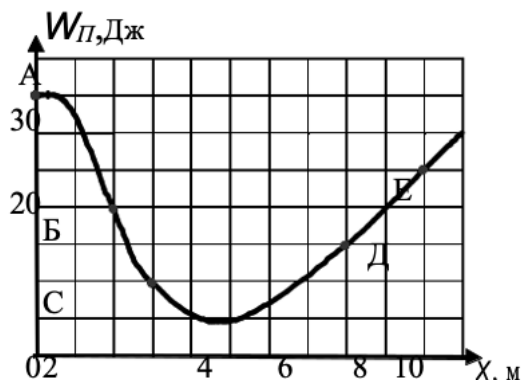
47. Однородный шар катится без проскальзывания по горке. А зависимость его потенциальной энергии от координаты $W_i(x)$ изображена на графике. Чему равна кинетическая энергия шара, обусловленная вращением, в точке «Б», если в точке «А» его полная кинетическая энергия равна 10 Дж.



48. Однородный сплошной цилиндр катится без проскальзывания по горке. Зависимость его потенциальной энергии от координаты $W_{\text{п}}(x)$ изображена на графике. Определить кинетическую энергию цилиндра, обусловленную движением его центра масс, в точке «С», в точке «А» полная кинетическая энергия цилиндра равна 20 Дж.

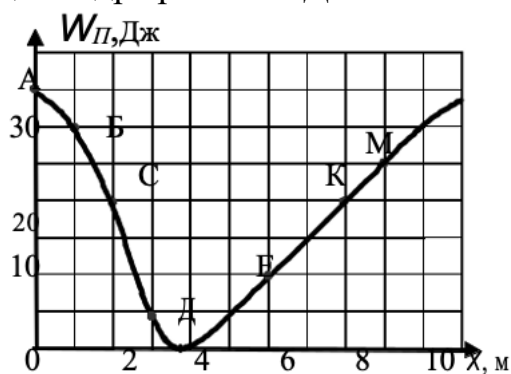


49. Полый цилиндр катится без проскальзывания по горке. Зависимость его потенциальной энергии от координаты $W_{\text{п}}(x)$ изображена на графике. Определить кинетическую энергию цилиндра, обусловленную вращением, в точке «Е», если в точке «А» его скорость равнялась нулю.



50. Полый цилиндр катится без проскальзывания по горке. Зависимость его потенциальной энергии от координаты $W_{\text{п}}(x)$ изображена на графике. Определить кинетическую энергию цилиндра, обусловленную движением

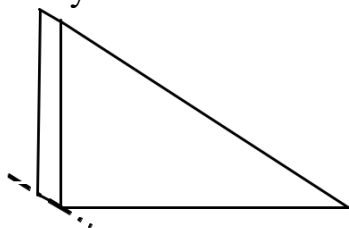
его центра масс, в точке «С», если в точке «А» полная кинетическая энергия цилиндра равна 30 Дж.



ЗАКОН СОХРАНЕНИЯ МОМЕНТА ИМПУЛЬСА

51. Однородный стержень массой 12 кг и длиной L вращается в горизонтальной плоскости относительно вертикальной оси, проходящей через его середину, с частотой 1 об/с. На одном конце стержня укреплен шайба массой 2 кг. С какой частотой будет вращаться стержень, если шайбу передвинуть на расстояние $L/4$ в направлении оси вращения, действуя силой, направленной вдоль оси стержня?

52. Небольшое тело массой 3 кг начинает скользить с вершины наклонной плоскости высотой 2 м без начальной скорости. Определить момент импульса тела относительно оси OO'



53. На блок в форме однородного сплошного цилиндра радиусом 10 см и массой 5 кг намотана нить, к свободному концу которой подвешено небольшое тело массой 1 кг. Определить момент импульса системы блок–тело относительно оси блока через две секунды после начала движения системы. Считать, что блок вращается без трения.



54. Пуля массой 9 г летит со скоростью 330 м/с, вращаясь вокруг своей продольной оси с частотой 2 об/с. Определить момент импульса пули относительно ее продольной оси и полную кинетическую энергию. Пулю рассматривать как однородный цилиндр диаметром 7 мм.

55. С наклонной плоскости высотой 2 м скатывается без проскальзывания шар массой 1 кг и радиусом 2 см. Определить момент импульса шара относительно его оси симметрии в конце наклонной плоскости.

56. Платформа, представляющая собой однородный сплошной цилиндр массой 200 кг и радиусом 2 м, на краю которой стоит человек массой 80 кг, вращается без трения вокруг вертикальной оси с частотой 18 об/мин. Человек начал двигаться по краю платформы со скоростью 2 м/с относительно нее в направлении ее вращения? С какой частотой стала вращаться платформа. Человека рассматривать как материальную точку.

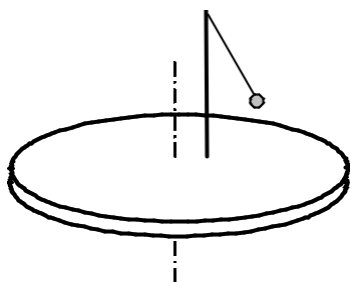
57. Человек массой 80 кг стоит на краю неподвижной платформы, представляющей собой однородный сплошной цилиндр массой 100 кг и радиусом 2 м, который может вращаться без трения вокруг вертикальной оси. С какой угловой скоростью начнет вращаться платформа после того, как человек поймает мяч массой 0,5 кг, летящий горизонтально по касательной к платформе со скоростью 10 м/с. Человека рассматривать как материальную точку.

58. Человек массой 80 кг стоит на краю неподвижной горизонтальной платформы, которая имеет вид однородного сплошного цилиндра массой 100 кг и может вращаться без трения вокруг вертикальной оси. На какой угол повернется платформа после того, как человек пройдет по краю относительно нее два полных круга? Человека рассматривать как материальную точку.

59. Однородный стержень массой 1,5 кг и длиной 0,5 м может вращаться без трения вокруг горизонтальной оси, проходящей через его верхний конец. Когда стержень находился в положении равновесия, в его центр попала горизонтально летевшая пуля массой 9 г и застряла в нем. Вследствие этого стержень отклонился от вертикали на угол 60° . Определить скорость пули.

60. Однородный стержень массой 2,5 кг может вращаться без трения вокруг горизонтальной оси, проходящей через его верхний конец. Когда стержень находился в положении равновесия, в его нижний конец попала горизонтально летевшая пуля массой 9 г и застряла в нем. Вследствие этого стержень отклонился от вертикали на угол 60° . Определить длину стержня, если скорость пули 300 м/с.

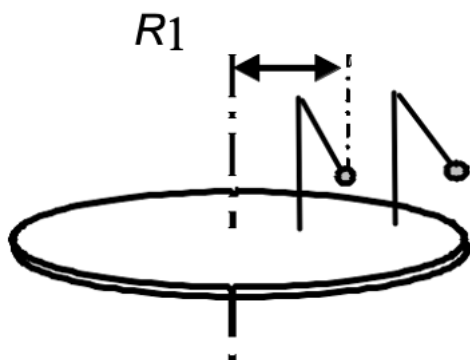
61. Движение частицы массой 20 г рассматривается в системе отсчета, вращающейся относительно инерциальной системы с угловой скоростью 20 рад/с. Какую работу совершат силы инерции при перемещении частицы из точки, находящейся на расстоянии 1 м от оси вращения, в точку, удаленную от оси на 2 м?
62. Горизонтально расположенный стержень длиной 1 м вращается вокруг вертикальной оси, проходящей через один из его концов, с постоянной угловой скоростью 2 рад/с. На стержень надета небольшая шайба массой 100 г, закрепленная с помощью нити на расстоянии 10 см от оси вращения. Нить пережигают, и шайба начинает скользить без трения по стержню. Определить горизонтальную силу давления шайбы на стержень в момент времени, когда она окажется на конце стержня.
63. Небольшая шайба лежит на расстоянии 10 см от оси вращения горизонтального диска. Максимальная частота вращения диска, при которой шайба может покоиться относительно него, равна 60 об/мин. Определить коэффициент трения между шайбой и диском. Задачу решить в системе отсчета, связанной с диском.
64. Горизонтально расположенный стержень длиной 1 м вращается вокруг вертикальной оси, проходящей через один из его концов, с постоянной угловой скоростью. На стержень надета небольшая шайба, закрепленная с помощью нити на расстоянии 2 см от оси вращения. Нить пережигают, и шайба начинает без трения скользить по стержню. Как относятся скорости шайбы относительно стержня в его конечной точке и в его середине?
65. Электровоз массой 184 т движется на широте 30° вдоль меридиана со скоростью 72 км/час. Определить горизонтальную силу, с которой электровоз давит на рельсы. Куда направлена эта сила, если электровоз находится в южном полушарии и едет на север?
66. Выстрел произведен на север из ружья, закрепленного в южном полушарии на широте 45° . Считая, что пуля летит горизонтально, определить величину и направление ее смещения от линии прицеливания за 1 с. Скорость пули при выстреле 330 м/с. Сопротивлением воздуха пренебречь.
67. Небольшое тело массой 50 г привязано с помощью нити к вертикальной стойке, расположенной на вращающемся диске. Чему равна частота вращения диска и сила натяжения нити, если нить отклонена от вертикали на угол 30° , а тело при этом покоится относительно диска на расстоянии 50 см от оси вращения? Задачу решить в системе отсчета, связанной с диском.



68. Выстрел произведен из ружья, закрепленного горизонтально в северном полушарии на широте $\phi=45^\circ$, по мишени, находящейся южнее ружья на расстоянии 100 м от него. Скорость пули при выстреле $V_0=300$ м/с. Считая, что пуля летит горизонтально, определить величину и направление ее смещения от центра мишени. Сопротивлением воздуха пренебречь.

69. Выстрел произведен из ружья, закрепленного горизонтально в южном полушарии на широте $\phi=30^\circ$, по мишени, установленной севернее него. В какую сторону отклонится пуля от центра мишени? Определить расстояние между ружьем и мишенью, если боковое смещение пули от ее центра равно 1 см. Считать, что пуля летит горизонтально, а ее скорость при выстреле $V_0=300$ м/с. Сопротивлением воздуха пренебречь.

70. Два небольших тела, масса которых равна $m_1=200$ г и $m_2=100$ г, привязаны с помощью нитей к вертикальным стойкам, расположенным на вращающемся диске. При этом первое тело оказалось на расстоянии $r_1=1$ м от оси вращения, а второе – на расстоянии $r_2=3$ м от нее. Определить силы натяжения нитей, если нить, с помощью которой привязано первое тело, отклонена от вертикали на 45° . Задачу решить в системе отсчета, связанной с диском.



ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ

71. Две частицы движутся навстречу друг другу относительно некоторой инерциальной системы отсчета с одинаковой скоростью $0,4c$, где c – скорость света. С какой скоростью движется одна частица относительно другой?

72. Во сколько раз изменится полная энергия частицы, если ее скорость увеличится с $0,5c$ до $0,9c$, где c – скорость света?

73. С какой скоростью должна двигаться частица, чтобы ее кинетическая энергия увеличилась в 2 раза, если начальная скорость частицы $\frac{1}{2}c$, где c – скорость света?

74. С какой скоростью должна двигаться частица, чтобы ее полная энергия увеличилась в 3 раза, если начальная скорость частицы $\frac{1}{5}c$, где c – скорость света?

75. Над первоначально покоившейся частицей массой m была совершена работа $A = 2mc^2$, (c – скорость света). Определить импульс частицы.

76. Над частицей массой m , двигавшейся со скоростью $c/2$, была совершена работа $A = mc^2$ (c – скорость света). Определить ее конечный импульс.

77. С какой скоростью должен двигаться стержень в направлении своей оси, чтобы его релятивистское сокращение составило $1/3$ его собственной длины.

78. Первоначально покоившийся стержень привели в движение со скоростью $0,8c$ в направлении его оси, где c – скорость света. На сколько процентов вследствие этого сократилась длина стержня в системе отсчета, относительно которой он ранее покоился?

79. Две одинаковые частицы массой m двигались навстречу друг другу с одинаковыми скоростями $0,9c$, где c – скорость света. Определить массу частицы, образовавшейся в результате их абсолютно неупругого столкновения.

80. Неподвижная частица массой M распадается на две одинаковые частицы массой $0,2M$ каждая. Найти скорости этих частиц.

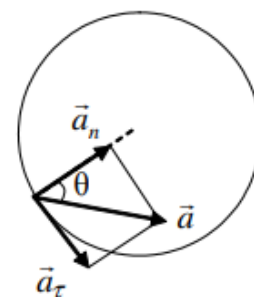
6. ДЕМОНСТРАЦИОННЫЙ ВАРИАНТ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ

Задача 1

Материальная точка движется по окружности радиуса $R = 2$ м. Ее криволинейная координата изменяется с течением времени по закону $\xi(t) = At^3 - Bt^2 + Ct$, где $A = 1$ 1/рад³, $B = 6$ 1/рад² и $C = 20$ 1/рад. Определить линейное ускорение материальной точки в момент времени t ,

когда ее тангенциальное ускорение a_t обращается в ноль.

Решение. Подставим в функцию $\xi(t)$ значения констант A , B и C .



Тогда $\xi(t) = t^3 - 6t^2 + 20t$. Искомый момент времени t находится из условия $a_T(t) = 0$. Поэтому нужно знать закон изменения тангенциального ускорения с течением времени. В свою очередь, тангенциальное ускорение можно определить путем дифференцирования функции $V(t)$, которую найдем, проинтегрировав по времени функцию $V(t)$:

$$V(t) = 3t - 12t + 20$$

Знак модуля в правой части выражения опущен, так как квадратный трехчлен, появившийся в результате дифференцирования, всегда положителен (его дискриминант отрицателен, а ветви параболы направлены вверх). Используя полученное выражение найдем функцию $a_T(t)$ и приравняем ее нулю:

$$a_T(t) = \left| \frac{dV}{dt} \right| = \left| (3t^2 - 12t + 20)' \right| = |6t - 12| = 0.$$

Решив уравнение, получим, что искомый момент времени $t = 2$ с. Так как в этот момент времени $a_T(t) = 0$, то линейное ускорение материальной точки равно ее нормальному ускорению, при вычислении которого воспользуемся выражением для линейной скорости:

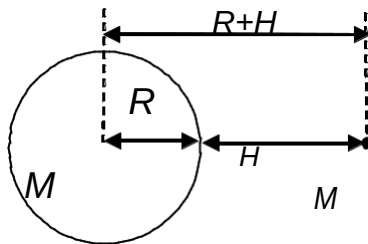
$$a(t) = a_n = \frac{V^2}{R} = \frac{(3t^2 - 12t + 20)^2}{R} = \frac{(3 \cdot 2^2 - 12 \cdot 2 + 20)^2}{2} = 32 \text{ м/с}^2.$$

Задача 2

Задача. Определить работу, совершаемую силой тяжести при перемещении тела массы m с высоты $h_1 = 2R$ на высоту $h_2 = R$ относительно поверхности Земли. Считать известными радиус Земли R и

ускорение свободного падения на ее поверхности g .

Решение. Работу силы тяжести рассчитаем как убыль потенциальной энергии тела в поле силы тяжести



$$A_{1 \rightarrow 2} = W_1 - W_2.$$

Так как условие $h \ll R$ не выполняется, то потенциальную энергию тела рассчитаем по формуле

$$A_{1 \rightarrow 2} = GMm/R + 2R + GMm/R + R = GMm/6R$$

Ускорение свободного падения у поверхности Земли g удовлетворяет равенству

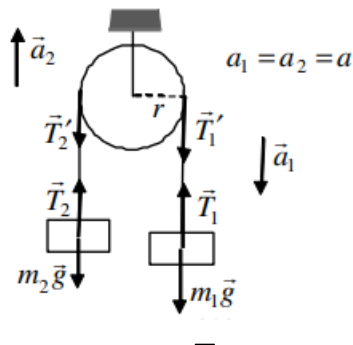
Подстановка $GM/R = gR$ завершает решение задачи

$$A_{1 \rightarrow 2} = GMm/6R = gRm/6$$

Задача 3

Через блок в виде однородного цилиндра массой $m = 2$ кг перекинута нить, к концам которой привязаны тела соответственно массой $m_1 = 2$ кг и $m_2 = 1$ кг. Определить ускорение тел и силу натяжения нити, если блок вращается без трения.

Решение. Как уже отмечалось ранее на участках, которые не находятся в контакте с другими телами, модуль силы натяжения нити одинаков, то есть $T_1 = T_2 = T$.



Для каждого из тел запишем второй закон Ньютона спроектированный на ось направленную по ускорению $m_1 a = m_1 g - T_1$
 $m_2 a = m_2 g - T_2$
 Для блока запишем уравнение динамики вращения

$$m r^2 / 2 (a/r) = T_1 r - T_2 r$$

Здесь момент инерции блока представлен как $I = m r^2 / 2$, а угловое ускорение блока вывжжено через ускорение a с помощью формулы $\epsilon = a/r$

В итоге получаем третье уравнение
 $m/2 a = T_1 - T_2$

Таким образом получаем три уравнения

с тремя неизвестными: a , T_1 и T_2 . Удобным способом решения этой системы является приравнивание суммы левых частей всех уравнений сумме их правых частей и получение выражения для a .

$$a = \frac{(m_1 - m_2)g}{\left(m_1 + m_2 + \frac{m}{2}\right)} = \frac{(2-1) \cdot 10}{2+1+1} = 2,5 \text{ м/с}^2.$$

Зная ускорение тел, найдем силы натяжения нити с разных сторон блока с помощью формул:

$$T_1 = m_1 (g - a) = 2 \cdot (10 - 2,5) = 15 \text{ Н};$$

$$T_2 = m_2 (a + g) = 1 \cdot (2,5 + 10) = 12,5 \text{ Н}.$$

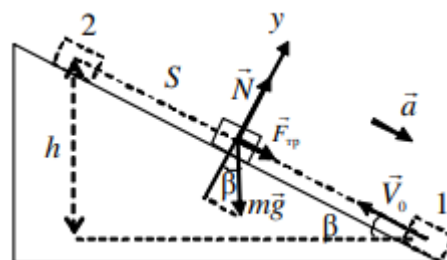
Задача 4

На какую максимальную высоту поднимется тело вверх вдоль наклонной плоскости, двигаясь по инерции, если его скорость

у ее основания равна V_0 ? Угол наклона плоскости к горизонту равен β . Коэффициент трения тела о плоскость равен μ .

Решение.

На тело действуют три силы: сила тяжести mg , реакция опоры N и сила трения $F_{тр}$. Первая из них консервативна, вторая – не совершает работу, а третья – диссипативна, то есть, совершает отрицательную работу. Поэтому в данном случае механическая энергия тела



не сохраняется, и задачу следует решать с помощью формулы

$$W_2 - W_1 = A_{1 \rightarrow 2}^*,$$

в которой $A_{1 \rightarrow 2}^*$ – работа силы трения.

Примем, что у основания наклонной плоскости потенциальная энергия тела равна нулю (положение 1, рис.). Тогда вся его начальная механическая энергия W_1 имеет форму кинетической энергии:

$$W = mV_0^2/2$$

Примем, что у основания наклонной плоскости потенциальная энергия тела равна нулю (положение 1, рис.). Тогда вся его начальная механическая энергия W_1 имеет форму кинетической энергии:

$$W = mV_0^2/2$$

На максимальной высоте тело останавливается, так что вся его механическая энергия имеет форму потенциальной энергии

$$W_2 = mgh.$$

Выражение для работы силы трения, пригодное для рассматриваемой ситуации, получено следующим образом. Работа равна произведению силы трения равной $\mu mg \cos \beta$ на длину пути вдоль наклонной плоскости, выраженную через h и угол наклона плоскости $h/\sin \beta$

$$A_{1 \rightarrow 2}^* = -\mu mgh \operatorname{ctg} \beta.$$

В результате получим следующее уравнение относительно неизвестной h :

$$h = V_0^2 / 2g(1 + \mu \operatorname{ctg} \beta)$$

Задача 5

На однородный сплошной цилиндр радиуса $r = 0,2$ м

и массы $m = 1$ кг, который может вращаться вокруг оси, совпадающей с его осью симметрии, намотана нить. За нить тянут так, что зависимость угла поворота цилиндра от времени имеет вид

и $\varphi(t) = Bt^3$, где $B = 10$ рад $\cdot$ с $^{-3}$.

Определить силу натяжения нити через две секунды после начала вращения цилиндра, если со стороны оси на вращающийся цилиндр действует постоянный тормозящий момент, величина которого

го $M_{\text{тр}} = 1$ Н $\cdot$ м.

Решение. Проекция угловой скорости цилиндра на ось вращения z

$$\omega_z(t) = \frac{d\varphi}{dt} = \frac{d}{dt}(Bt^3) = 3Bt^2,$$

а проекция его углового ускорения на эту ось

$$\varepsilon_z = \frac{d\omega_z}{dt} = \frac{d}{dt}(3Bt^2) = 6Bt.$$

Согласно уравнению динамики вращения твердого тела, угловое ускорение цилиндра определяется моментами сил относительно оси вращения z . Ненулевой момент относительно этой оси имеют две силы: сила натяжения нити T и сила трения. Момент силы трения задан по условию задачи. Он отрицателен, так как трение препятствует вращению цилиндра, то есть,

$$M_{\text{тр}, z} = -|M_{\text{тр}}|$$

Момент силы натяжения нити относительно оси z

$$M_{T, z} = Tr,$$

где r – плечо.

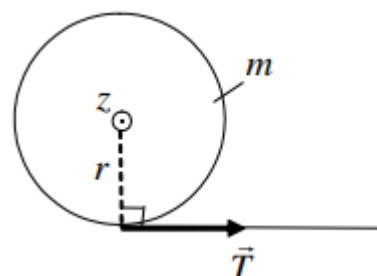
Этот момент положителен, так как натяжение нити помогает вращению цилиндра. Направление оси обеспечивающее указанные знаки моментов, показано на рис. Запишем уравнение динамики вращения цилиндра с учетом значения момента инерции цилиндра, а моменты сил натяжения нити и трения относительно оси рассчитываются по выше приведенным формулам.

Заменим в уравнении ε_z на полученное выражение

$$\frac{mr^2}{2}\varepsilon_z = M_{T, z} + M_{\text{тр}, z} = Tr - |M_{\text{тр}}|$$

И выразим из него искомую силу натяжения нити:

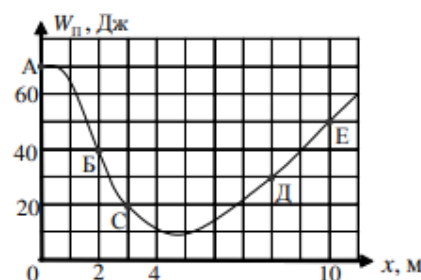
$$\frac{mr^2}{2}\varepsilon_z = M_{T, z} + M_{\text{тр}, z} = Tr - |M_{\text{тр}}|$$



Выражение для работы силы трения, пригодное для рассматриваемой ситуации получено следующим образом. Работа равна произведению силы трения равной $\mu mg \cos \beta$ на длину пути вдоль наклонной плоскости, выраженную через h и угол наклона плоскости $h/\sin \beta$

Задача 6

Однородный шар катится без проскальзывания по горке. Зависимость его потенциальной энергии от координаты центра масс $W_1(x)$ изображена на рис. Чему равна кинетическая энергия шара, обусловленная вращением, в точке «Б», если в точке «А» его полная кинетическая энергия равна 70 Дж?



Решение. Из графика (рис. 6.21) следует, что начальная потенциальная энергия шара (точка А) равна 70 Дж. Так как по условию начальная кинетическая энергия шара $W_{k1} = 70 \text{ Дж}$, то в точке А его механическая энергия $W_1 = 140 \text{ Дж}$. Из закона сохранения энергии следует, что и в точке Б механическая энергия шара $W_2 = W_1 = 140 \text{ Дж}$. Поскольку в

точке Б потенциальная энергия шара $W_{п2} = 40 \text{ Дж}$ (см. рис), то его кинетическая энергия $W_{к2} = 100 \text{ Дж}$. Так как кинетическая энергия шара, катящегося без проскальзывания

$$W_k = \frac{mV_c^2}{2} + \frac{I_c \omega^2}{2},$$

где первое слагаемое в сумме – часть кинетической энергии шара, обусловленная движением центра масс, а второе – часть кинетической энергии, обусловленная вращением. Поэтому доля кинетической энергии шара, обусловленная вращением

$$n = \frac{\frac{mV_c^2}{5}}{\frac{7}{10}mV_c^2} = \frac{2}{7},$$

а величина этой энергии $W_{вр} = nW_{к2} \approx 28,6$.

Задача 7

Однородный шар массой m и радиуса r скатывается без проскальзывания с наклонной плоскости из состояния покоя. Ка-кую скорость приобретет его центр масс при опускании на высоту h ? Чему равен момент импульса шара относительно его оси симметрии в этом положении?

Решение. Воспользуемся законом сохранения механической энергии. Будем считать, что потенциальная энергия шара равна нулю в его конечном положении. Тогда вся конечная механическая энергия шара имеет форму кинетической энергии. Эту энергию рассчитаем, выражая угловую скорость вращения шара ω через скорость его центра масс V_c и используя формулу для момента инерции шара относительно его оси симметрии:

$$W_2 = W_{k_2} = \frac{mV_c^2}{2} + \frac{1}{2} \left(\frac{2}{5}mr^2 \right) \left(\frac{V_c}{r} \right)^2 = \frac{mV_c^2}{2} + \frac{mV_c^2}{5} = \frac{7}{10}mV_c^2.$$

Начальная энергия шара W_1 равна его потенциальной энергии

$$W_1 = mgh.$$

Приравняв W_2 и W_1 , выразим из полученного уравнения искомую скорость центра масс шара:

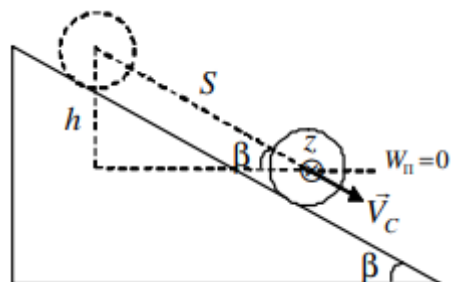
$$V_c = \sqrt{\frac{10}{7}gh}.$$

Момент импульса шара относительно оси симметрии z , проходящей через его центр масс

$$L_z = I_c \omega$$

Поскольку $\omega = \frac{V}{r}$

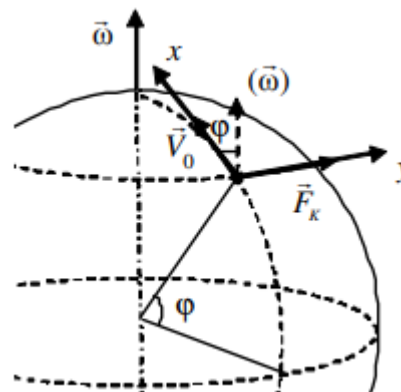
То получим, что искомый момент импульса шара



$$L_z = \frac{2}{5} m r^2 \left(\frac{V_c}{r} \right) = \frac{2}{5} m r V_c = \frac{2}{5} m r \sqrt{\frac{10}{7} g h}.$$

Задача 8

Выстрел произведен на север из ружья, закрепленного горизонтально в северном полушарии на широте $\varphi = 45^\circ$. Скорость пули при выстреле $V_0 = 300$ м/с. Считая, что пуля летит горизонтально, определить величину ее бокового смещения через секунду после выстрела. Сопротивлением воздуха пренебречь.



Решение. При выстреле на север в северном полушарии сила Кориолиса F_K отклоняет пулю от цели на восток. Направим ось x декартовой системы координат на север (в направлении выстрела), а ось y – на восток, то есть, в направлении бокового смещения пули.

В Так как по условию пуля летит в горизонтальной плоскости (XY), то проекция ее скорости V на вертикальную ось $V_z = 0$; а силу отсутствия сопротивления воздуха – $V_x = V_0 = \text{const}$. Кроме того $V_y \ll V_0$, так как далее будет показано, что боковое смещение пули за 1 с много меньше 300 м, которые она пролетает за это же время в направлении выстрела. Поэтому при расчете силы Кориолиса, действующей на пулю, будем считать, что вектор скорости пули $V = V_0 = \text{const}$.

При сделанных предположениях угол между скоростью пули $V = V_0$ и угловой скоростью вращения Земли ω равен широте точки выстрела по критерию равенства углов с соответственно перпендикулярными сторонами. Поэтому модуль силы Кориолиса, действующей на пулю,

$$F_K = 2m\omega V_0 \sin\varphi,$$

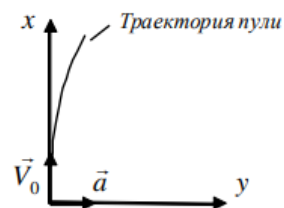
Второй закон Ньютона для пули, спроектированный на ось y , имеет вид $ma_y = F_K$. Подставим в него выражение для силы Кориолиса и выразим боковое ускорение пули a_y . В результате получим, что

$$a_y = 2\omega V_0 \sin\varphi = \text{const}$$

Таким образом, по оси x пуля движется с постоянной скоростью V_0 , а по оси y – с постоянным ускорением, так что закон ее движения имеет вид

$$x(t) = V_0 t,$$

$$y(t) = a_y t^2 / 2$$



Видно, в плоскости XY пуля движется по параболе. Ее боковое смещение на восток (координату y) рассчитаем по приведенной формуле,

подставив $a_y = 2\omega V_0 \sin\varphi$ и используя $\omega = 2\pi/T$.

Задача 9

Решение. Над первоначально покоившейся частицей массой m была совершена работа $A = 3mc^2$, где c – скорость света в пустоте. Определить ее импульс.

Решение. Работа, совершенная над частицей, равна изменению ее кинетической энергии, то есть

$$mc^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} - 1 \right) = 3mc^2.$$

Отсюда конечная скорость частицы

$$V = \frac{\sqrt{15}}{4}c.$$

А ее импульс

$$p = \frac{mV}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} = \sqrt{15}mc.$$

Задача 10

Решение. Две одинаковые частицы массой m движутся навстречу друг другу с одинаковыми скоростями $V = 0,8c$, где c – скорость света в пустоте. Определить массу частицы, образовавшейся в результате их абсолютно неупругого столкновения.

Решение. Так как импульсы сталкивающихся частиц равны по модулю и противоположны по направлению, то начальный импульс рассматриваемой системы равен нулю. Поэтому из закона сохранения импульса следует, что частица, образовавшаяся в результате столкновения, покоится, так что ее энергия – это энергия покоя $W_0 = Mc^2$. В соответствии с законом сохранения энергии эта энергия равна сумме энергий сталкивающихся частиц. Отсюда следует, что

$$\frac{2mc^2}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} = Mc^2.$$

так что масса образовавшейся частицы

$$M = \frac{2m}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} = \frac{2m}{\sqrt{1 - 0,64}} \approx 3,3m.$$

7. ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЯ

1. Понятия: путь и перемещение.
2. Тангенциальное, нормальное и полное (линейное) ускорение.
 - определение,
 - направление,
 - формулы для их нахождения.
3. Угловые характеристики движения.
4. Связь линейных и угловых характеристик движения.
5. Законы Ньютона в инерциальных системах отсчета.
6. Смысл 3 закона Ньютона.
7. Силы в механике. Сила тяжести, вес, сила трения покоя и скольжения, сила упругости, сила гравитации.
8. Импульс материальной точки и механической системы. Закон сохранения импульса.
9. Работа силы. Потенциальная, кинетическая и полная механическая энергия. Закон сохранения и превращения энергии.
10. Динамика вращательного движения.
 - уравнение динамики вращательного движения.
 - момент инерции, теорема Штейнера,
 - момент силы,
 - момент импульса материальной точки и механической системы,
 - закон сохранения момента импульса,
 - работа при вращении тела,
 - кинетическая энергия вращательного движения,
 - кинетическая энергия при качении тела без проскальзывания.
11. Неинерциальные системы отсчета
 - силы инерции при прямолинейном движении с ускорением,
 - силы инерции при вращательном движении,
 - сила Кориолиса,
 - роль сил инерции у поверхности Земли.
12. Элементы специальной теории относительности
 - преобразования Лоренца, следствия из преобразований Лоренца,
 - правила сложения скоростей,
 - полная, кинетическая энергия и энергия покоя,
 - импульс в теории относительности.

8. Литература

1. Ю.Г. Веревокин. Механика (краткая теория и примеры решения задач),- М.: МИИГАиК, 2005.
2. Е.В. Малинникова, В.Ю. Попов, В.И. Троицкий, С.А. Старцев. (под редакцией В.Ю. Попова и В.И. Троицкого). Методы решения тестовых задач по физике, М.: МИИГАиК, 2016.