

Министерство образования и науки Российской Федерации

Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего профессионального образования

**ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ СИСТЕМ
УПРАВЛЕНИЯ И РАДИОЭЛЕКТРОНИКИ**

**Кафедра компьютерных систем в управлении
и проектировании (КСУП)**

Г.Н. Решетникова

МОДЕЛИРОВАНИЕ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ

**Методические указания
по курсовому проектированию**

2013

Корректор: Афанасьева Г.А.

Решетникова Г.Н.

Моделирование систем управления: методические указания по курсовому проектированию / Г.Н. Решетникова. — Томск: Факультет дистанционного обучения, ТУСУР, 2013. — 39 с.

Представлены общие методические указания по курсовому проектированию, определена тематика и порядок выполнения курсового проекта, приведены требования к содержанию и оформлению.

В пособие внесены изменения в 2020 г.

© Решетникова Г.Н., 2013

© Факультет дистанционного
обучения, ТУСУР, 2013

ОГЛАВЛЕНИЕ

1 Общие указания по курсовому проектированию	6
2 План выполнения курсового проекта	6
3 Требования к содержанию курсового проекта	7
4 Требования к оформлению курсового проекта	9
5 Тематика курсового проекта.....	12
6 Пример выполнения курсового проекта	26
7 Выбор варианта курсового проекта	35
8 Варианты исходных данных для выполнения курсового проекта	36
Приложение А	37
Приложение Б.....	38
Приложение В	39

ВВЕДЕНИЕ

Курсовое проектирование по дисциплине «Моделирование систем управления» является важным видом учебной работы, которое направлено на формирование у студентов следующих компетенций:

- способность владеть культурой мышления, способность к обобщению, анализу, восприятию информации, постановке цели и выбору путей её достижения (ОК-1);

- способность использовать основные законы естественнонаучных дисциплин в профессиональной деятельности, применять методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования (ОК-10);

- способность представить адекватную современному уровню научную картину мира на основе знаний основных положений, законов и методов естественных наук и математики (ПК-1);

- способность выявить естественнонаучную сущность проблем, возникающих в ходе профессиональной деятельности, привлечь для их решения соответствующий физико-математический аппарат (ПК-2);

- готовность учитывать современные тенденции развития электроники, измерительной и вычислительной техники, информационных технологий в своей профессиональной деятельности (ПК-3);

- способность владеть основными приемами обработки и представления экспериментальных данных (ПК-5);

- способность производить расчеты и проектирование отдельных блоков и устройств систем автоматизации и управления и выбирать стандартные средства автоматики, измерительной и вычислительной техники для проектирования систем автоматизации и управления в соответствии с техническим заданием (ПК-10);

- способность осуществлять сбор и анализ научно-технической информации, обобщать отечественный и зарубежный опыт в области средств автоматизации и управления, производить анализ патентной литературы (ПК-18);

- способность проводить вычислительные эксперименты с использованием стандартных программных средств, с целью по-

лучения математических моделей процессов и объектов автоматизации и управления (ПК-20);

– готовность участвовать в составлении аналитических обзоров и научно-технических отчетов по результатам выполненной работы, в подготовке публикаций по результатам исследований и разработок (ПК-21).

В результате выполнения курсового проекта студент должен:

Знать: основные понятия, принципы и методы моделирования сложных динамических систем; алгоритмы синтеза управляющих воздействий методами аналитического конструирования по квадратичным критериям качества; методы проектирования систем управления для объектов или процессов, математические модели которых заданы в пространстве состояний системой обыкновенных дифференциальных уравнений; алгоритмы построения оценок состояния модели объекта, алгоритмы проектирования следящей системы управления для стохастической модели объекта при неполном измерении с ошибками.

Уметь: использовать численные методы для моделирования систем управления; проектировать следящую систему управления при неполном измерении; интерпретировать полученные результаты.

Владеть: навыками программирования, навыками работы в пакете MATHCAD или других бесплатно распространяемых программных продуктах, являющихся аналогами MATHCAD.

Цели курсового проектирования состоят в закреплении знаний и приобретении навыков моделирования систем управления, в овладении программными комплексами моделирования, а также в выработке умений оформления отчетов о проделанной работе.

1 ОБЩИЕ УКАЗАНИЯ ПО КУРСОВОМУ ПРОЕКТИРОВАНИЮ

В соответствии с образовательным стандартом ВУЗа ОС ТУСУР 01–2013 «Работы студенческие по направлениям подготовки и специальностям технического профиля. Общие требования и правила оформления» курсовой проект (КП) – это учебная работа, содержащая решение поставленной задачи по отдельной учебной дисциплине, оформленное в виде конструкторских, технологических, программных и других проектных документов.

Тема курсового проектирования по дисциплине «Моделирование систем управления» посвящена моделированию следящей системы управления в пространстве состояний при описании математической модели объекта системой линейных стохастических дифференциальных уравнений. Формирование управляющих воздействий осуществляется методом аналитического конструирования оптимальных регуляторов при неполном измерении с использованием оценок состояния, полученных с помощью фильтра Калмана.

Выполнение проекта базируется на знании теоретического материала курса «Моделирование систем управления», а также на знаниях и умениях, полученных студентами при освоении предшествующих дисциплин: «Математика», «Информатика», «Программирование и основы алгоритмизации», «Теория автоматического управления», «Дискретная математика».

2 ПЛАН ВЫПОЛНЕНИЯ КУРСОВОГО ПРОЕКТА

Основными этапами выполнения курсового проекта является последовательное решение следующих задач:

1. Построение математической модели объекта в виде системы линейных дифференциальных уравнений.
2. Построение дискретной модели при использовании метода Эйлера.
3. Моделирование системы оптимального управления методом аналитического конструирования оптимальных регуляторов.
4. Построение стохастических моделей объекта и измерительного комплекса, моделирование системы по вектору измерений.

5. Оценивание состояния фильтром Калмана. Моделирование системы управления по оценкам состояния при полном измерении.

6. Моделирования системы управления при неполном измерении состояния модели объекта. Исследование влияния набора измерительных датчиков на качество функционирования системы управления.

7. Оформление пояснительной записки к курсовому проекту.

3 ТРЕБОВАНИЯ К СОДЕРЖАНИЮ КУРСОВОГО ПРОЕКТА

Структура и содержание курсового проекта устанавливаются в соответствии с требованиями образовательного стандарта ВУЗа ОС ТУСУР 01–2013 (<https://regulations.tusur.ru/documents/70>).

При обучении студентов с использованием *дистанционных образовательных технологий* курсовой проект должен содержать текстовый документ, тексты программ и графики, которые характеризуют правильность понимания теоретического материала, составленную программу и графическое представление результатов. Тексты программ с результатами их работоспособности (графиками) могут быть вставлены в текстовый документ. Текстовый документ именуется «Пояснительная записка к курсовому проекту» и включает в указанной ниже последовательности:

- титульный лист;
- задание;
- содержание;
- введение;
- основную часть;
- заключение;
- список использованных источников;
- приложения.

Форма титульного листа приведена в приложении А.

Форма задания представлена в приложении Б.

Заголовок «СОДЕРЖАНИЕ» записывают в верхней части страницы, симметрично тексту прописными буквами обычным шрифтом и его увеличенным размером (кегель 16). Содержание

представляет собой элемент пояснительной записки, включающий упорядоченный перечень всех материалов курсового проекта. В содержании перечисляют введение, порядковые номера и заголовки разделов и подразделов, заключение, список использованных источников, обозначения и заголовки приложений пояснительной записки и указывают номера страниц, на которых начинаются соответствующие структурные элементы записки. При наличии программных и иных документов, помещаемых в пояснительную записку, их перечисляют в содержании с указанием обозначений и наименований.

Во введении раскрывается актуальность темы курсового проекта, делается оценка современного состояния соответствующей научно-технической области, формулируется цель проекта, указывается область применения получаемых результатов. Не допускается деление текста введения на структурные элементы (пункты, подпункты и т.п.). Введение начинают на следующей странице после содержания. Заголовок «ВВЕДЕНИЕ» записывают в верхней части страницы симметрично тексту прописными буквами обычным шрифтом и его увеличенным размером (кегель 16).

Основная часть делится на разделы и подразделы и записывается прописными буквами шрифтом размером (кегель 14).

Заключение должно содержать выводы по результатам выполненного проекта. Заголовок «ЗАКЛЮЧЕНИЕ» записывают в верхней части страницы симметрично тексту прописными буквами обычным шрифтом и его увеличенным размером (кегель 16).

В список использованных источников включают все источники, на которые имеются ссылки в пояснительной записке. Каждая библиографическая запись нумеруется арабскими цифрами без точки и начинается с абзацного отступа. Заголовок «СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ» записывают в верхней части страницы симметрично тексту прописными буквами обычным шрифтом и его увеличенным размером (кегель 16). Пример оформления списка использованных источников приведен в приложении В.

В приложения рекомендуется включать материал, дополняющий основную часть пояснительной записки. В приложениях целесообразно приводить графический материал большого объема или формата, таблицы большого формата, дополнительные

расчеты, описания алгоритмов и программ, задач, решаемых на ЭВМ, и т.д. На все приложения в тексте пояснительной записки должны быть даны ссылки. Приложения располагают после списка использованных источников в порядке ссылок на них в тексте. Приложения обозначают заглавными буквами русского алфавита, начиная с А, за исключением букв Ё, З, И, О, Ч, Ь, Ы, Ъ, которые приводят после слова «ПРИЛОЖЕНИЕ». Если в документе одно приложение, оно обозначается «ПРИЛОЖЕНИЕ А». Каждое приложение начинают с новой страницы. В верхней части страницы, симметрично тексту, приводят слово «ПРИЛОЖЕНИЕ», записанное прописными буквами обычным шрифтом и его увеличенным размером (кегель 16), и обозначение приложения. Допускается размещение на одной странице двух (и более) последовательно расположенных приложений, если их можно полностью изложить на этой странице.

Содержание приложения указывают в его заголовке, который располагают симметрично тексту, приводят в виде отдельной строки (или строк), печатают строчными буквами с первой прописной и выделяют полужирным шрифтом и его увеличенным размером (кегель 16). Приложения имеют общую с основной частью пояснительной записки сквозную нумерацию страниц.

4 ТРЕБОВАНИЯ К ОФОРМЛЕНИЮ КУРСОВОГО ПРОЕКТА

Пояснительная записка должна быть выполнена в редакторе Microsoft Word: формат листов А4 (210×297 мм), шрифт Times New Roman, кегль — 14, междустрочный интервал — одинарный или полуторный, цвет черный. Текст пояснительной записки следует выполнять при соблюдении следующих размеров полей: левое — 30 мм, правое — 20 мм, верхнее — 30 мм, нижнее — 25 мм. Абзацы в тексте начинают отступом, равным 10 мм. Тексты программ и графики, которые являются результатом работы программы, могут быть вставлены в основной текст пояснительной записки к курсовому проекту при описании выполнения соответствующей задачи или приведены в приложении. Тексты программ должны содержать комментарии. После графиков должны следовать выводы.

Текст пояснительной записки делят на разделы, подразделы. Разделы должны иметь порядковые номера в пределах пояснительной записки, обозначенные арабскими цифрами и записанные с абзацного отступа. Подразделы должны иметь нумерацию в пределах каждого раздела. Точка в конце номеров разделов и подразделов не ставится. Разделы и подразделы должны иметь заголовки. Заголовки следует выполнять с абзацного отступа с прописной буквы без точки в конце и без подчеркивания. В начале заголовка помещают номер соответствующего раздела, подраздела. Переносы слов в заголовках не допускаются. Если заголовки состоят из двух предложений, их разделяют точкой. Расстояние между заголовком и текстом должно быть равно удвоенному межстрочному расстоянию: между заголовками раздела и подраздела — одному межстрочному расстоянию.

Все таблицы нумеруют в пределах раздела арабскими цифрами. Над левым верхним углом таблицы помещают надпись «Таблица» с указанием номера таблицы, например «Таблица 2.1» (первая таблица второго раздела). Таблица может иметь название. Название таблицы помещают после номера таблицы через тире с прописной буквы. На все таблицы должны быть ссылки в тексте пояснительной записки. Таблицу следует располагать непосредственно после абзаца, где она упоминается впервые, или на следующей странице.

Все иллюстрации (графики) в тексте пояснительной записки именуются рисунками. Рисунки нумеруются в пределах раздела (приложения) арабскими цифрами, например «Рисунок 2.1» (первый рисунок второго раздела), «Рисунок В.3» (третий рисунок приложения В). Рисунок может иметь подрисуночный текст. Слово «рисунок», его номер и подрисуночную надпись помещают ниже изображения и пояснительных данных симметрично рисунку, например «Рисунок 1.2 — графики переходных процессов и управлений». На все рисунки должны быть ссылки в тексте пояснительной записки. Рисунки должны размещаться сразу после ссылки или на следующей странице.

Формулы следует выделять из текста в отдельную строку. Значения символов и числовых коэффициентов, входящих в формулу, должны быть приведены непосредственно под формулой. Значение каждого символа дают с новой строки в той после-

довательности, в какой они приведены в формуле. Первая строка расшифровки должна начинаться со слова «где» без двоеточия после него. Формулы, следующие одна за другой и не разделенные текстом, отделяют запятой. Формулы должны нумероваться в пределах раздела (приложения) арабскими цифрами. Номер формулы должен состоять из номера раздела и порядкового номера формулы, которые разделены точкой. Номер указывают с правой стороны листа на уровне формулы в круглых скобках, например (3.1). Формулы следует выполнять в редакторе формул Microsoft Equation.

При многократном упоминании устойчивых словосочетаний в тексте можно использовать аббревиатуры или сокращения. При первом упоминании должно быть приведено полное название с указанием в скобках сокращенного названия или аббревиатуры, например «аналитическое конструирование оптимальных регуляторов (АКОР)». При последующих упоминаниях следует употреблять сокращенное название или аббревиатуру. Расшифровку аббревиатур и сокращений, установленных государственными стандартами и правилами русской орфографии, допускается не приводить, например ЭВМ, с. (страниц), т.е. (то есть), вуз (высшее учебное заведение) и др.

Нумерация страниц пояснительной записки должна быть сквозной, первой страницей является титульный лист. На титульном листе и в задании на проектирование номер страницы не проставляется. Номер страниц проставляется в правом верхнем углу листа.

Графики должны иллюстрировать решение задачи соответствующей программой. Текст программы и графики должны быть выполнены в одном программном пакете (например, MATHCAD), при этом графики должны быть приведены в программном документе сразу после текста программы или вставлены в текстовый документ вместе с программой. На графиках необходимо указать имена функций и аргументов, которые должны соответствовать аналогичным именам, используемым в программе. В подстрочном тексте к рисунку должно быть указано смысловое значение каждой линии и вид линии (сплошная, пунктирная, и т. д.).

5 ТЕМАТИКА КУРСОВОГО ПРОЕКТА

Переживаемый в настоящее время этап информатизации характеризуется расширением внедрения информационно-вычислительных систем, созданием и развитием методов автоматического управления в технике, экономике, медицине, биологии и других видах деятельности. При этом все чаще применяются следящие системы автоматического управления для совмещенного синтеза, как самые приемлемые для реализации на управляющих компьютерах. Наиболее перспективными методами, позволяющими решать задачи совмещенного синтеза для многомерных стохастических моделей объектов, функционирующих в условиях неполной информации о состоянии объекта, являются методы, основанные на оптимизации квадратичных функционалов. Заметим, что задача слежения является одной из основных в теории управления. Такие задачи возникают при переводе технологического процесса из одного режима в другой, при отслеживании уровня дохода на потребительском рынке, при изменении курса движения подвижного объекта и т.д. В реальных условиях практически любой объект подвержен влиянию случайных внешних воздействий, информация о состоянии объекта часто бывает неполной и измеряется с ошибками, кроме того, в модели объекта присутствуют неизвестные параметры. В связи со сложностью рассматриваемых задач единственным способом их решения является имитационное моделирование.

Описание систем во временной области лежит в основе современной теории управления. *Временная область* — это область, в которой поведение системы рассматривается как функция переменной времени. Анализ и синтез систем управления во временной области основан на понятии состояния системы, т.е. совокупности таких переменных, знание которых наряду с входными функциями и уравнениями, описывающими динамику системы, позволяет определить ее будущее состояние и выходную переменную.

В общем случае систему обыкновенных дифференциальных уравнений, которая описывает модель объекта управления в переменных состояния, можно представить в виде:

$$\dot{x}(t) = f(t, x(t), u(t)), \quad x(t_0) = x_0, \quad (1)$$

где $x(t) = (x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t))^T$ — вектор состояния;

$u(t) = (u_1(t), u_2(t), \dots, u_m(t))^T$ — вектор управляющих воздействий;

$f(t, x(t), u(t))$ — вектор-функция указанных аргументов, задающая динамику системы;

$x_0 = (x_{01}, \dots, x_{0n})^T$ — вектор начального состояния.

Если $x(t)$ и (или) $u(t)$ входят в $f(\cdot)$ нелинейно, то система (1) называется *нелинейной*, если систему (1) можно представить в виде:

$$\dot{x}(t) = \bar{A}(t)x(t) + \bar{B}(t)u(t), \quad x(t_0) = x_0, \quad (2)$$

где $\bar{A}(t)$ — матрица динамических свойств модели объекта, размерности $n \times n$, $\bar{B}(t)$ — матрица влияния управляющих воздействий, размерности $n \times m$, то такая система называется *линейной*. Если элементы матрицы $\bar{A}(t)$ и (или) $\bar{B}(t)$ зависят от времени, то система (2) является *нестационарной*, если ни один из элементов матриц $\bar{A}(t)$ и $\bar{B}(t)$ не зависит от времени, то система (2) является *стационарной*. Если система управления является нелинейной, то достаточно часто ее *линеаризуют* и представляют в виде (2).

Использование линейных систем для описания моделей объектов обусловлено тем, что идеи и методы линейной теории автоматического управления с соответствующими оговорками широко используются и для других моделей объектов управления. Кроме того, математический аппарат матричной алгебры достаточно легко реализуется на ЭВМ.

Развитие цифровых информационно-измерительных комплексов привело к тому, что все чаще управление объектом в процессе его функционирования осуществляется с помощью компьютера. Формирование управляющих воздействий, которое осуществляется в реальном времени в процессе функционирования объекта, называется *совмещенным синтезом*. При этом центр тяжести проектирования системы управления приходится на алгоритмическое и программное обеспечение.

При совмещенном синтезе, а также при проведении имитационных экспериментов для определения качества синтезируемо-

го управления необходимо моделировать поведение управляемого объекта. Будем предполагать, что поведение объекта описывается системой обыкновенных линейных дифференциальных уравнений вида (2). Моделирование будем осуществлять в предположении, что шаг дискретизации Δt совпадает с периодом квантования управляющего сигнала, а момент дискретизации k — с моментом приложения управляющих воздействий. Причем управление является кусочно-постоянным на каждом интервале выдачи управляющих воздействий, т. е.

$$u(t) = u(t_k), \quad t_k \leq t < t_{k+1}. \quad (3)$$

Тогда можно ограничиться описанием поведения объекта в моменты квантования и записать дискретный аналог для системы (2) в виде:

$$x(t_{k+1}) = \Phi_{\bar{A}}(t_{k+1}, t_k) x(t_k) + \int_{t_k}^{t_{k+1}} \Phi_{\bar{A}}(t_{k+1}, \tau) \bar{B}(\tau) u(\tau) d\tau, \quad x(t_0) = x_0, \quad (4)$$

где $\Phi_{\bar{A}}(t_{k+1}, t_k)$ — фундаментальная матрица решений соответствующей однородной системы.

По свойству фундаментальной матрицы:

$$\Phi_{\bar{A}}(t_{k+1}, t_k) = \exp(\bar{A}(t_k)(t_{k+1} - t_k)). \quad (5)$$

Согласно свойству матричной экспоненты и, учитывая, что $t_{k+1} - t_k = \Delta t$, (5) можно представить в виде ряда:

$$\Phi_{\bar{A}}(t_{k+1}, t_k) = I_n + \sum_{i=1}^{\infty} \frac{\Delta t^i \bar{A}^i(t_k)}{i!}, \quad (6)$$

где I_n — единичная матрица порядка n .

Тогда, вычислив интеграл в (4) по формуле левых прямоугольников, дискретную систему (4) можно записать в разностной форме следующим образом:

$$x(k+1) = A(k)x(k) + B(k)u(k), \quad x(0) = x_0, \quad (7)$$

где $x(k) = (x_1(k), \dots, x_n(k))^T$ — вектор состояния;

$u(k) = (u_1(k), \dots, u_m(k))^T$ — вектор управляющих воздействий;

$x(0) = (x_{01}, \dots, x_{0n})^T$ — вектор начального состояния.

Матрицы динамических свойств модели объекта $A(k)$ и влияния управляющих воздействий $B(k)$ определяются следующим образом:

$$A(k) = I_n + \sum_{i=1}^{\infty} \frac{\Delta t^i \bar{A}^i(t_k)}{i!}, \quad (8)$$

$$B(k) = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{\Delta t^i \bar{A}^{i-1}(t_k) \bar{B}(t_k)}{(i-1)!}, \quad (9)$$

где k — соответствует моменту времени $t_k = t_0 + \Delta t$.

При малом значении Δt для моделирования достаточно часто ограничиваются слагаемыми с Δt в первой степени, что совпадает с методом Эйлера. В этом случае получаются достаточно простые соотношения для вычисления матриц дискретной системы:

$$A(k) = I_n + \Delta t \bar{A}(t_k), \quad B(k) = \Delta t \bar{B}(t_k). \quad (10)$$

Синтез систем управления — одна из важнейших технических задач. Целью синтеза является создание системы, которая удовлетворяла бы требуемым показателям качества. Качество системы управления можно охарактеризовать, например, интегральными оценками, и тогда синтез системы управления должен быть основан на минимизации оценки качества. *Системы управления, в которых обеспечивается минимум соответствующей оценки качества, называются оптимальными системами управления.*

Свойства оптимального управления в значительной мере определяются выбранным критерием оптимизации. Для методов синтеза управления объектами, динамические свойства которых заданы в пространстве состояний, наиболее удобными являются интегральные показатели качества. При этом конкретная форма показателя качества тесно связана с методом синтеза. В общем случае такие показатели описываются функционалами вида:

$$J = V_z(x(T), T) + \int_{t_0}^T Q_1(x(t), t) dt + \int_{t_0}^T Q_2(u(t), t) dt, \quad (11)$$

определенными на всех возможных траекториях $x(t)$ в рассматриваемом пространстве состояний для всех $t \in [t_0, T]$, где Q_1 , Q_2 — заданные функции указанных аргументов, удовлетворяющие не-

которым условиям. Первое слагаемое в (11) является терминальным членом функционала, оно определяет вклад в функционал конечного состояния $x(T)$. При этом рассматривается задача со свободным правым концом, когда отсутствует требование прохождения вектора состояния через заданную точку в момент T . Второе слагаемое в (11) представляет собой интегральную оценку качества переходного процесса объекта управления на интервале $[t_0, T]$. Третье слагаемое — интегральная оценка «расходов» сигнала управления на интервале $[t_0, T]$. Если функции V_z , Q_1 , Q_2 являются положительно определенными, а их единственные нулевые значения соответствуют состоянию объекта, требуемому по условию решаемой задачи, то оптимальность синтезируемого управления можно понимать в смысле достижения минимума функционала (11).

Положительная определенность подынтегральных функций в (11) допускает использование для разработки конкретных критериев оптимизации широкого класса функций Q_1 и Q_2 . В то же время практика решения задач управления динамическими объектами показывает, что в большинстве случаев требования к качеству переходных процессов могут быть заданы квадратичной формой функции $Q_1(x(t), t)$, т.е.

$$Q_1(x, t) = \frac{1}{2} x^T(t) C x(t), \quad (12)$$

где C — неотрицательно определенная весовая матрица.

Среди методов автоматического управления объектами, математические модели которых в пространстве состояний описываются линейными нестационарными дифференциальными уравнениями, выделяется *метод аналитического конструирования оптимальных регуляторов* (АКОР), так как линейно-квадратичная задача является единственной, при которой решение получается в общем виде в форме обратной связи.

Термин «аналитическое конструирование регуляторов» был введен А.М. Летовым и означает синтез оптимальных систем управления, основанный на минимизации функционала, т.е. на решении вариационной задачи. Практически одновременно эта же задача была решена Р. Калманом. Метод аналитического кон-

струирования позволяет в аналитическом виде определять структуру и параметры системы управления, достаточно полно учитывая при этом технические требования к качеству функционирования объекта.

Полнота общего решения обуславливается условиями, налагаемыми на динамические свойства управляемого объекта и на структуру оптимизируемого критерия, отражающего предъявляемые к управлению требования. Эти условия состоят в следующем:

1) уравнение, описывающее движение объекта, должно быть линейным относительно вектора управляющих воздействий;

2) область возможных значений управлений должна быть незамкнутой;

3) все возможные переходные функции объекта управления должны быть непрерывно-дифференцируемыми в рассматриваемом пространстве состояний;

4) минимизируемый функционал должен быть квадратичным относительно вектора управления, т.е.

$$Q_2(u(t), t) = \frac{1}{2} u^T(t) D u(t), \quad (13)$$

где D — некоторая положительно определенная матрица, характеризующая «свободу» выбора управления.

Согласно методу аналитического конструирования Летова—Калмана, оптимальное управление объектом, математическая модель которого имеет вид (7), минимизирующее квадратичный функционал:

$$J = \frac{1}{2} x^T(T) E x(T) + \frac{1}{2} \int_{t_0}^T [x^T(t) C x(t) + u^T(t) D u(t)] dt, \quad (14)$$

имеет вид:

$$u(t) = -D^{-1} \bar{B}^T(t) \left(\frac{\partial V}{\partial x} \right)^T, \quad (15)$$

где функция $V = V(x, t)$ является решением нелинейного уравнения в частных производных

$$\frac{\partial V}{\partial t} + \frac{\partial V}{\partial x} \bar{A}(\tau) x(\tau) - \frac{1}{2} \frac{\partial V}{\partial x} \bar{B}(\tau) D^{-1} \bar{B}^T(\tau) \left(\frac{\partial V}{\partial x} \right)^T = -\frac{1}{2} x^T(\tau) C x(\tau), \quad (16)$$

при граничном условии

$$V(T) = \frac{1}{2} x^T(T) E x(T). \quad (17)$$

В (14) E — заданная положительно определенная матрица.

Решение задачи (16)—(17) ищется в виде квадратичной формы:

$$V = \frac{1}{2} x^T(t) S(t) x(t), \quad (18)$$

где $S(t)$ — симметрическая матрица. Тогда

$$u(t) = -D^{-1} \bar{B}^T(t) S(t) x(t), \quad (19)$$

а матрица $S(t)$ является решением нелинейного дифференциального уравнения Риккати с переменными коэффициентами:

$$\dot{S}(\tau) = -S(\tau) \bar{A}(\tau) - \bar{A}^T(\tau) S(\tau) + S(\tau) \bar{B}(\tau) D^{-1} \bar{B}^T(\tau) S(\tau) - C \quad (20)$$

при граничном условии

$$S(T) = E. \quad (21)$$

Так как для нестационарных систем редко удастся указать обоснованные требования к состоянию объекта в фиксированный момент T , т.е. обоснованно назначить квадратичную форму $0.5 x^T(T) E x(T)$, то чаще всего рассматривают функционал (14) в виде:

$$J = \frac{1}{2} \int_{t_0}^T [x^T(t) C x(t) + u^T(t) D u(t)] dt. \quad (22)$$

При этом граничное условие для решения уравнения Риккати (21) принимает вид:

$$S(T) = 0. \quad (23)$$

В случае стационарной модели ($\bar{A}(t) = \bar{A}$, $\bar{B}(t) = \bar{B}$) оптимальное управление, обеспечивающее минимум функционала:

$$J = \frac{1}{2} \int_{t_0}^{\infty} [x^T(t) C x(t) + u^T(t) D u(t)] dt,$$

имеет вид:

$$u(t) = -D^{-1} \bar{B}(t) S x(t),$$

где S — положительно определенная матрица, удовлетворяющая матричному алгебраическому уравнению Риккати:

$$\bar{A}^T S + S\bar{A} - S\bar{B}H\bar{B}^T S + C = 0.$$

Решение алгебраического уравнения Риккати заменяется определением с заданной точностью установившегося решения дифференциального уравнения Риккати:

$$\dot{S}(t) = \bar{A}^T S(t) + S\bar{A}(t) - S(t)\bar{B}H\bar{B}^T S(t) + C \quad (24)$$

при нулевом начальном условии.

Ранее рассматривались задачи формирования управляющих воздействий, когда целью управления являлось приведение системы в нулевое состояние. Существует большой круг задач, где выдвигается требование достижения объектом некоторого *заданного состояния* $x_z(t)$ с последующим удержанием состояния объекта в малой окрестности $x_z(t)$, причем задача оптимизации остается нетерминальной. При этом если решается задача стабилизации, то полагаем $x_z(t) \equiv 0$.

Будем считать, что $x_z(t)$ — вектор, компоненты которого заданы в каждый момент времени функционирования системы управления. В этом случае оптимизируемый функционал запишется с помощью вектора рассогласования $(x(t) - x_z(t))$.

Таким образом, управление при минимизации классического квадратичного функционала

$$J = \frac{1}{2} \int_{t_0}^T [(x(t) - x_z(t))^T C(x(t) - x_z(t)) + u^T(t)Du(t)] dt \quad (25)$$

для модели объекта (2) запишется в виде:

$$u(t) = -D^{-1}\bar{B}^T(t)S(t)(x(t) - x_z(t)). \quad (26)$$

При формировании управляющих воздействий будем предполагать, что:

- 1) все временные переменные кратны Δt ;
- 2) моменты и периоды квантования одинаковы для всех координат объекта;
- 3) цифровая система формирует вектор управления с моментом и периодом квантования, которые совпадают с моментом и периодом поступления информации об объекте;
- 4) управления являются кусочно-постоянными функциями на каждом интервале выдачи управляющих воздействий

$$u(t) = u(k), t_k \leq t < t_{k+1}.$$

Кроме того, будем предполагать, что в управляющем компьютере математическая модель объекта представлена в виде:

$$x(k+1) = A(k)x(k) + B(k)u(k), x(0) = x_0, \quad (27)$$

где

$$A(k) = I_n + \Delta t \bar{A}(t_k), B(k) = \Delta t \bar{B}(t_k). \quad (28)$$

Синтез управляющих воздействий в процессе функционирования объекта накладывает определенные ограничения на его реализацию. Основным ограничением является то, что при формировании управления в момент $t \in [t_0, T]$ известна информация о поведении объекта в предыдущие моменты времени и не известна в последующие. В связи с этим будем рассматривать алгоритмы синтеза управляющих воздействий, учитывающие эти ограничения и предназначенные для совмещенного синтеза.

Таким образом управление, формируемое в k -й момент ($t_k = t_0 + k\Delta t$), имеет вид:

$$u(k) = -D_d^{-1} B^T S(x(k) - x_z(t_k)), \quad (29)$$

где матрица S является решением уравнения Риккати, которое путем замены переменной можно записать в прямом времени:

$$\begin{aligned} \dot{S}(t) &= \bar{A}^T S(t) + S(t) \bar{A} - S(t) \bar{B} D^{-1} \bar{B}^T S(t) + C, \\ S(0) &= 0. \end{aligned} \quad (30)$$

При этом будем искать установившееся решение уравнения (30) по следующему итерационному алгоритму:

$$\begin{aligned} S(i+1) &= A^T S(i) + S(i) A - S(i) B D_d^{-1} B^T S(i) - S(i) + C_d, \\ S(0) &= 0, \end{aligned} \quad (31)$$

и, при выполнении условия:

$$\frac{\|S(i+1) - S(i)\|}{\|S(i+1)\|} \leq \varepsilon, \quad (32)$$

будем полагать $S = S(i+1)$. В (29)—(31) $D_d = \Delta t D$, $C_d = \Delta t C$, ε — заданная точность решения уравнения Риккати. В (32) критерий окончания итерационного процесса (31) определяется с помощью отношения норм матриц. Заметим, что уравнение (31) записано с использованием матриц дискретной системы (27).

Структурная схема совмещенного синтеза оптимального управления объектом по приведенным выше алгоритмам приведена на рисунке 1.

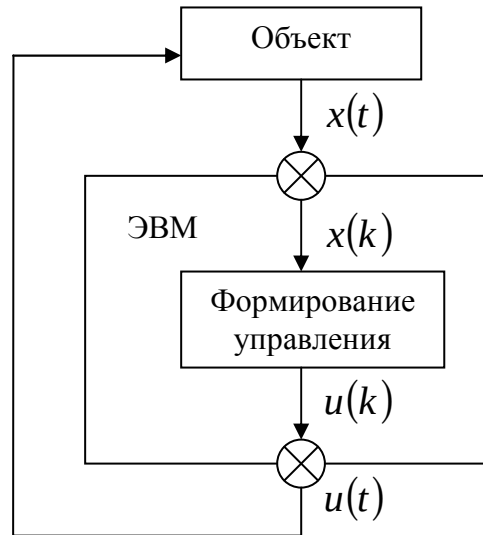


Рисунок 1 — Структурная схема совмещенного синтеза оптимального управления

При синтезе управляющих воздействий в реальных условиях информация о состоянии объекта поступает с измерительного комплекса, который достаточно часто содержит неполную информацию об объекте, искаженную ошибками измерений. Кроме того, при описании модели объекта необходимо учитывать влияние внешних возмущений. В связи с этим будем рассматривать алгоритмы синтеза управляющих воздействий, учитывающие условия их реализации.

Будем предполагать, что внешние возмущения являются аддитивными и описываются вектором гауссовских шумов с заданной матрицей влияния $\bar{F}(t)$. Тогда модель объекта можно записать в виде:

$$\dot{x}(t) = \bar{A}(t)x(t) + \bar{B}(t)u(t) + \bar{F}(t)q(t), \quad x(t_0) = x_0, \quad (33)$$

где $q(t)$ — l_1 -мерный вектор гауссовских шумов с заданными характеристиками:

$$M\{q(t)\} = \bar{q}(t),$$

$$M\{(q(t) - \bar{q}(t))(q(\tau) - \bar{q}(\tau))^T\} = Q(t)\delta(t - \tau),$$

и $\delta(t-\tau)$ — дельта-функция Дирака, $\bar{F}(t)$ — матрица влияния внешних возмущений размерности $n \times l_1$.

Для моделирования поведения объекта строится разностный аналог уравнения (33) с помощью фундаментальных матриц соответствующей однородной системы и в предположении, что $q(t)$ является кусочно-постоянной функцией

$$q(t) = q(t_k), \quad t_k \leq t < t_{k+1}.$$

Тогда разностное уравнение, соответствующее (33), будет иметь вид:

$$x(k+1) = A(k)x(k) + B(k)u(k) + F(k)q(k), \quad x(0) = x_0, \quad (34)$$

где $A(k)$, $B(k)$ и $F(k)$ вычисляются следующим образом:

$$A(k) = I_n + \sum_{i=1}^{\infty} \frac{\Delta t^i \bar{A}^i(t_k)}{i!}, \quad (35)$$

$$B(k) = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{\Delta t^i \bar{A}^{i-1}(t_k) \bar{B}(t_k)}{(i-1)!}, \quad (36)$$

$$F(k) = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{\Delta t^i \bar{A}^{i-1}(t_k) \bar{F}(t_k)}{(i-1)!}. \quad (37)$$

В (34) $q(k)$ — последовательность гауссовских величин, при этом

$$M\{q(k)\} = \bar{q}(k) = \bar{q}(t_k),$$

$$M\{(q(k) - \bar{q}(k))(q(j) - \bar{q}(j))^T\} = Q(k)\delta_{kj},$$

$$Q(k) = \int_{t_k}^{t_{k+1}} \int_{t_k}^{t_{k+1}} M\{(q(t) - \bar{q}(t))(q(\tau) - \bar{q}(\tau))^T\} dt d\tau = Q(t_k) \Delta t,$$

где δ_{kj} — символ Кронекера.

Для того чтобы внешние возмущения $q(t)$ и $q(k)$ имели одни и те же статистические характеристики, матрицу $F(k)$ представим в виде:

$$F(k) = \sqrt{\Delta t} \sum_{i=1}^{\infty} \frac{\Delta t^{i-1} \bar{A}^{i-1}(t_k) \bar{F}(t_k)}{(i-1)!}. \quad (38)$$

Если для моделирования используется метод Эйлера, то

$$F(k) = \sqrt{\Delta t} \bar{F}(t_k).$$

Использование компьютеров для формирования управляющих воздействий приводит к тому, что измерения поступают в дискретные моменты времени $t_1, t_2, \dots$, а управления являются кусочно-постоянными непрерывными слева функциями на каждом интервале выдачи управляющих воздействий, т. е.

$$u(t) = u(k), \quad t_k \leq t < t_{k+1}, \quad t_{k+1} - t_k = \Delta t.$$

Будем предполагать, что математическая модель измерительного комплекса имеет вид:

$$y(k) = Hx(k) + r(k), \quad (39)$$

где $y(k)$ — l -мерный вектор измерений, H — матрица канала измерений размерности $l \times n$, состоящая из нулей и единиц, нулевые столбцы которой соответствуют неизмеряемым компонентам вектора состояния, $r(k)$ — дискретный гауссовский шум с характеристиками:

$$M\{r(k)\} = 0, \quad M\{r(k)r^T(j)\} = R_{\delta_{kj}},$$

где $x(k)$ — состояние преобразованной в дискретную форму непрерывной системы, описывающей модель объекта.

Если управление осуществляется при полном измерении вектора состояния, т.е. $l = n$ и $H = I_n$, то можно осуществлять синтез управляющих воздействий непосредственно по вектору измерений, т.е.

$$u(k) = -D_d^{-1} B^T S(y(k) - x_z(t_k)). \quad (40)$$

Так как в реальных условиях управление объектом осуществляется по результатам измерений, а все измерения производятся с погрешностью, и, кроме того, в модели объекта могут существовать компоненты вектора состояния, недоступные измерению, то для формирования управляющих воздействий необходимо оценивать вектор состояния. Так как информация о модели объекта поступает с измерительного комплекса в дискретные моменты времени, то будем строить оценку $\hat{x}(k)$ вектора состояния $x(k)$ по результатам текущих измерений $y(k)$.

Для построения оценки вектора состояния используются различные подходы. Будем использовать рекуррентный алгоритм статистической обработки типа фильтра Калмана, осуществляющий оценивание состояния по результатам текущих измерений. При этом предполагается, что априорное распределение вектора x_0 является гауссовским:

$$M\{x_0\} = \bar{x}_0, \quad M\{(x_0 - \bar{x}_0)(x_0 - \bar{x}_0)^T\} = P_{x_0}, \quad (41)$$

где P_{x_0} — дисперсионная матрица ошибок оценивания начального состояния. Кроме того, предполагается, что $q(k)$ и $r(k)$ — независимые гауссовские последовательности с характеристиками:

$$\begin{aligned} M\{q(k)\} &= \bar{q}(k), \quad M\{(q(k) - \bar{q}(k))(q(j) - \bar{q}(j))^T\} = Q\delta_{kj}, \\ M\{r(k)\} &= 0, \quad M\{r(k)r^T(j)\} = R\delta_{kj}, \\ M\{q(k)r^T(j)\} &= 0. \end{aligned} \quad (42)$$

Таким образом, при принятых предположениях, построение оценки $\hat{x}(k+1)$ по результатам измерений $y(k+1)$ осуществляется с помощью следующего рекуррентного алгоритма:

$$\begin{aligned} \hat{x}(k+1) &= \hat{x}(k+1/k) + K(k)[y(k+1) - H\hat{x}(k+1/k)], \\ \hat{x}(k+1/k) &= A(k)\hat{x}(k) + B(k)u(k) + F(k)\bar{q}(k), \quad \hat{x}(0) = \bar{x}_0, \\ K(k) &= P(k+1/k)H^T[HP(k+1/k)H^T + R]^{-1}, \\ P(k+1/k) &= A(k)P(k)A^T(k) + F(k)QF^T(k), \\ P(k+1) &= [I_n - K(k)H]P(k+1/k), \\ P(0) &= P_{x_0}. \end{aligned} \quad (43)$$

В (43) используются следующие обозначения: $\hat{x}(k+1)$ — оценка вектора состояния, $\hat{x}(k/k+1)$ — экстраполированная оценка вектора состояния $x(k+1)$; $K(k)$ — матрица коэффициентов усиления фильтра; $P(k)$ — дисперсионная матрица ошибки оценки; $P(k+1/k)$ — прогноз дисперсионной матрицы на один шаг вперед; I_l — единичная матрица порядка l , $\bar{q}(k)$ — значение математического ожидания шума в модели объекта в момент — k .

Для критерия оптимальности Летова—Калмана доказана теорема разделения, согласно которой для линейного управляе-

мого объекта, математическая модель которого описывается уравнениями типа (34), при линейном наблюдении с аддитивным белым гауссовским шумом, минимизация математического ожидания функционала (14) приводит к системе, состоящей из фильтра Калмана (42) и алгоритма управления, структура которого совпадает с законом оптимального управления, построенным для детерминированной полностью известной модели объекта.

Таким образом, управление для модели объекта (34), формируемое на основе минимизации математического ожидания классического квадратичного функционала (14), будет формироваться по оценкам состояния, то есть вместо значений вектора состояния $x(k)$ в соответствующих формулах будет использоваться его оценка $\hat{x}(k)$, т.е.

$$u(k) = -D_d^{-1} B^T S(\hat{x}(k) - x_z(t_k)). \quad (44)$$

Структурная схема совмещенного синтеза управляющих воздействий по оценкам состояния приведена на рисунке 2.

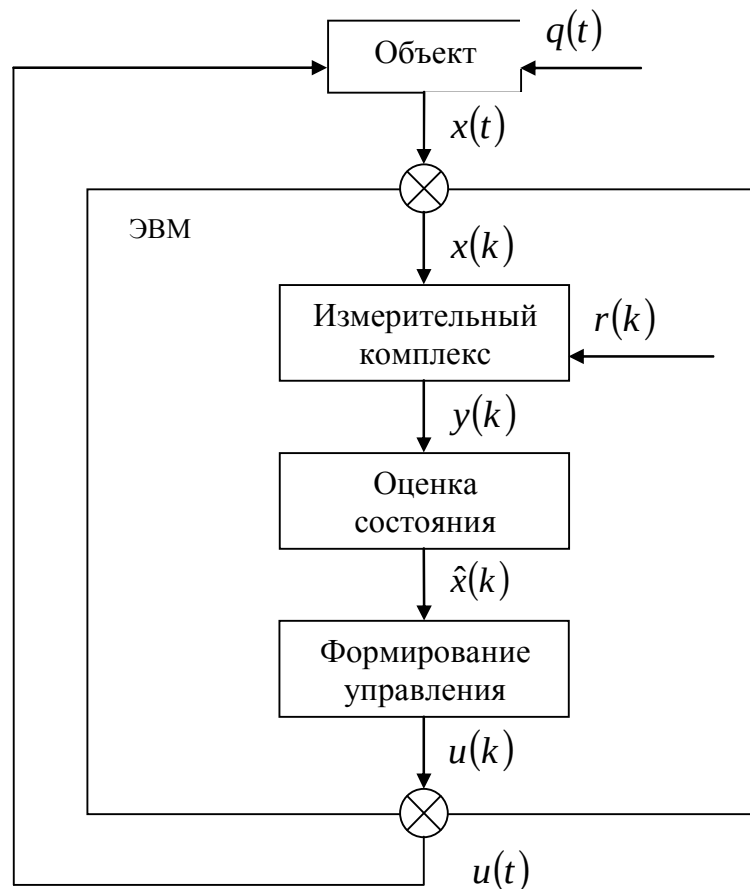


Рисунок 2 — Структурная схема совмещенного синтеза управляющих воздействий по оценкам состояния

6 ПРИМЕР ВЫПОЛНЕНИЯ КУРСОВОГО ПРОЕКТА

Для лучшего усвоения материала приводится поэтапное выполнение курсового проекта, которое осуществляется в пакете МATHCAD. Формулы, записанные в виде комментариев, вводятся с помощью сочетания клавиш [Ctrl =].

Согласно поставленным задачам, формируется программный документ, из которого приводятся вставки и делаются пояснения. Весь текст программного документа при оформлении курсового проекта должен быть приведен в ПРИЛОЖЕНИИ. Кроме того там же приводятся графики, иллюстрирующие работоспособность и правильность выполнения заданий. В принципе, можно выполнять курсовой проект и с использованием других программных средств, но программы должны быть тщательно прокомментированы.

Вариант №

1. Непрерывная детерминированная модель объекта задана в виде (2):

$$\dot{x}(t) = A_n \cdot x(t) + B_n \cdot u(t), \quad x(t_0) = x_0,$$

где

$x(t)$ — n -мерный вектор состояния ($n = 2$);

$u(t)$ — m -мерный вектор управления ($m = 1$);

$A_n = \begin{pmatrix} a_{0,0} & a_{0,1} \\ a_{1,0} & a_{1,1} \end{pmatrix}$ — матрица динамических свойств модели

объекта размерности $n \times n$ (2×2);

$B_n = \begin{pmatrix} b_0 \\ b_1 \end{pmatrix}$ — матрица влияния управляющих воздействий

размерности $n \times m$ (2×1);

$x_0 = \begin{pmatrix} x_{10} \\ x_{20} \end{pmatrix}$ — вектор начальных условий.

Исходные данные для модели объекта

$n := 2$ размерность вектора состояния

$m := 1$ размерность вектора управления

$a_{1,0} := 4.1$ $a_{1,1} := -0.8$ $b_1 := -2.5$

$x_{10} := -10$ $x_{20} := 0.2$

1. Построение непрерывной модели

$A_n := \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ a_{1,0} & a_{1,1} \end{pmatrix}$ $A_n = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 4.1 & -0.8 \end{pmatrix}$ матрица динамики

$B_n := \begin{pmatrix} 0 \\ b_1 \end{pmatrix}$ $B_n = \begin{pmatrix} 0 \\ -2.5 \end{pmatrix}$ матрица влияния управляющих воздействий

$x_0 := \begin{pmatrix} x_{10} \\ x_{20} \end{pmatrix}$ $x_0 = \begin{pmatrix} -10 \\ 0.2 \end{pmatrix}$ вектор начального состояния

$x'(t) = A_n(t) \cdot x(t) + B_n(t) \cdot u(t)$

$x(t_0) = x_0$

непрерывная детерминированная
модель объекта

2. Дискретная детерминированная модель объекта задана в виде (7):

$$x(k+1) = A \cdot x(k) + B \cdot u(k), \quad x(0) = x_0,$$

где $x(k)$ — n -мерный вектор состояния дискретной модели ($n=2$);
 $u(k)$ — m -мерный вектор управления дискретной модели ($m=1$);

$A = I_n + \Delta t \cdot A_n$ — матрица динамических свойств дискретной модели;

$B = \Delta t \cdot B_n$ — матрица влияния управляющих воздействий дискретной модели;

Δt — шаг дискретизации модели.

2. Построение дискретной модели

$\Delta t := 0.1$ шаг дискретизации

$A := \text{identity}(n) + \Delta t \cdot A_n$ матрица динамики дискретной модели

$B := \Delta t \cdot B_n$ матрица влияния управляющих воздействий дискретной модели

Единичная матрица вводится с помощью матричной функции MathCAD **identity(n)**, где **n** — порядок матрицы.

3. Моделирование системы оптимального управления

Исходные данные для моделирования

$N := 100$ дискретное время моделирования

$c_{0,0} := 1.1$ $c_{1,1} := 2$ $D := 1$

$C := \begin{pmatrix} c_{0,0} & 0 \\ 0 & c_{1,1} \end{pmatrix}$ $C = \begin{pmatrix} 1.1 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$ $D = 1$ весовые матрицы квадратичного функционала

$\varepsilon := 0.01$ точность решения уравнения Риккати

$Cd := C \cdot \Delta t$

$Dd := D \cdot \Delta t$

Программа для решения уравнения Риккати

```
RIK := 
  G0 ←  $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ 
  krit ← 1
  while krit > ε
     $G1 \leftarrow A^T \cdot G0 + G0 \cdot A - G0 - G0 \cdot B \cdot Dd^{-1} \cdot B^T \cdot G0 + Cd$ 
     $krit \leftarrow \frac{\text{norme}(G1 - G0)}{\text{norme}(G1)}$ 
     $G0 \leftarrow G1$ 
  G1
RIK =  $\begin{pmatrix} 4.701 & 1.398 \\ 1.398 & 0.756 \end{pmatrix}$ 
```

$G := RIK$ решение уравнения Риккати

Заметим, что итерационный процесс решения уравнения Риккати реализован с использованием двух матриц $G0$, $G1$. Норма матрицы вычисляется с помощью функции MathCAD для вычисления евклидовой нормы: **norme(M)**, где **M** — имя матрицы.

Программа моделирования системы оптимального управления

UPR1 := $\left| \begin{array}{l} x^{(0)} \leftarrow x_0 \\ \text{for } k \in 0..N-1 \\ \quad \left| \begin{array}{l} u_k \leftarrow -Dd^{-1} \cdot B^T \cdot G \cdot x^{(k)} \\ x^{(k+1)} \leftarrow A \cdot x^{(k)} + B \cdot u_k \end{array} \right. \\ \quad \left(\begin{array}{c} x \\ u \end{array} \right) \end{array} \right|$

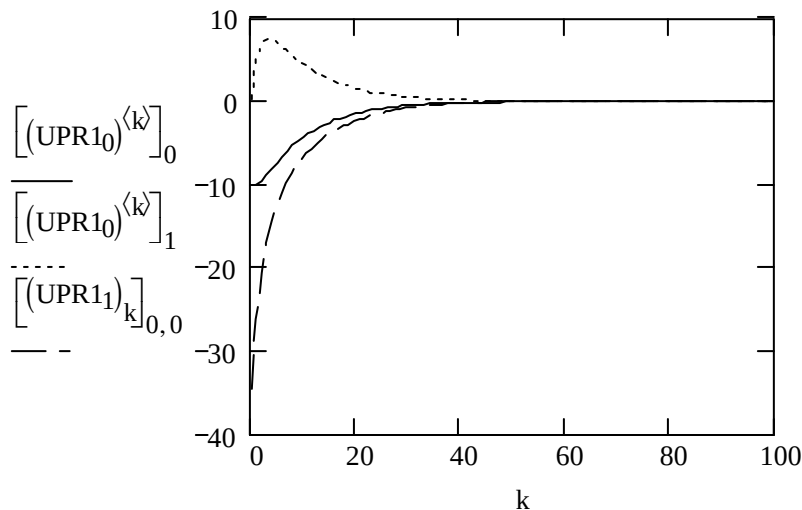
$$UPR1 = \begin{pmatrix} \{2,101\} \\ \{100,1\} \end{pmatrix}$$

UPR1 ₀ =		0	1	2	3	4	5	6	7			
	0	-10	-9.98	-9.507	-8.833	-8.09	-7.347	-6.64	-5.982			
	1	0.2	4.728	6.746	7.43	7.423	7.075	6.575	6.023			

k := 0..N

UPR1₁ =

	0	
0	[1,1]	
1	[1,1]	
2	[1,1]	
3	[1,1]	9
4	[1,1]	833
5	[1,1]	945
6	[1,1]	
7	[1,1]	
8	[1,1]	
9	[1,1]	
10	[1,1]	
11	[1,1]	
12	[1,1]	
13	[1,1]	
14	[1,1]	
15	[1,1]	



Графики переходных процессов и управлений:
 сплошная линия - первая компонента вектора состояния,
 короткая пунктирная - вторая компонента вектора состояния,
 длинная пунктирная - управление.

4. Построение стохастических моделей объекта и измерительного комплекса

Исходные данные для моделирования

$$F_n := \begin{pmatrix} 0.2 & 0 \\ 0 & 0.3 \end{pmatrix} \quad \text{матрица влияния внешних возмущений в непрерывной модели объекта}$$

$$\begin{aligned} x'(t) &= A_n \cdot x(t) + B_n \cdot u(t) + F_n \cdot q(t) \\ x(t_0) &= x_0 \end{aligned} \quad \begin{array}{l} \text{непрерывная стохастическая} \\ \text{модель объекта} \end{array}$$

$$F := \sqrt{\Delta t} \cdot F_n \quad \text{матрица влияния внешних возмущений в дискретной модели объекта}$$

$$\begin{aligned} x(k+1) &= A \cdot x(k) + B \cdot u(k) + F \cdot q(k) \\ x(0) &= x_0 \end{aligned} \quad \begin{array}{l} \text{дискретная стохастическая} \\ \text{модель объекта} \end{array}$$

$$H := \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{матрица измерительного комплекса}$$

$$R := \begin{pmatrix} 0.1 & 0 \\ 0 & 0.2 \end{pmatrix} \quad \begin{array}{l} \text{дисперсионная матрица} \\ \text{погрешностей измерений} \end{array}$$

$$y(k) = H \cdot x(k) + r(k) \quad \text{модель измерительного комплекса}$$

Заметим, что внешние возмущения в моделях объекта и измерительного комплекса являются гауссовскими случайными величинами, которые вводятся с помощью функции MathCAD **rnorm(n, m, σ)**, где **n** — размерность вектора, компонентами которого являются случайные величины с заданными характеристиками, **m** — значение математического ожидания, **σ** — значение среднеквадратического отклонения (корень из дисперсии). Так как в модели измерительного комплекса каждая компонента имеет свои статистические характеристики, то ввод осуществляется с помощью вектора, как показано в программе.

Программа моделирования системы управления по вектору измерений

```

UPR2 :=
  x(0) ← x0
  for k ∈ 0..N - 1
    y ← H·x(k) +  $\begin{pmatrix} \text{rnorm}(1, 0, \sqrt{R_{0,0}})_0 \\ \text{rnorm}(1, 0, \sqrt{R_{1,1}})_0 \end{pmatrix}$ 
    uk ← -Dd-1·BT·G·y
    x(k+1) ← A·x(k) + B·uk + F·rnorm(2, 0, 1)
   $\begin{pmatrix} x \\ u \end{pmatrix}$ 

```

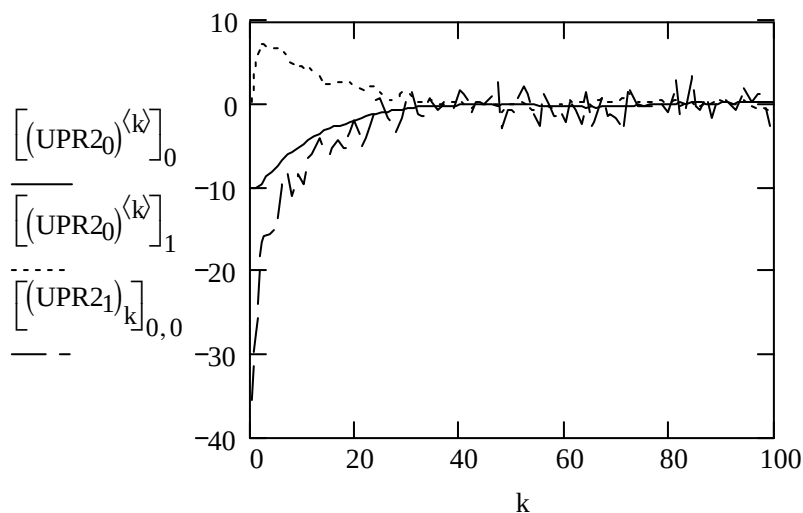
UPR2 = $\begin{pmatrix} \{2,101\} \\ \{100,1\} \end{pmatrix}$

k := 0..N

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
UPR2 ₀	0	-10	-10.01	-9.527	-8.73	-8.095	-7.426	-6.711	-6.078	-5.445	-4.812	-4.179	-3.546	-2.913	-2.28	-1.647
	1	0.2	4.903	7.347	7.013	6.8	6.8	6.774	5.854	4.934	4.014	3.094	2.174	1.254	0.334	-0.586

UPR2₁ =

	0
0	[1,1]
1	[1,1]
2	[1,1]
3	[1,1]
4	[1,1]
5	[1,1]
6	[1,1]
7	[1,1]
8	[1,1]
9	[1,1]
10	[1,1]
11	[1,1]
12	[1,1]
13	[1,1]
14	[1,1]
15	[1,1]



Графики переходных процессов и управлений:
сплошная линия - первая компонента вектора состояния,
короткая пунктирная - вторая компонента вектора состояния,
длинная пунктирная - управление.

5. Оценивание состояния фильтром Калмана. Моделирование системы управления по оценкам состояния при полном измерении.

Исходные данные для моделирования

$l := 2$	размерность вектора измерений
$H := \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$	матрица измерительного комплекса при полном измерении
$P_0 := \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$	дисперсионная матрица ошибок начального состояния
$x_{00} := \begin{pmatrix} -13 \\ -0.5 \end{pmatrix}$	вектор оценок начального состояния
$Q := \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$	дисперсионная матрица шумов в модели объекта
$q_{sr} := \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$	математическое ожидание шума в модели объекта

Заметим, что реализация фильтра Калмана имеет следующие особенности:

1) последовательность вычисления отличается от приведенной в формуле (43);

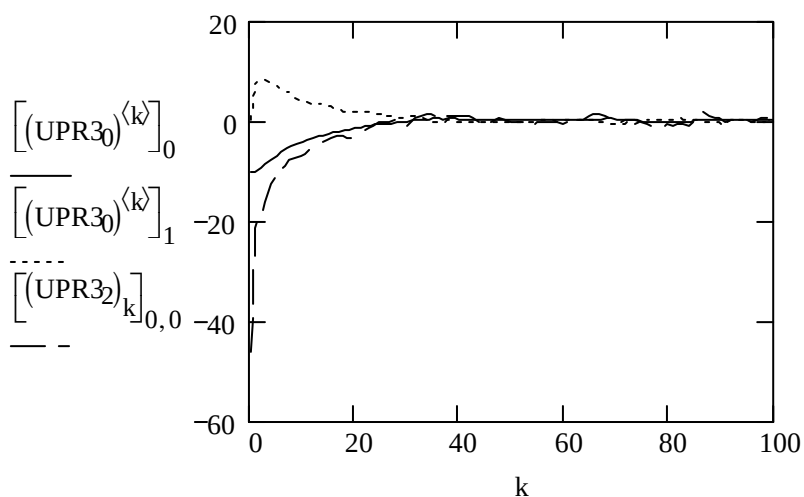
2) так как в каждый момент k необходимо знание вектора оценок состояния и дисперсионной матрицы для оценивания в $k + 1$ -й момент, то все остальные переменные не хранятся.

**Программа моделирования системы управления
по оценкам состояния при полном измерении**

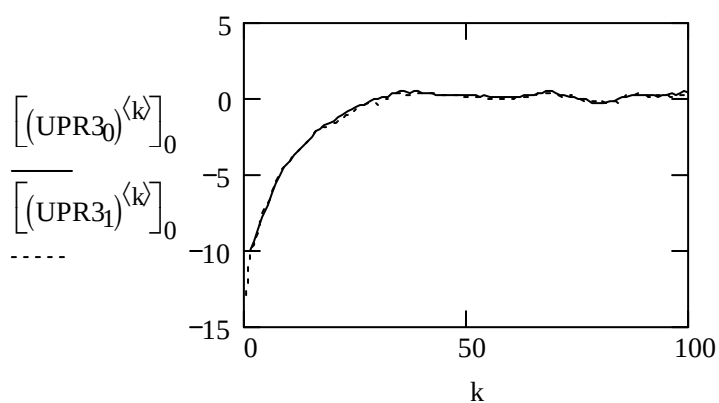
```

UPR3 :=
  x<0> ← x0
  xo<0> ← xo0
  P ← P0
  for k ∈ 0.. N - 1
    uk ← -Dd-1 · BT · G · xo<k>
    x<k+1> ← A · x<k> + B · uk + F · rnorm(2, 0, 1)
    y ← H · x<k+1> +  $\begin{pmatrix} \text{rnorm}(1, 0, \sqrt{R_{0,0}}) 0 \\ \text{rnorm}(1, 0, \sqrt{R_{1,1}}) 0 \end{pmatrix}$ 
    xk1 ← A · xo<k> + B · uk + F · qsr
    Pk1 ← A · P · AT + F · Q · FT
    K ← Pk1 · HT · (H · Pk1 · HT + R)-1
    P ← (identity(n) - K · H) · Pk1
    xo<k+1> ← xk1 + K · (y - H · xk1)
   $\begin{pmatrix} x \\ xo \\ u \end{pmatrix}$ 
  UPR3 =  $\begin{pmatrix} \{2,101\} \\ \{2,101\} \\ \{100,1\} \end{pmatrix}$ 

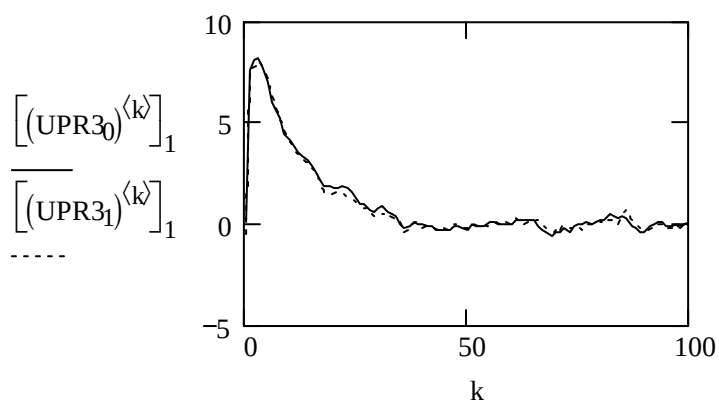
```



Графики переходных процессов и управлений:
 сплошная линия - первая компонента вектора состояния,
 короткая пунктирная - вторая компонента вектора состояния,
 длинная пунктирная - управление.



Графики поведения первой компоненты вектора
 состояния (сплошная линия) оценка первой
 компоненты (пунктирная линия).



Графики поведения второй компоненты вектора
 состояния (сплошная линия) оценка второй
 компоненты (пунктирная линия).

6. Моделирование системы управления при неполном измерении состояния модели объекта. Исследование влияния набора измерительных датчиков на качество функционирования системы управления.

Для модели 2-го порядка ($n = 2$) при моделировании по неполному измерению состояния ($l = 1$) возможны следующие значения матрицы H :

$H = \begin{pmatrix} 1 & 0 \end{pmatrix}$ — если измеряется только первая компонента вектора состояния ($l = 1$);

$H = \begin{pmatrix} 0 & 1 \end{pmatrix}$ — если измеряется только вторая компонента вектора состояния ($l = 1$).

Необходимо осуществить моделирование при измерении каждой из двух компонент вектора состояния, т.е. рассмотреть два случая. Результаты моделирования вывести на графики и сделать выводы.

Заметим, что результаты моделирования для стохастической модели, представленные на графиках, при пересчете программ могут различаться из-за другой реализации шумов.

7 ВЫБОР ВАРИАНТА КУРСОВОГО ПРОЕКТА

Выбор варианта курсового проекта осуществляется с использованием формулы:

$$V = (N * K) \text{ div } 100,$$

где V — искомый номер варианта,

N — общее количество вариантов,

div — целочисленное деление,

K — код варианта.

При $V = 0$ выбирается максимальный вариант.

8 ВАРИАНТЫ ИСХОДНЫХ ДАННЫХ ДЛЯ ВЫПОЛНЕНИЯ КУРСОВОГО ПРОЕКТА

№	$a_{1,0}$	$a_{1,1}$	b_1	$c_{0,0}$	$c_{1,1}$	D	x_{10}	x_{20}
1	7.1	-0.8	-1.5	1.1	1.3	1	-10	0.2
2	-4.1	0.3	1.2	2	1	2	12.3	1.2
3	-1.2	0.4	1	2	2.1	1.8	10.5	0.5
4	4.1	-0.8	-2.5	1.1	2	1	-25.5	1
5	3.7	-0.9	1.2	1	2	2.2	-35	4
6	4.1	-1.1	1	2.3	1	1	11	12
7	3.2	-0.8	1.2	2.3	1.3	2	10.2	2
8	1.2	-0.7	1.1	1	2	13	17.2	2.7
9	1.1	-0.6	2.1	2	1	1	-10.5	0.9
10	1.4	-1.7	3.2	1.2	2	1	12.8	3.2
11	0.7	-0.6	1.5	2	1.4	2.1	-10.5	2
12	0.8	-0.8	-1.4	1	1.2	2	10.7	3
13	0.53	-0.9	-1.9	1.3	1.1	4	25.5	4
14	0.9	-3.2	2.1	2	2	1	20.6	2
15	1	-0.7	2.2	1	2.1	1	15.6	7
16	1.3	-1.2	1.4	1.2	1.5	2	21.5	0.8
17	0.85	-2.7	-1.1	1.6	2.6	1	-25	1.1
18	1.25	-0.8	1.1	1	1.5	1.3	15.8	0.7
19	1.15	-0.9	2.2	1	2.3	1.1	23.6	-0.9
20	0.44	-1.3	1	2.1	1.4	1.5	30.5	-1.4
21	-0.4	1.8	1.3	2.6	1.7	1.4	-25.8	-2.1
22	-0.7	2.1	1.3	1.9	1.2	1.8	-15.8	3
23	0.92	-3.2	1.9	1.4	1.8	3	18.9	4.6
24	0.4	-1.4	1.2	1.8	1.9	2.5	-24	5
25	0.6	-2	1	2.1	2.3	1	17.5	2.1
26	4.1	1.1	1	2.5	1	1.4	11	13
27	2.6	-2.1	1.5	1.1	2	1	-17	-2.1
28	-2.6	2.5	-1.1	1.5	1	1	-19	-5.1
29	4.6	-2.5	-2.1	2.5	0.5	2	19.6	-6.1
30	1.7	-1.5	-3.2	1.5	2.5	2.5	25.6	-16.1

Замечание. Матрицы F_n , R , P_0 являются одинаковыми для всех вариантов, элементы вектора начальных оценок состояния задаются в пределах 30% отклонения от заданных значений x_{10} , x_{20} соответственно, $\Delta t = 0,1$.

ПРИЛОЖЕНИЕ А

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации

Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования

**ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ И РАДИОЭЛЕКТРОНИКИ (ТУСУР)**

Кафедра компьютерных систем в управлении и проектировании
(КСУП)

МОДЕЛИРОВАНИЕ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ

Пояснительная записка к курсовому проекту
по дисциплине «Моделирование систем управления»

Студент гр. _____

_____ И. И. Иванов

«____» _____ 20__ г.

Руководитель:
доцент кафедры КСУП,
канд. техн. наук

_____ Г. Н. Решетникова
(место для оценки)

«____» _____ 20__ г.

ПРИЛОЖЕНИЕ Б

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации

Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования

ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ И РАДИОЭЛЕКТРОНИКИ (ТУСУР)

Кафедра компьютерных систем в управлении и проектировании (КСУП)

УТВЕРЖДАЮ
Заведующий кафедрой КСУП,
д-р техн. наук, проф.
_____Ю. А. Шурыгин

ЗАДАНИЕ

на курсовое проектирование по дисциплине

«Моделирование систем управления»

студенту _____Иванову Ивану Ивановичу_____

группа _____ факультет _____дистанционного обучения_____

Тема проекта: _Моделирование систем управления

Срок сдачи студентом законченного проекта _____

ВАРИАНТ ИСХОДНЫХ ДАННЫХ К ПРОЕКТУ №

ПЕРЕЧЕНЬ ЗАДАЧ

1. Построение непрерывной модели.
2. Построение дискретной модели.
3. Моделирование системы оптимального управления методом аналитического конструирования оптимальных регуляторов.
4. Построение стохастических моделей объекта и измерительного комплекса, моделирование системы управления по вектору измерений.
5. Оценивание состояния фильтром Калмана, моделирование системы управления по оценкам состояния при полном измерении.
6. Моделирование системы управления при неполном измерении.
7. Оформление пояснительной записки к курсовому проекту.

ПЕРЕЧЕНЬ ИЛЛЮСТРАТИВНОГО МАТЕРИАЛА

1. Текст программного документа.
2. Графики переходных процессов, оценок и управлений.

Руководитель проектирования _доцент кафедры КСУП Г. Н. Решетникова

Задание принято к исполнению «_____» _____ 20__ г.

ПРИЛОЖЕНИЕ В

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Решетникова Г. Н. Моделирование систем : учеб. пособие : в 2 ч. / Г. Н. Решетникова. — Томск : ТМЦДО, 2004. — Ч.1. — 99 с.
2. Решетникова Г. Н. Моделирование систем : учеб. пособие: в 2 ч. / Г. Н. Решетникова. — Томск : ТМЦДО, 2004. — Ч.2. — 169с.
3. Решетникова Г. Н. Моделирование систем управления : учеб.-метод. пособие по курсовому проектированию / Г. Н. Решетникова. — Томск : ФДО, 2013. — 46 с.